ملزمة الرياضيات
للصف التاسع

تلخيص الدروس - تدريبات متنوعة - أسئلة لكل درس بطريقة الأتمتة - أسئلة وزارية لكل درس

فكـرة وإعداد : هـلا المولجـي

فكر بإيجابية وكن فرداً ذا قيمة

إهداء

أهدي هذا العمل إلى كل شخص يسعى دائماً ليحقق مراده وأمانيه، ولكل شخص تعثر ونهض من جديد أكثر قوة من ذي قبل، لكل شخص يثق بالله بأنه سيصل مهما لاحت الأمور بعدم الوصول.

أيضاً أهدي هذا العمل لأبنائي الطلاب الذين هم ثمرة الجهود وأمل النهوض بهذا الوطن، من سنحقق فيهم أحلامنا التي عجزنا أن نحققها، لأبناءٍ لم تثنيهم الظروف ولم تعجزهم الصعوبات، لأولئك الأبناء الذين لمحنا فيهم شعلة العلم المتقدة.

كلمة شكر

أتقدم بالشكر الكبير الأستاذ الفاضل / منير حمدي لإسهامه المميز في مراجعة الملزمة وإضافاته المعلومات المهمة لإثراء الطلاب وكسبه أكبر قدر من الأشياء المهمة في مادة الرياضيات.

وفي الأخير، ما أتمناه منكم هو الدعاء لي في ظهر الغيب.

تنبيه هام: لا أسمح ولن أسامح أي أحد استخدم هذه الملزمة لاستغلال الطلاب لأجل الكسب المادي، فهي مهداة للطلاب وليس لاستغلالهم، وشكراً.

هلا المولجي

الوحدة الأولى

المجموعات والعلاقات

رياضيات - الصف التاسع

إعداد: هلا المولجي

الدرس الأول: كتابة المجموعة بالصفة المميزة

يتم كتابة المجموعة بطرق مختلفة والتي تتمثل في التالي:

طريقة السرد

كتابة المجموعة بطريقة السرد تتمثل بعدة شروط هي:

أ. كتابة اسم المجموعة بالرموز الكبيرة مثل: ڡ ، سـ ، صـ، شـ ، ىـ ،حـ ، ع.

ب. كتابة (=) ثم حاصرتين ({ }).

ج. كتابة العناصر بين الحاصرتين ووضع فاصلة بين كل عنصر (،).

د. لا يشترط ترتيب العناصر، والتكرار لها ممنوع.

مثال على ذلك : ل= { ي ، م ، ن }.

طريقة الصفة المميزة لفظياً

كتابة المجموعة بطريقة الصفة المميزة لفظياً تتمثل في كتابة الصفة المشتركة لجميع عناصر المجموعة مثل:

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ،... ← الصفة المشتركة بينها هي أنها أعداد طبيعية أولية.

شمال، شرق، غرب، جنوب ← الصفة المشتركة بينها هي أنها تمثل الجهات الأربع الأصلية.

مثال على ذلك : ل هي مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ٢ و ١٢.

طريقة الصفة المميزة رمزياً

كتابة المجموعة بطريقة السرد تتمثل في الصيغة التالية:

ل = { أ : أ عدد زوجي طبيعي ، أ > ٨ }.

رمز المجموعة

رمز لأي عنصر في المجموعة

الصفة المشتركة بين عناصر

تدريب (١):

- اكتب ما يلي بطريقة السرد:

١. سـ هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين ٣ و ١٢. ....

٢. صـ هي مجموعة الحواس الخمس. ....

٣. حـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة الأولية الأكبر من ٢. ....

٤. ىـ هي مجموعة عوامل العدد ١٦. ....

٥. ع هي مجموعة أحرف كلمة هلال. ....

تدريب (٢):

- اكتب ما يلي بطريقة الصفة المميزة رمزياً:

١. سـ = { ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ... }. ....

٢. صـ = { أ ، ح ، م ، د }. ....

٣. حـ هي مجموعة أرقام العدد ١٢٣٢. ....

٤. ىـ = { (٠ ،٠) ، (١ ، ١) ، (٢، ٢) ، ... }. ....

تدريب (٢): إذا كانت: سـ = { ٤ ، ٥ ، ٦ } ، صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ }، فاكتب ما يلي مرة بطريقة السرد ومرة بطريقة الصفة المميزة رمزياً: أ) سـ ∩ صـ. ب) سـ ∪ صـ. ج) سـ × صـ.

....

....

....

....

....

....

اكتب ما يلي بطريقة السرد:

١. سـ = { س : س أحد حواس جسم الإنسان }. ....

٢. صـ = { س : س ∈ ط ، س + ٥ < ٩ }. ....

٣. ح = { م : م عدد فردي ، ٤ < م < ١٠ }. ....

٤. ن = { ص : ص عدد أولي من عوامل العدد ١٥ }. ....

ملاحظة: يا عباقرة ركزوا مع بعض الرموز: - ∈ ، ∉ : يستخدموا مع انتماء العنصر لمجموعة ما.

- ⊂ ، ⊄ : يستخدموا مع جزئية المجموعة من مجموعة ما.

- قد تأتي المجموعة على شكل فن فنكتبها بطريقة السرد أو الصفة المميزة.

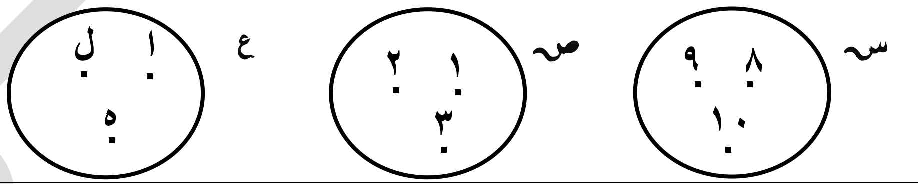
أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. { ٢ ، ٣ ، ٦ } = { س : س عامل من عوامل العدد ٦ }.	◯	◯
٢. ١٤ ∉ { س : س من مضاعفات العدد ٧ }.	◯	◯
٣. { ٢، ٣ } ∈ { م : م عدد أولي ، م < ١٠ }.	◯	◯
٤. { س : س ∈ صـ ، ٥ < س < ١٠ } = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ } .	◯	◯
٥. { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ط ، أ = ب } = { (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، ... }.	◯	◯
٦. { س ، ل ، م } = مجموعة حروف كلمة سلالم.	◯	◯
٧. لأي مجموعتين صـ ، سـ ، فإن ∅ = { م : م ∉ سـ ، ∉ صـ }.	◯	◯
٨. إذا كانت سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ...} = { س : س ∈ ط ، س > ٢ }.	◯	◯
٩. { ن : ن عدد يقبل القسمة على ٤ ، - ٨ < ن < ١٦ } = { -٤ ، ٤ ، ٨ ، ١٢ }.	◯	◯
١٠. { س : س عدد أولي، ٢ ≤ س < ١٠ } ∩ { ص : ص من مضاعفات العدد ٢ } = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }.	◯	◯
١١. { س : س من مضاعفات العدد ٧ } ∪ { ص : ص من عوامل العدد ٤٩ } = { ٤٩ ، ٧ }.	◯	◯
١٢. { ل : ل عدد طبيعي زوجي } ⊂ { أ : أ عدد طبيعي فردي }.	◯	◯
١٣. { أ ، ب ، ت ، ... } = { ص : ص أحد الحروف الهجائية }.	◯	◯
١٤. ٣ ∈ { ب : ب عدد صحيح، ب > ٣ }.	◯	◯
١٥. { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ صـ$^+$ ، ب = أ + ٢ } = { (٠ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، ... }.	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
١. { ل : ل عدد طبيعي فردي ، ل > ٣ } = ... :			
١	{ ٣ ، ٥ ، ٧ ، ... }.	٣	{ ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }.
٢	{ ٥ ، ٧ ، ٩ ، ... }.	٤	{ ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، .... }.
٢. { س : س عدد صحيح ، س ـ ٣ > ١٠ } = ... :			
١	{ ١٢ ، ١١ ، ١٠ ، ... }.	٣	{ ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ١٢ }.
٢	{ ١٣ ، ١٢ ، ١١ ، ١٠ ، ... }.	٤	{ ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ١٣ }.
٣. { ٢ ، ٣ ، ٥ } = ... :			
١	{ س : س عدد طبيعي أولي ، ٠ > س ـ ٢ > ٥ }.	٣	{ س : س عدد طبيعي أولي ، ٠ > س > ٨ }.
٢	{ س : س عدد طبيعي أولي ، ٠ > س ـ ١ > ٥ }.	٤	{ س : س عدد طبيعي أولي ، ٠ > س ـ ٢ > ٧ }.
٤.إذا كانت صــ هي مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ١٠و ١٣، فإن كتابتها بطريقة السرد هي:			
١	صــ = { ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ }.	٣	صــ = { ١١ ، ١٢ ، ١٣ }.
٢	صــ = { ١٠ ، ١١ ، ١٢ }.	٤	صــ = { ١١ ، ١٢ }.
٥. من خلال الفقرة السابقة، الصفة المميزة رمزياً لها هي:			
١	صــ = { أ : أ عدد صحيح، ١٠ ≥ أ ≥ ١٣}.	٣	صــ = { أ : أ عدد صحيح، ١٠ ≥ أ > ١٣}.
٢	صــ = { أ : أ عدد صحيح، ١٠ > أ ≥ ١٣}.	٤	صــ = { أ : أ عدد صحيح، ١٠ > أ > ١٣}.
٦. سـ ⊂ { ب : ب ∋ ط ، ١٢ > ب > ٢٠ }، فإن سـ = ... :			
١	{ ١٢ ، ١٥ ، ١٧ }.	٣	{ ١٣ ، ١٤ ، ١٥ }.
٢	{ ١٢ ، ١٤ ، ٢٠ }.	٤	{ ٢٠ ، ١٤ ، ١٩ }.
٧. س ∋ { أ : أ عدد صحيح ، أ > ٣ } ، فإن س = ... :			
١	٣.	٣	٢,٥.
٢	٤.	٤	ـ٤.
٨. ص ∋ { أ : أ عدد من أرقام العدد ٣٤٤٢٠ }، فإن ص = ... :			
١	٣٢.	٣	٢٠.
٢	٤٤.	٤	٤.



٩. تكتب سـ بطريقة الصفة المميزة الرمزية بأحد ما يلي سـ = ... :			
١	{ م : م عدد طبيعي فردي }.	٣	{ م : م عدد طبيعي ، ٧ > م > ١١}.
٢	{ م : م عدد طبيعي زوجي }.	٤	{ م : م عدد طبيعي ، ٨ > م > ١٠}.
١٠. تكتب صــ بطريقة الصفة المميزة الرمزية بأحد ما يلي صــ = ... :			
١	{ م : م عدد طبيعي أولي، ٠ > م > ٤}.	٣	{ م : م عدد طبيعي فردي ، ٠ > م > ٤}.
٢	{ م : م عدد طبيعي ، ٠ > م > ٤}.	٤	{ م : م عدد طبيعي زوجي ، ٠ > م > ٤}.
١١. تكتب ع بطريقة الصفة المميزة الرمزية بأحد ما يلي ع = ... :			
١	{ م : م أحد حروف اسم " الله " }.	٣	{ م : م أحد حروف اسم " هلال " }.
٢	{ م : م أحد حروف اسم " هلا " }.	٤	جميع ما سبق.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. { ٣ ، ٧ } = { س : س عدد فردي ، ٤ < س < ١٠ }.	◯	◯
٢. { س : س عدد زوجي ، ٠ < س + ٧ < ١٣ } = { ٢ ، ٣ ، ٥ }.	◯	◯
٣. { س : س ∈ ط ، س + ٦ < ٩ } = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }.	◯	◯
٤. { ص : ص عدد فردي ، ١ ≤ ص + ٥ < ١٠ } = { ١ ، ٣ ، ٥ }.	◯	◯
٥. { س : س ∈ ط ، س ≤ ٣٤ } ⊂ ط.	◯	◯
٦. { د ، ع ، ن } = { س : س حرف من حروف كلمة (عدن) }.	◯	◯
٧. { س : س ∈ ط ، ٦ < س < ٧ } = Ø.	◯	◯
٨. ٢الأعداد الصحيحة الأكبر من - ٢ ، والأصغر من أو يساوي ٣ ، تكتب كمجموعة بالصفة المميزة { س : س ∈ ص ، -٢ < س ≤ ٣ }.	◯	◯
٩. {٢، ٣ ، ٥ } = { س : س عدد أولي ، ٢ < س < ٦ }.	◯	◯
١٠. {١ ، ٣ ، ٥ } = { س : س عدد فردي ، ٠ < س < ٦ }.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. العنصر الذي ينتمي للمجموعة سـ = { س : س ∈ ط ، س + ٧ < ٩ }، هو .... :

١. ٧.	٢. ٩.	٣. ١.	٤. ٢.

ب. سـ = { ب ، س ، ل ، ي }، تكتب بالصفة المميزة سـ = { س : س حرف من أحرف كلمة ....}:

١. سلسبيل.	٢. بلاس.	٣. بلس.	٤. بسيلة.

أبنائي .. البدايات صعبة لكن النهايات ستكون مفرحة بإذن المولى

إعداد: هلا المولجي

الدرس الثاني: مجموعة الفرق ومجموعة المتممة

تذكر أن: ١) هناك عمليتين تم أخذها سابقاً على المجموعات ، وهي:

- عملية التقاطع (∩) : أخذ العناصر المشتركة فقط بين المجموعات.
- عملية الاتحاد (∪) : أخذ جميع العناصر المشتركة وغير المشتركة بين المجموعات.

٢) إذا كان سـ ⊂ صـ، فإن سـ ∩ صـ = سـ.

٣) إذا كان صـ ⊂ سـ ، فإن سـ ∩ صـ = صـ.

٤) إذا كان سـ ⊂ صـ، فإن سـ ∪ صـ = صـ.

٥) إذا كان صـ ⊂ سـ ، فإن سـ ∪ صـ = سـ.

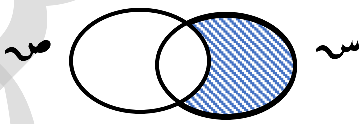
أولاً: مجموعة الفرق:

التعريف: المجموعة سـ فرق المجموعة صـ هي مجموعة عناصرها تنتمي إلى المجموعة سـ ولا تنتمي إلى المجموعة صـ.

الرمز: سـ / صـ.

الصفة المميزة للتعبير عن مجموعة الفرق: سـ / صـ = { أ : أ ∈ سـ ، أ ∉ صـ }.

الرسمة:



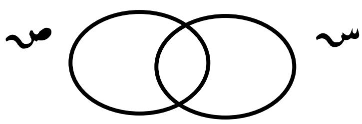
تدريب (١): أكمل على نمط السابق:

التعريف: المجموعة صـ فرق المجموعة سـ هي ....

الرمز: ....

الصفة المميزة للتعبير عن مجموعة الفرق: ....

الرسمة:



لإيجاد مجموعة الفرق نتبع الخطوات التالية:

- إذا وُجدت مجموعة مكتوبة بطريقة الصفة المميزة نحولها إلى صورة مكتوبة بطريقة السرد.
- نحذف العناصر المشتركة بين المجموعتين إن وُجدت.
- نكتب ما تبقى من عناصر المجموعة التي تأتي أولاً (مثل عملية الطرح - ^^ يا عباقرة).

إعداد: هلا المولجي

❖ **مثال لتطبيق الخطوات : إذا كانت ل = { ١ ، ٢ ، ٤ } ، م = { ٣ ، ٤ ، ٩ ، ٥ }.**

- **ل / م = { ١ ، ٢ ، ~~٤~~ } / { ٣ ، ~~٤~~ ، ٩ ، ٥ }.**
- **ل / م = { ١ ، ٢ }.**
- **م / ل = ... / ....**
- **م / ل = ...**

مثل (ل / م) ، (م / ل) بأشكال فن.

تدريب (١):

إذا كانت سـ = { س : س عامل من عوامل العدد ٩} ،صـ = { ٣ ، ٥ ، ٦ } ،ع = { ص : ص عدد طبيعي ، ٩ < ص < ١٤ }،

أوجد ما يلي ثم مثل ذلك بأشكال فن:

١) صـ / سـ . **٢) سـ / صـ.**

٣) ع / سـ. **٤) ع / صـ .**

٥) سـ / ع. **٦) صـ / ع.**

....

....

....

....

....

....

....

....

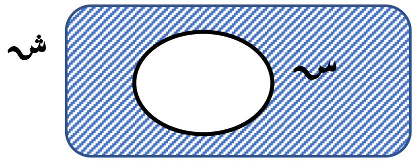
ثانياً: مجموعة المتممة:

التعريف: المجموعة المتممة لـ سـ هي مجموعة عناصرها تنتمي إلى المجموعة شـ ولا تنتمي إلى المجموعة سـ.

الرمز: شـ / سـ = سـ/.

الصفة المميزة للتعبير عن المجموعة المتممة: سـ/ = { أ : أ ∈ شـ، أ ∉ سـ }.

الرسمة:



تدريب (أ):

إذا كانت ش = { ١ ، ٢ ، ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٨ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ } ، س = { س : س عامل من عوامل العدد ٨} ،

ص = { ٣ ، ٥ ، ٦ } ،ع = { ص : ص عدد طبيعي ، ١٧ < ص < ٢٠ }، أوجد ما يلي ثم مثل ذلك بأشكال فن:

١) س/.　　٢) ص/.　　٣) ع/.　　٤) ص/ / س/.　　٥) ش/ س/.

٦) (س ∩ ص)/.　　٧) (ع ∪ ص)/.　　٨) ع/ ∩ص/.　　٩) س/ ∪ ص/.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

قوانين هامة: إذا كانت ص ، س مجموعات ، ش هي المجموعة الشاملة لهذه المجموعات، فإن:

١) س / س = ∅.　　٤) ش / س/ = س.　　٧) (س / ص) ∪ س = س.

٢) س / ∅ = س.　　٥) س / ش = ∅.　　٨) (س / ص) ∩ س = (س / ص).

٣) ∅ / س = ∅.　　٦) ش / ش/ = ش.　　٩) (ص / س) ∪ س = س ∪ ص.

١٠) (ص / س) ∩ س = ∅.　　١١) س// = س.　　١٢) س/// = س/.

١٣) ش / (ص / س) = (ص / س)/.　　١٤) ش// = ش　　١٥) ش/ = ∅.

ملاحظة في القانون رقم (١١، ١٢)، إذا كان لديك س^ن ، حيث ن عدد المتممة لـ س فإذا كان:

- **ن عدد زوجي فإن : س^ن = س.**
- **ن عدد فردي فإن : س^ن = س/.**

قانونا دي مورجان : اختصا قانونا دي مورجان بكيفية استخدام المتممة مع عمليتي التقاطع والاتحاد وهما كالتالي:

- **(س ∪ ص)/ = س/ ∩ ص/ .**
- **(س ∩ ص)/ = س/ ∪ ص/ .**

ويعمم هذان القانونان على بقية الحالات، حيث يتم استخدامه من خلال توزيع المتممة للمجموعتين وقلب عملية الاتحاد إلى عملية تقاطع والعكس.

تدريب (١): اكتب القانون المكافئ لما يلي من خلال استخدام قانوني دي مورجان:

(سَ′ ∩ صَ′)′ = ...

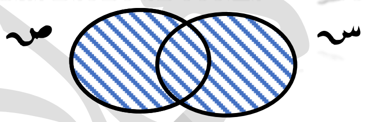
(سَ″ ∪ صَ)′ = ...

(سَ ∩ صَ) = ...

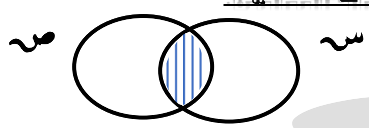
(سَ′ ∪ صَ′)′ = ...

(سَ ∪ صَ′)′ = ...

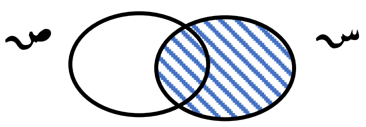
تدريب (٢): اكتب ما تمثله الأشكال التالية:



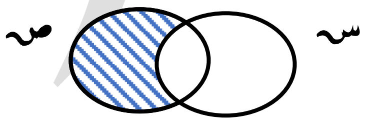
....



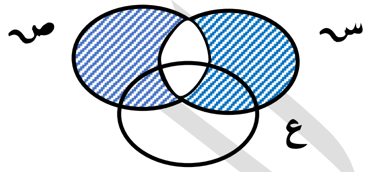
....



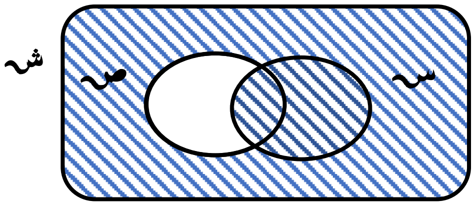
....



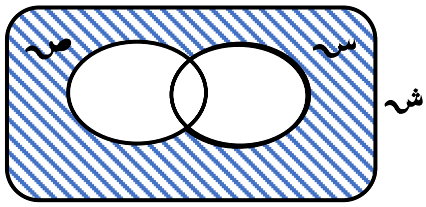
....



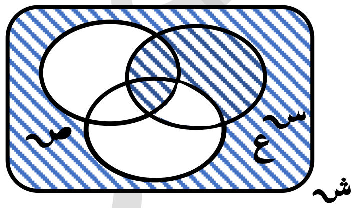
....



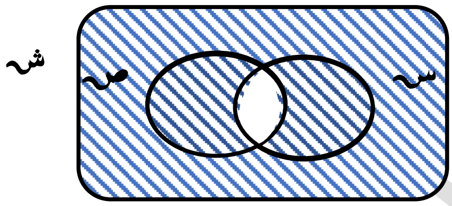
....



....



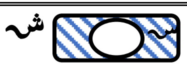
....



....

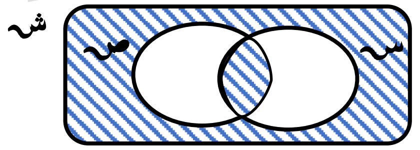
أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. سَ′ = { أ : أ ∈ سَ ، ∌ شَ }.		
٢. { ٢ ، ٣ ، ٥ } / { ٥ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ } = { ٢ ، ٣ }.		
٣. ({ ٣ ، ٩ } ∩ { ٧ ، ٨ }) / { ٣ ، ٩ ، ٨ ، ٧ } = ∅.		
٤. إذا كانت شَ = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، فإن ∅′ = { ٥ ، ٦ ، ٧ }.		
٥. شَ′′′′′ = شَ.		
٦. (سَ ∩ صَ″)′ = (سَ′ ∪ صَ′).		
٧. (سَ / صَ) ∩ سَ′ = سَ.		
٨. شَ / أ′ = أ.		
٩. الشكل المجاور ، يمثل سَ / شَ . 		
١٠. ∅ / سَ = سَ.		

إعداد: هلا المولجي

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. { أ : أ ∋ سـ ، ∌ شـ }= ....:			
١	سـ/.	٣	شـ / سـ.
٢	سـ / شـ.	٤	شـ/.
٢. سـ / { ٥ ، ٧ ، ٨ ، ١٠} = { ٢، ٣ ، ٤ } ، فإن سـ = ...:			
١	Ø.	٣	{ ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٧ }.
٢	{ ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٣ }.	٤	{ ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٤ }.
٣. إذا كانت شـ مجموعة عوامل العدد ٣٦ ، سـ مجموعة عوامل العدد ٦، فإن سـ/=.......:			
١	{ ٦ ، ١ ، ١٢ ، ٣ ، ٢ }.	٣	{ ٢ ، ١٨ ، ٣ ، ١٢ }.
٢	{ ٦ ، ١ ، ٢ ، ٣ }.	٤	{ ١٨ ، ٤ ، ٩ ، ١٢ ، ٣٦ }.
٤. { ٤ ، ٥ ، ١١ } / مجموعة الأعداد الصحيحة = ...:			
١	Ø.	٣	{ ٥ ، ٤ ، ١١ }.
٢	{ ٤ ، ٥ }.	٤	مجموعة الأعداد الصحيحة.
٥. إذا كانت شـ هي مجموعة الأعداد الطبيعية، فإن { ٠ ، ١ ، ٢ }/ = ...:			
١	ط.	٣	{ ٣ ، ٤ ، ٥ ، .... }.
٢	{ -١ ، -٢ ، -٣ ، ... }.	٤	{ ٣ ، ٤ ، ٥ }.
٦. إذا كانت شـ = { (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٣) }، فإن { (٢ ، ٣) }/ ....:			
١	{ (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٣) }.	٣	{ (٢ ، ٣) }.
٢	{ (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٣) }.	٤	{ ٤ ، ٣ ، ٥ }.
٧. إذا كان { ٤ ، س ، ٦ ، ٧ } / { ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ } = { ١١ ، ٦ ، ٧ } ، فإن س = ... :			
١	١٠.	٣	٩.
٢	١١.	٤	٨.
٨. { ١ ، ٠ ، ١١ ، ١٠} / صـ = { ٠ ، ١١ }، فإن صـ = ...:			
١	{ ١ ، ١١ }.	٣	{ ١٠ ، ١٢}.
٢	{ ٠ ، ١ ، ١٠ }.	٤	{ ١٠ ، ١ ، ١٢ }.
٩. إذا كانت شـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة، فإن متممة الأعداد الطبيعية = ...:			
١	صـ+.	٣	صـ+ ∪ صـ-.
٢	صـ-.	٤	{٠} ∪ صـ-.
١٠. يمثل الشكل المجاور ....: 			
١	[(صـ / سـ) ∪ (سـ / صـ)]/	٣	[(صـ / سـ)/ ∪ (سـ / صـ)/]/.
٢	[(صـ / سـ) ∩ (سـ / صـ)].	٤	[(صـ / سـ) ∪ (سـ / صـ)]

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح خطأ
١. ش/ = Ø.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. (س ∪ ص)/ = ...:

١. س/ ∪ ص/.	٢. س/ ∩ ص/.	٣. (س ∩ ص)/.	٤. س ∪ ص.

ب. لتكن س= { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٢ ، ٣ } ، فإن س / ص:

١. {٢}.	٢. {١}.	٣. {٣}.	٤. {٢ ، ٣}.

ج. إذا كانت س مجموعة غير خالية فإن ش / س = ...:

١. س .	٢. ش .	٣. Ø .	٤. س/.

ب. لتكن س= { ١ ، ٢ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، فإن ص / س= ....:

١. {١ ، ٣}.	١. {٢ ، ٣}.	١. {٣ ، ٤}.	١. {٤ ، ١}.

و. { ١ ، ٢ ، ٣ } / { ٢ ، ٤ ، ٣ } = ...:

١. { ٢ }.	٢. { ١ }.	٣. { ٤ }.	٤. { ٣ }.

ستحقق ما أردت يوماً .. فلا تتراجع عما أردت ..

الدرس الثالث: العلاقة المتعدية

تذكر أن:

- ما يربط أي عنصر من أي مجموعة بعنصر من المجموعة نفسها أو مجموعة أخرى تسمى بالعلاقة ، فنقول أن هذه العلاقة مجموعة جزئية من حاصل ضرب المجموعتين، فمثلاً إذا كانت ع علاقة على المجموعة سـ فهي مجموعة جزئية من سـ × سـ ، أي أن ع ⊂ سـ × سـ.
- أخذنا سابقاً بعض العلاقات على المجموعة نفسها وهي : العلاقة الانعكاسية والعلاقة المتناظرة، وسنعيد تفصيلها فيما سيأتي.

أولاً: العلاقة الانعكاسية:

نقول عن أي علاقة أنها انعكاسية إذا ارتبط كل عنصر في المجموعة بنفسه، أي أن:

إذا كان لكل أ ∈ سـ ، فإن (أ ، أ) ∈ ع.

فنركز على الأزواج المرتبة في المساقط فقط ولا يهمنا الأزواج المختلفة في المساقط.

ثانياً: العلاقة المتناظرة (المتماثلة):

نقول عن العلاقة ع أنها متناظرة على سـ إذا كان:

لكل (أ ، ب) ∈ ع ، فإن (ب ، أ) ∈ ع ، حيث أ ، ب ∈ سـ.

- فنركز على الأزواج المرتبة المختلفة في المساقط فقط ولا يهمنا الأزواج المتساوية في المساقط لأنها بالأصل تحقق الشرط.

تدريب (١):

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ } ، فبين أياً من العلاقات التالية تمثل انعكاسية وأياً منها متناظرة مع ذكر السبب ومثلها بالمخطط السهمي:

١. ع $_١$ = { (١، ١) ، (٢، ٣) ، (٣، ٢) ، (٥، ٢) }.

....

٢. ع $_٢$ علاقة يساوي على المجموعة سـ.

....

٣. ع $_٣$ علاقة أكبر من على المجموعة سـ.

....

٤. ع $_٤$ = { (٢، ١) ، (٢، ٢) ، (١، ٢) }.

....

ثالثاً: العلاقة المتعدية (الانتقالية):

نقول عن العلاقة ع أنها متعدية على سـ إذا كان:

لكل (أ ، ب) ، (ب ، جـ) ∈ ع ، فإن (أ ، جـ) ∈ ع ، حيث أ ، ب ، جـ ∈ سـ.

فعل الشرط   جواب الشرط

- فنركز على الأزواج المرتبة المختلفة في المساقط فقط ولا يهمنا الأزواج المتساوية في المساقط لأنها بالأصل تحقق الشرط.
- في هذه العلاقة يوجد لدينا فعل شرط وجواب شرط، فإذا وجد الجواب ولم يوجد الفعل تكون العلاقة متعدية والعكس غير صحيح.

ملاحظة:

- نقول عن العلاقة ع أنها غير متعدية على س إذا وجد زوجان مرتبان (أ ، ب) ، (ب ، جـ) ∈ ع ، ولكن (أ ، جـ) ∉ ع ، حيث أ ، ب ، جـ ∈ س.
- تمثل العلاقة إما بمخطط سهمي أو تمثل بيانياً.

تدريب (٢):

إذا كانت س = { أ، ب ، ج ، د } ، فبين أياً من العلاقات التالية تمثل علاقة متعدية مع ذكر السبب ومثلها بيانياً:

١. ع١ = { (أ، أ) ، (ب، ب) ، (ج، ج) ، (د، د) }.

....

٢. ع٢ = { (أ ، ب) ، (ب ، أ) ، (ج ، أ) }.

....

٣. ع٣ = { (ج ، د) }.

....

٤. ع٤ = { (أ، أ) ، (د ، د) ، (ب ، أ) ، (أ ، د) ، (ب ، د) ، (د ، ب) }.

....

٥. ع٥ = س × س.

....

تدريب (٣):

إذا كانت ل = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }، ع علاقة على المجموعة ل، حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ل ، أ + ب عدداً فردياً }،
فهل ع علاقة متعدية ؟ لماذا ؟ - ارسم المخطط السهمي والبياني لهذه العلاقة.

....

....

....

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

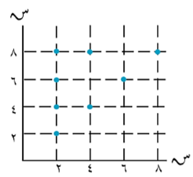
ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. إذا كانت ع علاقة على المجموعة س ،و كانت ع ={ (أ ، أ) ، أ ∈ ط } ، فإن ع تمثل علاقة انعكاسية.	◯	◯
٢. لكل (أ ، ب) ∈ ع ،فإن (ب ، أ) ∈ ع يمثل شرط العلاقة المتعدية.	◯	◯
٣. علاقة " < " تمثل علاقة متناظرة.	◯	◯
٤. إذا كانت س= { ٢ ، ٣ ، ٤ } ،وكانت ع ={ (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) }علاقة على س ، فإن ع علاقة انعكاسية.	◯	◯
٥. علاقة " = " تمثل علاقة متعدية ومتناظرة وانعكاسية في آنٍ واحد.	◯	◯
٦. علاقة ك × ك على المجموعة ك = { ٢ ، ٥ ، ١١ } تمثل علاقة متعدية وانعكاسية فقط.	◯	◯
٧. العلاقة { (أ ، ب): أ ، ب ∈ ط ، أ + ب عدداً فردياً } تمثل علاقة متعدية على ط.	◯	◯
٨. علاقة ((يقسم)) علاقة متناظرة على مجموعة الأعداد الصحيحة.	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

٩. من خلال الشكل، ع تمثل علاقة متعدية فقط. 	◯ ◯
١٠. العلاقة { (أ ، ب) : $أ^٢ = ب^٢$ ، أ ، ب ∋ ط } تمثل علاقة متعدية وانعكاسية ومتناظرة.	◯ ◯
١١. علاقة التطابق تمثل علاقة انعكاسية على مجموعة الأشكال الهندسية.	◯ ◯
١٢. إذا كانت { (١ ، ٢) ، (٢ ، ص) } علاقة متعدية على ط ، فإن قيمة ص = ١.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. إذا كانت { (أ ، ب) : أ + ب = ٠ ، أ ، ب ∋ صـ } علاقة على مجموعة الإعداد الصحيحة، فإن ع تمثل .... على صـ:			
١	علاقة يساوي.	٣	علاقة انعكاسية.
٢	علاقة متناظرة.	٤	علاقة متعدية.
٢. أحد العلاقات التالية لا تمثل علاقة متعدية على ط:			
١	{ (١ ، ٢) }.	٣	{ (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٥) }.
٢	علاقة أصغر من.	٤	{ (٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣) }.
٣. أحد العلاقات التالية تمثل علاقة متعدية ....:			
١	علاقة المتممة على مجموعة الزوايا.	٣	علاقة التشابه على مجموعة الأشكال الهندسية.
٢	علاقة المكملة على مجموعة الزوايا.	٤	علاقة أب.
٤. علاقة المتممة على مجموعة الزوايا تمثل علاقة:			
١	انعكاسية.	٣	متناظرة.
٢	متعدية.	٤	لا شيء مما سبق.
٥. إذا كان (ل ، م) ، (م ، هـ) ∋ ع ، فإن (ل ، هـ) ∋ ع ، يعتبر شرط العلاقة:			
١	الانعكاسية.	٣	المتناظرة.
٢	المتعدية.	٤	لا شيء مما سبق.
٦. لكل أ ∋ سـ ، فإن (أ ، أ) ∋ ع ، يعتبر شرط العلاقة:			
١	الانعكاسية.	٣	المتناظرة.
٢	المتعدية.	٤	لا شيء مما سبق.
٧. من خلال الرسم البياني في الشكل المجاور، أجب عن الأسئلة التالية: 			
أ. تكتب المجموعة سـ بطريقة السرد سـ = ... :			
١	{ ٢ ، ٤ ، ٨ }.	٣	{ ٨ ، ٤ ، ٦ } .
٢	{ ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ }.	٤	{ ٦ ، ٨ ، ٤ }.
ب. تكتب العلاقة كأزواج مرتبة ع = ...:			
١	{(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٨) ، (٤ ، ٤) (٤ ، ٨) ، (٦ ، ٦) ، (٨ ، ٨) }.	٣	{(٢ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٢) ، (٨ ، ٢) ، (٤ ، ٤) (٨ ، ٤) ، (٦ ، ٦) ، (٨ ، ٨) }.
٢	{(٢ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، (٦ ، ٦) ، (٨ ، ٨)}.	٤	{(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٨) ، (٤ ، ٤)}.
ج. تمثل العلاقة التي في الرسم البياني علاقة ....:			
١	انعكاسية ومتناظرة.	٣	متناظرة ومتعدية.
٢	متعدية وانعكاسية.	٤	أكبر من أو يساوي.
٨. تعتبر العلاقة المتعدية نوع من أنواع العلاقات ....:			
١	من مجموعة إلى أخرى.	٣	من مجموعة إلى نفسها.
٢	الإجابتين (١ ، ٢) معاً.	٤	لا شيء مما سبق.

الدرس الرابع: علاقة التكافؤ.

- نقول عن أي علاقة أنها علاقة تكافؤ إذا كانت العلاقة انعكاسية ومتناظرة ومتعدية في آنٍ واحد.
- ونقول عن أي علاقة أنها ليست علاقة تكافؤ إذا لم تكن العلاقة انعكاسية أو متناظرة أو متعدية.

تدريب (١):

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ } ، فبين أياً من العلاقات التالية تمثل علاقة تكافؤ مع ذكر السبب:

١. ع$_1$ = { (١، ١) ، (٢، ٣) ، (٣، ٢) ، (٥، ٢) }.

....

....

٢. ع$_2$ علاقة يساوي على المجموعة سـ.

....

....

٣. ع$_3$ علاقة أكبر من على المجموعة سـ.

....

....

٤. ع$_4$ = { (٢، ١) ، (٢، ٢) ، (١، ٢) }.

....

....

تدريب (٢):

بين نوع العلاقات الموضحة بالمخططات السهمية التالية:

لكي تقوم بحل هذا التمرين عليك أولاً كتابة عناصر كل مجموعة ثم كتابة العلاقة كأزواج مرتبة.

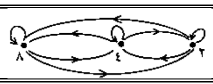
إعداد: هلا المولجي

علاقات هامة :

العلاقة	علاقة انعكاسية	علاقة متناظرة	علاقة متعدية	علاقة تكافؤ
علاقة يساوي (=) على مجموعات الأعداد	✓	✓	✓	✓
علاقة أكبر من (>) على مجموعات الأعداد	✗	✗	✓	✗
علاقة أصغر من (<) على مجموعات الأعداد	✗	✗	✓	✗
علاقة أكبر من أو يساوي (≥) على مجموعات الأعداد	✓	✗	✓	✗
علاقة أصغر من أو يساوي (≤) على مجموعات الأعداد	✓	✗	✓	✗
علاقة يوازي (‖) على المستقيمات	✓	✓	✓	✓
علاقة التطابق (≅) على الأشكال	✓	✓	✓	✓
L,علاقة التعامد (⊥) على المستقيمات	✗	✓	✗	✗
علاقة يقسم (÷) على مجموعات الأعداد التي تحتوي على العدد صفر	✗	✗	✓	✗
علاقة أخ أو أخت	✗	✓	✓	✗
علاقة أب أو أم	✗	✗	✗	✗

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. إذا كانت ص = { أ ، ب ، ج } ، فإن ص × ص تمثل علاقة تكافؤ.	◯	◯
٢. إذا كانت ص = { أ ، ب ، ج } ، فإن العلاقة ع = { (أ ، ب) ، (ب ، أ) } تمثل علاقة تكافؤ.	◯	◯
٣. تكون أي علاقة ع علاقة تكافؤ إذا كانت انعكاسية.	◯	◯
٤. علاقة التطابق (≅) تعتبر علاقة تكافؤ.	◯	◯
٥. من خلال الشكل المجاور العلاقة ع تمثل علاقة تكافؤ. 	◯	◯
٦. إذا كانت العلاقة تمثل تكافؤ فإنها علاقة متعدية.	◯	◯
٧. إذا كانت العلاقة متناظرة فإنها تكون علاقة تكافؤ.	◯	◯
٨. إذا كانت ع = { (أ ، أ) : أ ∈ ص } ، حيث ص = { ١ ، ٢ ، ٤ }، فإن ع علاقة تكافؤ.	◯	◯
٩. إذا كانت ع = { (أ ، ب) ، أ - ب = ١٠ ، أ ، ب ∈ ط } ، فإن ع تمثل علاقة متناظرة وليست علاقة تكافؤ.	◯	◯
١٠. إذا كانت ع علاقة على ط حيث كانت العلاقة ارتباط كل عنصر بنفسه، فإنها تعتبر علاقة تكافؤ.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. لتكون العلاقة علاقة التكافؤ لا بد أن تكون علاقة ....:

١	انعكاسية ومتناظرة.	٣	متناظرة ومتعدية.
٢	متعدية أو انعكاسية أو متناظرة.	٤	انعكاسية ومتناظرة ومتعدية.

٢. العلاقة { (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، ... } على ط تعتبر علاقة ....:

١	انعكاسية ومتناظرة فقط.	٣	متناظرة ومتعدية فقط.
٢	متعدية فقط.	٤	تكافؤ.

٣. إذا كانت ع = { (أ ، ب) : أ + ب = ٦ ، أ ، ب ∋ ط } ، فإن ع تمثل علاقة على ط علاقة ....:

١	انعكاسية.	٣	متناظرة.
٢	متعدية.	٤	تكافؤ.

٤. أحد العلاقات التالية تمثل علاقة تكافؤ على مجموعات الأعداد ....:

١	علاقة أكبر من.	٣	علاقة أصغر من.
٢	علاقة يوازي.	٤	علاقة تقاطع.

٥. أحد العلاقات التالية لا تمثل علاقة تكافؤ ....:

١	علاقة التشابه على مجموعة الأشكال الهندسية.	٣	علاقة التوازي على مجموعة المستقيمات.
٢	علاقة التطابق على مجموعة الأشكال الهندسية.	٤	علاقة يقسم على مجموعة الأعداد.

٦. أحد العلاقات التالية تمثل علاقة تكافؤ على سـ = { ٣ ، ٤ ، ١ } ....:

١	{ (١ ، ١) }.	٣	{ (٣ ، ٤) }.
٢	{ (أ ، ب) : أ ≥ ب ، أ ، ب ∋ سـ }.	٤	{ (أ ، ب) : أ = ب ، أ ، ب ∋ سـ }.

٧. إذا كانت ع = { (أ ، ب) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) } ،لكي تكون علاقة تكافؤ على سـ = { ١ ، ٢ } ،فإن (أ ، ب)=..:

١	(١ ، ٢).	٣	(٢ ، ١).
٢	(١ ، ١).	٤	(٢ ، ٢).

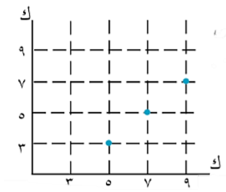
٨. العلاقة { (٠ ، ٠) } تمثل علاقة تكافؤ على المجموعة .... :

١	{ ١ ، ٠ ، ٢ }.	٣	{ ١ ، ٤ ، ٠ }.
٢	{ ٧ ، ٠ ، ١ }.	٤	{ ٠ }.

٩. علاقة يقسم تمثل علاقة انعكاسية على المجموعة ....:

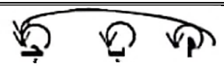
١	{ ٠ ، ٢ ، ١ }.	٣	ط .
٢	{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٠ } .	٤	مجموعة الأعداد المحصورة بين ٩ و ٢٠.

١٠. من خلال الشكل المجاور ، العلاقة ع تمثل علاقة ....:



١	انعكاسية.	٣	متماثلة.
٢	انتقالية.	٤	تكافؤ.

أسئلة وزارية على درسي (العلاقة المتعدية وعلاقة التكافؤ)

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح خطأ
١. إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ } ، ع = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) } ، فإن ع علاقة تكافؤ سـ.	◯ ◯
٢. إذا كانت المجموعة صـ = { أ ، ب ، جـ } فإن العلاقة  تكافؤ على صـ.	◯ ◯
٣. إذا كانت سـ = { -١ ، ١ ، ٢ } ، فإن ع = { (أ ، أ) : أ ∋ سـ } علاقة تكافؤ سـ.	◯ ◯
٤. علاقة " يوازي " على مجموعة المستقيمات تمثل علاقة تكافؤ.	◯ ◯
٥. ٢ جا ٤٥ جتا ٤٥ = ١.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . المخطط السهمي المجاور يمثل علاقة ....:

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

ب . علاقة" < " على مجموعة الأعداد الصحيحة علاقة ....:

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

جـ. سـ = { أ ، ب ، جـ ، د } عرفت عليها العلاقة ع = { (ب ، جـ) }، فإن العلاقة ع تكون ....:

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

د. إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ع = { (١ ، ٣) }، فإن ع علاقة ....:

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

هـ. إذا كانت سـ = { أ ، ب } ، ع = { (أ ، ب) }، فإن ع علاقة ....:

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

و . إذا كانت ع = { (أ ، ب) : أ < ب ، أ ، ب ∈ سـ } ، حيث سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، فإن ع علاقة :

١. انعكاسية.	٢. متناظرة.	٣. متعدية.	٤. تكافؤ

مهما تعددت الطرق إلى النجاح اسلكها جميعها

الدرس الخامس: التطبيق.

التطبيق مسمى أتى من العلاقات بين المجموعات، فكل تطبيق يعتبر علاقة لكن ليس كل علاقة تمثل تطبيق.

مفهوم التطبيق:

التطبيق من المجموعة سـ إلى المجموعة صـ هو العلاقة التي تربط كل عنصر من سـ بعنصر واحد فقط من صـ.

مكونات التطبيق:

⇦ **مجال التطبيق:** يسمى بالمنطلق فينطلق سهم المخطط السهمي منه ليس إليه ومكانه في الأزواج المرتبة في المسقط الأول.

⇦ **المجال المقابل للتطبيق:** يسمى بالمستقر فيستقر سهم المخطط السهمي إليه.

⇦ **مدى التطبيق:** هو مجموعة صور عناصر المجال ومكانه في الأزواج المرتبة في المسقط الثاني.

⇦ **قاعدة التطبيق:** هي العلاقة التي تربط كل عنصر من المجال بصورته في المجال المقابل.

يعبر عن قاعدة التطبيق ت : م ← ل بصورتين فإذا اعتبرنا أن (أ) هو عنصر من مجال التطبيق، ٢ أ هي صورته فنعبر عنه في القاعدة كالتالي:

أ ↤ ٢ أ	أو	ت (أ) = ٢ أ

ملاحظة: - يعتبر المدى مجموعة جزئية من المجال المقابل ولا يساويه إلا في بعض الحالات.
- قد يساوي المدى المجال أو قد يكون جزء منه في حالة أن التطبيق من مجموعة إلى نفسها.
- يمثل التطبيق دائماً كأزواج مرتبة.

تدريب (١):

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ } ، فبين أياً من العلاقات على سـ تمثل علاقة تطبيق مع ذكر السبب:

١. ع ١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٢) }.

....

٢. ع ٢ علاقة يساوي على المجموعة سـ.

....

٣. ع ٣ علاقة أكبر من على المجموعة سـ.

....

٤. ع ٤ = { (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (١ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٣) }.

....

تدريب (٢):

من خلال التدريب السابق حدد ما يلي لما يمثل منها تطبيق، ثم مثل كل تطبيق بالمخطط السهمي والرسم البياني:
١. عناصر المجال. ٢. عناصر المجال المقابل. ٣. عناصر المدى. ٤. قاعدة التطبيق.

....

....

....

....

....

تدريب (٣) :

إذا كانت ت (س) = ٢س - ١ . ، وكانت عناصر المجال = { س : س ∈ ط ، ٣ < س < ٧ }، وعناصر المجال المقابل هي مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ٨ و ١٥ ، فأجب عما يلي:

١. أوجد صورة كل عنصر، ثم اكتبها كأزواج.

٢. اكتب عناصر المدى.

٣. مثل التطبيق بالمخطط السهمي والرسم البياني.

....

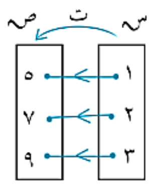
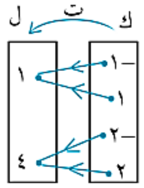
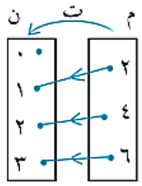
....

....

....

....

تدريب (٤): أكمل الجدول التالي:

المخطط السهمي			
عناصر المجال			
عناصر المجال المقابل			
عناصر المدى			
عناصر التطبيق			
قاعدة التطبيق			

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ضع (صح) أو (خطأ) فيما يلي:

	صح	خطأ
١. التطبيق هو علاقة تربط عنصر من عناصر المجال بعنصر وحيد من المجال المقابل.	◯	◯
٢. يُسمى مجال التطبيق بـ " المستقر ".	◯	◯
٣. يُسمى المجال المقابل للتطبيق بـ " المنطلق ".	◯	◯
٤. المدى مجموعة جزئية من مجال التطبيق.	◯	◯
٥. قاعدة التطبيق عبارة عن علاقة تربط عناصر المجال بصورتها من المجال المقابل.	◯	◯
٦. العلاقة { (١ ، ١) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) } لا تمثل علاقة تطبيق على المجموعة { ١ ، ٢ }.	◯	◯
٧. إذا كانت ت : ط ← ط معرفاً بالقاعدة أ ↤ أ^{٢} + ٢، فإن ت (٤) = ٢٠.	◯	◯

٨. إذا كان ت = { (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٥) } ، فإن المدى = { ٣ ، ٤ ، ٥ }.	◯ ◯
٩. إذا كان ت = { (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٥) } ، فإن عناصر مجال التطبيق = { ٣ ، ٢ ، ٤ }.	◯ ◯
١٠. تمثل علاقة (=) تطبيقاً على المجموعة نفسها.	◯ ◯
١١. تمثل علاقة أكبر من أو يساوي تطبيقاً على المجموعة نفسها.	◯ ◯
١٢. ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∋ سـ ، أ = ٢ ب } علاقة على سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } تمثل تطبيقاً.	◯ ◯

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

١. إذا كانت سـ = { ٣ ، ٤ } ،صـ = { ١٢ ، ١٠ ، ٨ } ، و كان ت : سـ ← صـ معرفاً بالقاعدة ب ↤ ٢ ب + ٢ ، فإن المدى = ...:

١	{ ١٢ ، ١٠ ، ٨ }.	٣	{ ٦ ، ٨ }.
٢	{ ١٢ ، ١٠ }.	٤	{ ١٠ ، ٨ }.

٢. مجموعة صور المجال يسمى بـ ....:

١	مجال التطبيق.	٣	المجال المقابل للتطبيق.
٢	مدى التطبيق.	٤	قاعدة التطبيق.

٣. أحد العلاقات التالية على صـ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } تمثل تطبيقاً ....:

١	{ (٢ ، ٢) }.	٣	{ (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٢) }.
٢	{ (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٥ ، ٢) }.	٤	{ (٢ ، ٢) ، (٥ ، ٢) }..

٤. إذا كانت ك = { ٢ ، ٣ ، ٦ } ، وكان ت : ك ↤ ك ، حيث المدى = { ٤ ، ٥ ، ٨ } ، فإن ت (أ) = ...:

١	٢ أ.	٣	أ + ٢.
٢	أ - ٢.	٤	أ^{٢}.

٥. إذا كان ت : ل ↤ ل ، وكان المدى = { ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ } ، حيث ت (أ) = أ^{٢} ، فإن ل = ...:

١	{ ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }.	٣	{ ٤ ، ٥ }.
٢	{ ٤ ، ٥ ، ٦ }.	٤	{ ٤ ، ٥ ، ٧ }.

٦. إذا كان ت : ع ↤ ع ، وكانت ع = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، حيث ت (أ) = أ ، فإن ت (٢) = ...:

١	٢.	٣	٣.
٢	٤.	٤	٥.

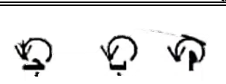
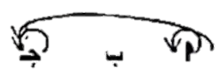
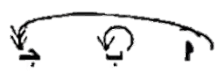
٧. أحد العلاقات التالية تمثل تطبيقاً على م = { ٣ ، ٤ ، ٥ } .... :

١	{ (أ ، ب) : أ ، ب ∋ م ، أ = ب }.	٣	{ (أ ، ب) : أ ، ب ∋ م ، أ > ب }.
٢	{ (أ ، ب) : أ ، ب ∋ م ، أ = ب + ١ }.	٤	{ (أ ، ب) : أ ، ب ∋ م ، أ = ب - ١ }.

٨. إذا كان ت = { (٤ ، ٦٤) ، (٥ ، ١٢٥) } ، فإن قاعدة التطبيق هي ت (ب) = ...:

١	٣ ب.	٣	ب^{٣}.
٢	٣ ب^{٣}.	٤	ب.

٩. ٢ أياً من العلاقات في الأشكال التالية تمثل تطبيقاً ....:

١		٣	
٢		٤	

١٠. أحد العبارات التالية تعتبر صحيحة بالنسبة لعلاقة التطبيق ....:

١	كل عنصر من المجال يرتبط بكل عنصر من المجال المقابل.	٣	خروج سهمين من أي عنصر في المجال.
٢	المدى يساوي المجال المقابل.	٤	كل عنصر من المجال يرتبط بعنصر وحيد من المجال المقابل.

<u>**أسئلة وزارية**</u>

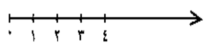
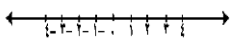
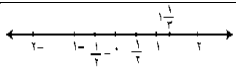
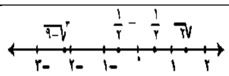
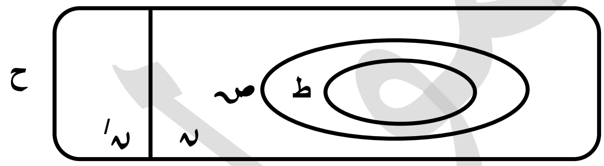
ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . العلاقة التي تربط كل عنصر من عناصر المجال بصورته في المجال المقابل تسمى ....:			
١. منطلق العلاقة.	**٢. مدى التطبيق.**	**٣. قاعدة التطبيق.**	**٤. مستقر التطبيق.**
ب. لتكن سـ = { -١ ، ١ }، وعرف التطبيق ت : سـ ← ح بالعلاقة ت (س) = س^{٢}-١، فإن المدى = ...:			
١. {-١ }.	**٢. { ١ ، ٠ }.**	**٣. { ٠ }.**	**٤. {-١ ، ٠ }.**
ج. قاعدة التطبيق التي تربط كل عنصر من مجموعة بمربع ضعفه هي ت (س) = ...:			
١. ٢ س^{٢}.	**٢. (س + ٢)^{٢}.**	**٣. ٤ س.**	**٤. ٤ س^{٢}.**
د. العلاقة من سـ إلى صـ والتي تربط كل عنصر من سـ بعنصر واحد فقط من صـ تسمى ....:			
١. مجموعة.	**٢. مخطط.**	**٣. تطبيق.**	**٤. شكل فن.**
و. إذا كان ت: سـ ← سـ ، معرفاً بالقاعدة ت (س) = $\frac{١}{٢}$س + ١ ، حيث سـ= { -٢ ، ٢ }، فإن المدى = ...:			
١. {-١ ، ٢ }.	**٢. { ١ ، ٢ }.**	**٣. { ٢ ، ٠ }.**	**٤. { ٠ ، ١ }.**
هـ. إذا كان ت: ح ← ح تطبيق معرف بالقاعدة ت (أ) = أ^{٢} ، فإن ت (-١) = ...			
١. -١.	**٢. ١.**	**٣. ٢ .**	**٤. -٢.**

لكي تصل إلى ما تريده أشعل العزيمة بداخلك

الدرس السادس: مجموعة الأعداد الحقيقية.

سنلخص مجموعات الأعداد في جدول كالتالي.

أوجه المقارنة	مجموعة الأعداد الطبيعية	مجموعة الأعداد الصحيحة	مجموعة الأعداد النسبية	مجموعة الأعداد الحقيقة
رمز المجموعة	ط	ص	ن	ح
كتابة المجموعة	{ ٠، ١ ، ٢ ، ...}	{ ... ، -٢، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... } = $ص^- \cup \{ ٠ \} \cup ص^+$	{ $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }	ن ∪ ن'
شروط المجموعة	• ليس لها إشارة. • ليس لها علامة كسر. • ليس لها علامة عشرية.	• لها إشارة سالبة أو موجبة. • ليس لها علامة كسر. • ليس لها علامة عشرية.	• لها إشارة سالبة أو موجبة. • قد يكون لها علامة كسر. • قد يكون لها علامة عشرية. • قد تكون منتهية أو دورية.	• لها إشارة سالبة أو موجبة. • قد يكون لها علامة كسر. • قد يكون لها علامة عشرية. • قد تكون منتهية أو دورية أو غير منتهية أو جذور صماء.
أمثلة	١ ، ٢ ، ٢٥ ، ٠	-٢ ، ٢٢ ، -١٠٠	١,٢ ، ١ ، -$\frac{٤}{٨}$ ، ٠	-٢,٥ ، ٣ ، $\sqrt{٢}$ ، $\overrightarrow{١٢,١٢}$ ، π
تمثيل المجموعة على خط الأعداد				
شكل فن				

ملاحظات:

- العدد غير النسبي هو الذي لا يمكن كتابته بصورة $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠.
- الجذور الصماء ($\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، ...) والعدد التقريبي (π ≈ ٣,١٤ ≈ $\frac{٢٢}{٧}$) تعتبر أعداد حقيقية غير نسبية.
- لمعرفة العدد غير النسبي غير المنتهي يوضع له سهم مثلاً : ($\rightarrow$ ١٢,١٢).
- العدد النسبي الدوري عبارة عن عدد يتكرر فيه ظهور رقم أو رقمين أو أكثر أثناء عملية القسمة مثل: (١١,١$\overline{٤}$).
- العدد النسبي المنتهي عبارة عن عدد ناتج عن عملية قسمة منتهية.

تدريب (١): حدد مجموعات الأعداد لما يلي:

٣,٢ : .... $\frac{٩}{٣}$: ....

$\sqrt{٤}$: .... $\sqrt{-٩}$: ....

-١٠٠ : .... $\sqrt[٣]{-٨}$: ....

$\rightarrow$ ٧,١٥٢ : .... $\frac{\sqrt{٥٠}}{\sqrt{٢}}$: ....

$\frac{٣}{٧}$: .... ٢٤,٢$\overline{٧٩}$: ....

إعداد: هلا المولجي

بعض القيم التقريبية للجذور الصماء:

$\sqrt{٢} \approx ١,٤١٤$. $\sqrt{٣} \approx ١,٧٣٢$. $\sqrt{٥} \approx ٢,٢٣٦$. $\sqrt{٧} \approx ٢,٦٤٥$.

تدريب (٢): مثّل الأعداد التالية على خط الأعداد:

-٢ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١٥}{٣}$ ؛ $-\sqrt{٣}$ ، π

كتابة المجموعات الجزئية من ح وتمثيلها:

يتم كتابتها على شكل فترات، وهناك أنواع لهذه الفترات وسيتم تفصيلها من خلال المخطط السهمي التالي:

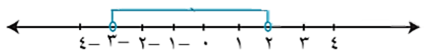
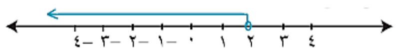
أنواع الفترات

- فترات محددة
  - مغلقة: [أ، ب] = { س:س ∈ ح ، أ ≤ س ≤
  - مفتوحة:] أ، ب[= { س:س ∈ ح ، أ < س < ب}
  - نصف مغلقة أو نصف مفتوحة: [أ، ب[= { س:س ∈ ح ، أ ≤ س < ب}
    أو
    ] أ، ب] = { س:س ∈ ح ، أ < س ≤ ب}
- فترات غير محددة
  - محددة من أعلى مغلقة:] - ∞، أ] = { س:س ∈ ح ، س ≤
  - محددة من أعلى مفتوحة:] - ∞، أ[= { س:س ∈ ح ، س <
  - محددة من أسفل مغلقة: [أ، +∞[= { س:س ∈ ح ، س ≥ أ}
  - محددة من أسفل مفتوحة:] أ، +∞[= { س:س ∈ ح ، س > أ}

ملاحظات:

١. من خلال المخطط السهمي :
٢. أ يسمى بالحد الأدنى للفترة وهو العدد الأصغر.
٣. ب يسمى بالحد الأعلى للفترة وهو العدد الأكبر.
٤. وجود علامة يساوي يدل على أنها مغلقة سواء في الحد الأدنى أو الأعلى أو كليهما.
٥. وجود علامة يساوي يجعلنا نمثل النقطة بدائرة مظللة (●)على خط الأعداد وهذا يعني انتماء النقطة إلى الفترة.
٦. عدم وجودها علامة يساوي يجعلنا نمثلها بدائرة مفتوحة (ο) على خط الأعداد وهذا يعني عدم انتماء النقطة إلى الفترة.
٧. تقرأ العلامة (∞) بـ: ما لا نهاية وتكون علامة الفترة من جهتها مفتوحة.
٨. موجب ما لا نهاية تأتي مع علامة أكبر ، وسالب ما لا نهاية تأتي علامة أصغر.

تدريب (٢): أكمل الجدول التالي:

الفترة	الصفة المميزة للفترة	تمثيلها على خط الأعداد
[٣ ، ٧]		
	{س : س ∋ ح ، -٢ > س ≥ ١,٥}	
	{س : س ∋ ح ، -١ > س }	
		
		
] ٧، + ∞ [		

تحديد انتماء الجذور الصماء للفترات:

نحدد أقرب كمية مربعة قبل هذا العدد وبعده ثم نوجد الجذور التربيعية لكلٍ منها وستكون حتماً قيمة الجذر الصم بينها لكن إذا كان الحد الأدنى سالباً فتكون الكمية المربعة قبله هي الصفر.

مثال: هل √٣٢ ∋ [٥ ، ٦]؟

الحل: ١. أصغر كمية مربعة قبل ٣٢ هي ٢٥ ، والجذر التربيعي لها = ٥

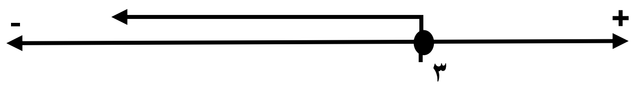
٢. أكبر كمية مربعة بعد ٣٢ هي ٣٦ ، والجذر التربيعي لها = ٦.

٣. ستكون قيمة √٣٢ بين ٥ و ٦.

إذن: √٣٢ ∋ [٥ ، ٦].

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. كل عدد صحيح هو عدد حقيقي والعكس غير صحيح.	◯	◯
٢. كل عدد غير نسبي هو عدد حقيقي والعكس صحيح.	◯	◯
٣. √٣ ∋ ح.	◯	◯
٤. √٣ ∋ [٠ ، ٢].	◯	◯
٥. { س : س ∋ ح ، ٢ > س } = [٢ ، + ∞ [.	◯	◯
٦. [٣ ، ٥] = { س : س ∋ ح ، ٣ > س ≥ ٥ }.	◯	◯
٧. π يعتبر عدد نسبي.	◯	◯
٨. { ٤ ، ٥ } = { س : س ∋ ط ، ٤ > س > ٥ }.	◯	◯
٩. { س : س ∋ ح ، ٢ > س > ٣ } = Ø.	◯	◯
١٠. الشكل المجاور يمثل الفترة] - ∞ ، ٣]. 	◯	◯
١١. ٧٦,٢٣١ ← عدد غير نسبي و عدد صحيح.	◯	◯
١٢. العدد الدوري المنتهي عدد حقيقي.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. أياً من التالي يمثل عدد غير نسبي ....:

١	-٣.	٣	-√٣ .
٢	٣,١١٢.	٤	١,$\overline{١٤١}$.

٢. أياً من التالي يمثل عدد نسبي ....:

١	١,٢٣٤٢→.	٣	π.
٢	√٢٣ .	٤	-١٢,٣.

٣. الفترة التي تمثل المجموعة { س : س ∈ ح ، -٣ ≥ س < ٣ } ....:

١	[-٣ ، ٣].	٣	[-٣ ، ٣ [.
٢	] -٣ ، ٣].	٤	] -٣ ، ٣ [.

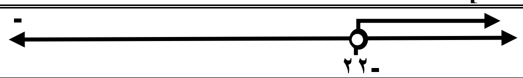
٤. إذا كانت س ∈ { س : س ∈ ح ، -٣ ≥ س < ١٢ } ، فإن قيمة س قد تكون ....:

١	١٢.	٣	-٣.
٢	١٣.	٤	-٤.

٥. إذا كانت] أ ، ب [⊂ { س : س ∈ ح ، -٣ ≥ س < ١٢ } ، فإن] أ ، ب [قد تكون ....:

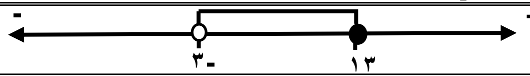
١	] ١ ، ١٤ [.	٣	] -١ ، ١٤ [.
٢	] -٢ ، ٢ [.	٤	] -٢ ، ١٢ [.

٦. من خلال الشكل المجاور، الفترة الممثلة على خط الأعداد هي ....:



١	] -∞ ، -٢٢ [.	٣	]- ٢٢ ، +∞ [.
٢	] -∞ ، -٢٢].	٤	[- ٢٢ ، +∞ [.

٧. من خلال الشكل المجاور، الفترة الممثلة على خط الأعداد هي ....:



١	] -٣، ١٣ [.	٣	[-٣، ١٣ [.
٢	] -٣، ١٣].	٤	[-٣، ١٣].

٨. أحد الأعداد التالية ينتمي إلى جميع مجموعات الأعداد (ط ، ص ، ن ، ح) ....:

١	١,٢.	٣	-٢.
٢	√٤ .	٤	√١١ .

٩. مجموعة الأعداد الحقيقية المحصورة بين ٩ و ١١ تمثل بفترة ....:

١	محددة ومغلقة.	٣	غير محددة ومغلقة من طرف.
٢	محددة ومفتوحة.	٤	غير محددة ومفتوحة.

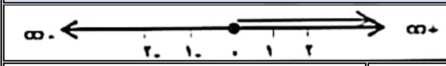
١٠. مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٢٢ تمثل بفترة ....:

١	محددة ومغلقة.	٣	غير محددة ومغلقة من طرف.
٢	محددة ومفتوحة.	٤	غير محددة ومفتوحة.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . الشكل المجاور، يمثل الفترة ....:



١.] -∞ ، ٠ [.	٢.] -∞ ، ٠].	٣. [٠ ،+∞ [.	٤.] ٠ ،+∞ [.

ب. العدد ٣ ينتمي إلى الفترة ....:

١.] ٣ ، ٥[.	٢. [٠ ، ٣[.	٣.] -٣ ، ٣[.	٤.] ٢ ، ٥[.

ج. المجموعة { س : س ∈ ح ، س ≥ -٣ }، تمثل كفترة ....:

١.] -٣ ،+∞ [.	٢.] -∞ ، -٣[.	٣. [-∞ ، -٣[.	٤.] -٣ ،+∞ [.

ستحقق ما تريده إذا سعيت لذلك ... وإن سعيك سوف يُرى ...

إعداد: هلا المولجي

الدرس السابع: التطبيق الخطي.

تم الأخذ سابقاً تطبيق من المجموعة سـ إلى نفسها (ت : سـ ← سـ)، وهناك تطبيقات تقتصر على مجموعات الأعداد، منها: ت : ط ← ط ، ت: صـ ← صـ ، ت: ن ← ن ، ت: ح ← ح ، ت: ط ← ح ، ت: ن ← ح ....

التطبيق الخطي:

شروط التطبيق الخطي:

١. يجب أن يكون التطبيق تطبيق من ح إلى ح (ت: ح ← ح).

٢. لابد أن تكون قاعدته معادلة من الدرجة الأولى : ت (س) = أ س + ب ، حيث أ ، ب ∋ ح.

ملاحظات على التطبيق الخطي:

١. التطبيق الخطي من المستحيل أن يأتي بصورة يكون متغيرها: (كسري ، جذري ، أسي أسه أكبر من ١).

٢. لا مانع من أن تأتي الأعداد (الجذرية والكسرية) في قاعدة التطبيق باعتبارها أعداد حقيقية.

٣. يمثل التطبيق الخطي في بيانياً كخط مستقيم متصل دائماً، ولا يأتي كمنحى أو غير ذلك.

٤. قد تكون قاعدة التطبيق مساوية لعدد فقط (ت(س) = ب ، حيث أ ، ب ∋ ح).

تدريب (أ): حدد أي القواعد التالية تمثل قاعدة لتطبيق خطي ، مع ذكر السبب:

١. ت (ص) = ص + ١ : ....

٢. ت (س) = $\frac{٩}{س}$ × س - ٢ س : ....

٣. ت (س) = ٢٣ - $\sqrt{س}$: ....

٤. ت (أ) = $\sqrt{أ^{٢}}$ - ٢: ....

٥. ت (ع) = ٢ $ع^{٢}$ + ٢٤: ....

٦. ت (ن) = ١٢: ....

٧. ت (ل) = $\frac{٣}{٧}$ل - ١: ....

٨. ت (س) = ٢,٧ : ....

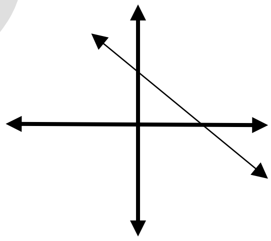
حالات خاصة للتطبيق الخطي:

ت (س) = أ س + ب

إذا كان أ و ب ≠ صفر

ت (س) = أ س + ب.

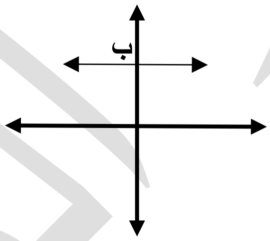
يقطع المحورين



إذا كان أ = صفر

ت (س) = ب

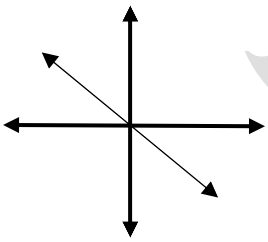
يوازي محور السينات



إذا كان ب = صفر

ت (س) = أ س

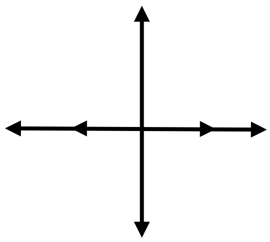
يمر بنقطة الأصل



إذا كان أ = ب = صفر

ت (س) = صفر

يوازي محور السينات وينطبق عليه



ملاحظة: - في الحالة (ت (س) = ب) المدى = {ب} دائماً.

- في الحالة (ت (س) = صفر) المدى = {صفر} دائماً.
- في بقية الحالات المدى = ح.

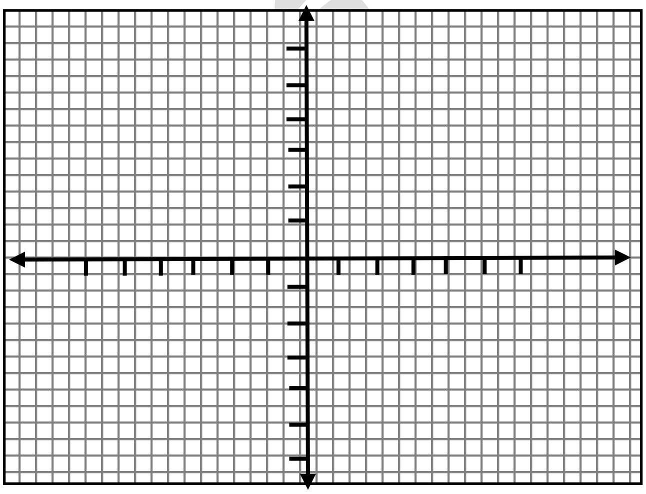
تدريب (٢): أجب عن التالي: إذا كانت قاعدة التطبيق ت (أ) = ٢ أ + ٣:

١. هل القاعدة قاعدة تطبيق خطي؟

٢. مثل التطبيق بيانياً.

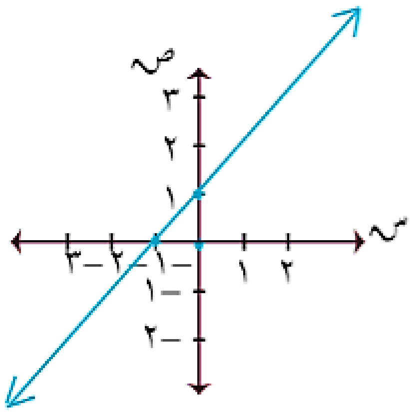
٣. حدد علاقة التطبيق مع المحاور.

٤. أي النقاط التالية تنتمي إلى التطبيق: (١، ٣) ، (٠ ، ٣) ، (- $\frac{١}{٢}$ ، ٢) ، (-١ ، ١) ، (٢ ، ٣).



إعداد: هلا المولجي

تدريب (٣): من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي:



١. أوجد إحداثي نقطتي التقاطع مع محور السينات، ومحور الصادات.

....

٢. أي القاعدتين التاليتين تعتبر قاعدة للتطبيق الخطي المرسوم جانباً.

- ت (أ) = ٢ أ - ١.
- ت(أ) = أ + ١.

....

....

....

....

....

٣. أوجد صورة ت (٤) ، ت (١,١) ، ت ($\frac{١}{٢}$) في القاعدة الصحيحة.

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. التطبيق ت : ط ← ط ، والذي قاعدته ت (س) = ٢ س + ١ ، يمثل تطبيق خطي.	◯	◯
٢. ت (س) = ٤ ، تطبيق من ح إلى ح تطبيق خطي مداه = {٤}.	◯	◯
٣. التطبيق ت : ح ← ح ، قاعدته ت(أ) = ٢ ، يوازي محور الصادات.	◯	◯
٤. ت (م)= $\sqrt{م + ١}$ تمثل قاعدة تطبيق خطي.	◯	◯
٥. إذا كان (-٢، ٢) ، (-١، ٢) ، (٠، ٢) ، (١، ٢) ∋ التطبيق الخطي، فإن مداه = ٢.	◯	◯
٦. إذا كان (-٢، ٢) ، (-١، ٢) ، (٠، ٢) ، (١، ٢) ∋ التطبيق الخطي، فإن التطبيق يوازي محور السينات.	◯	◯
٧. تمثل قاعدة التطبيق ت (س) = ٣ س^{٢} بخط مستقيم في مستوى الإحداثيات.	◯	◯
٨. تمثل قاعدة التطبيق ت (س) = س -٢ بخط منحني في مستوى الإحداثيات.	◯	◯
٩. ت (س) = ٤ س - س تمثل قاعدة تطبيق خطي.	◯	◯
١٠. ت (هـ) = $\frac{س}{٢}$ ، لا تمثل قاعدة تطبيق خطي.	◯	◯
١١. مدى التطبيق الخطي ت (ل) = ل - ١ يساوي ١.	◯	◯
١٢. يكون ت (س) = أ س + ب ينطبق على محور السينات، حيث أ ، ب أعداد حقيقية، إذا كان أ = صفر.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي :

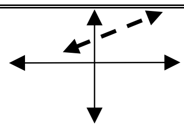
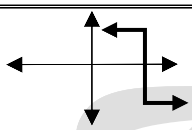
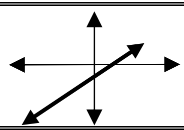
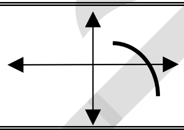
١. نقول عن التطبيق ت(س)= أ س + ب أنه خطي إذا كان ت: ....:

١	ط ← ط.	٣	ن ← ن.
٢	ص ← ص.	٤	ح ← ح.

٢. مدى التطبيق الخطي ت (س) = ٤ س -٢ يساوي:

١	{صفر}.	٣	Ø.
٢	{٤}.	٤	ح.

إعداد: هلا المولجي

٣. أحد القواعد التالية تمثل قاعدة تطبيق خطي ......:			
١	ت (س) = ٤ س^{٣} + ٢٣.	٣	ت (س) = $\frac{-١}{٢س}$ - ٢٣.
٢	ت (س) = ١,٢ س - ٢.	٤	ت (س) = $\sqrt{س - ١}$.
٤. يمثل التطبيق الخطي بيانياً على شكل خط:			
١	مستقيم.	٣	متقطع.
٢	منحني.	٤	دائري.
٥. علاقة التطبيق الخطي ت (ص) = ص بمحاور المستوى الإحداثي:			
١	يوازي السينات.	٣	يقطع المحورين في (٠،٢) ، (٢، ٠).
٢	يقطع المحورين في نقطة الأصل.	٤	٤. ينطبق على محور السينات.
٦. مدى التطبيق الخطي ت (س) = ٤ يساوي:			
١	{صفر}.	٣	Ø.
٢	{٤}.	٤	ح.
٧. إذا كان (-٢، ٤) ، (-١، ٤) ، (٠، ٤) ، (١، ٤) ∋ التطبيق الخطي ،فإن مداه = ... :			
١	{صفر}.	٣	Ø.
٢	{٤}.	٤	ح.
٨. إذا كان ت : ح ← ح ، وكان التطبيق علاقة يساوي ، فإن المدى = ...:			
١	{صفر}.	٣	Ø.
٢	{٤}.	٤	ح.
٩. أحد التطبيقات التالية تمثل تطبيق خطي ت (س) = ...:			
١	س^{٢} ÷ س.	٣	٤ ÷ س.
٢	س^{٣}.	٤	س ÷ س^{٤}.
١٠. أياً من التطبيقات التالية يمثل تطبيق خطي ....:			
١		٣	
٢		٤	

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. إذا كان ت: ح ← ح ، تطبيق معرف بالقاعدة ت (س) = ٣ س + ٧، فإن ت تطبيق خطي.	○	○
٢. تمثل القاعدة ت (س) = ٢ قاعدة تطبيق خطي.	○	○
٣. إذا كان ت: ط ← ط ، تطبيق معرف بالقاعدة ت (س) = أ س + ب، فإن ت تطبيق خطي.	○	○
٤. إذا كان ت: ط ← ط ، ت (س) = س ، فإن ت تطبيق خطي.	○	○
٥. إذا كان ت: ح ← ح ، ت (س) = $\sqrt{س}$ ، فإن ت تطبيق خطي.	○	○

انتهت الوحدة الأولى بسلام . . . أجمل ما قد تهدونه لي هو الدعاء في ظهر الغيب . . كل التوفيق لكم يا أوائل الجمهورية . .

الوحدة الثانية

تحليل المقادير الجبرية

رياضيات - الصف التاسع

إعداد: هلا المولجي

الدرس الأول: مراجعة

تعرفت في الصف الثامن على مفهوم تحليل المقدار الجبري وتعرفت على طريقتين من طرق التحليل وهما:

١) التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر. ٢) تحليل الفرق بين مربعين.

وسنتعرف في هذه الوحدة على طرق أخرى لتحليل المقادير الجبرية وذلك حسب نوع المقدار الجبري.

مفهوم تحليل المقدار الجبري: هو كتابة المقدار على شكل حاصل ضرب عوامله

الفائدة الفعلية لتحليل المقدار الجبري: "من خلال التحليل نقوم بتحويل الجمع أو الطرح إلى ضرب أقواس ونستفيد من ذلك في اختصار الكسور الجبرية وفي أمور أخرى سيتم ذكرها في الدروس الأخيرة من هذه الوحدة، وأيضاً سيتم استخدامه في وحدة المعادلات ".

⇦ ومن أمثلة التحليل بشكل عام:

١. المعاملات: $٢٧ = ٩ \times ٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣^{٣}$. (فلا بد من أن يحلل بشكل كامل).

٢. المتغيرات: $س^{٣} = س \times س \times س$.

٣. الأقواس: $(س - ١)^{٢} = (س - ١) (س - ١)$.

٤. مقدار جبري: $س^{٢} - ١٦ = (س - ٤) (س + ٤)$. (هنا لو نلاحظ حولنا عملية الطرح إلى ضرب أقواس).

" إذا الغاية من التحليل هو الكتابة كحاصل ضرب "

⇦ أما إذا أردنا الرجوع بشكل عكسي (أي إيجاد المقدار الجبري الذي تم تحليله) فنضرب الأقواس كما تعلمنا في ضرب المقادير الجبرية في الصف الثامن، مثال على ذلك:

$(س - ٤) (س + ٣) = س (س + ٣) - ٤ (س + ٣) = س^{٢} + ٣ س - ٤ س - ١٢ = س^{٢} - س - ١٢$.

(ومن خلال هذا المثال نقول أن (س - ٤) ، (س + ٣) هي عوامل المقدار $س^{٢} - س - ١٢$).

طرق تحليل المقادير الجبرية

قبل البدء بجميع هذه الطرق فلا بد من جعل التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر هو الطريقة الأولى لها جميعاً.

- **المقادير الثنائية**
  - تحليل الفرق بين مربعين
  - تحليل الفرق بين مكعبين
  - تحليل مجموع بين مكعبين
- **المقادير الثلاثية**
  - تحليل المقدار الثلاثي البسيط
  - تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط
  - تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل
- **المقادير أكثر من ثلاثة حدود**
  - تحليل بالتجميع

ملاحظة: هناك تحليل إكمال المربع وهو حالة خاصة من تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل.

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر

مفهوم العامل المشترك الأكبر: هو حد جبري يقسم جميع الحدود، ويرمز له بالرمز ((ع . م . أ)).

الخاصية المستخدمة للتحليل: خاصية التوزيع.

القاعدة:

العامل المشترك الأكبر		
المعاملات	المتغيرات	الأقواس
نأخذ المعاملات المشتركة بأقل تكرار.	نأخذ المتغيرات المشتركة بأصغر أس.	نأخذ القوس المشترك بأصغر أس.

ملاحظات:

إذا لم يوجد أي شيء مشترك بين الحدود فإن ع . م . أ = الواحد الصحيح.

إذا احتوت جميع الحدود على إشارة السالب فيتم إخراجها كعامل مشترك.

تحليل الفرق بين مربعين

مفهوم تحليل الفرق بين كميتين مربعتين: هو حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينهما.

القاعدة: س^{٢} - ص^{٢} = (س + ص) (س - ص).

الشروط:

١) يتكون من حدين جبريين.
٢) الحد الأول والثاني كمية مربعة.
٣) العلامة بين الحدين هي علامة الفرق (-).
٤) الأرقام المربعة دليل عليه وهي: ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ....

ملاحظات هامة:

- في قاعدة تحليل الفرق بين مربعين لا يهم ترتيب القوسين لأن الضرب إبدالي (٣ × ٤ = ٤ × ٣)، فنبدأ بقوس الجمع أو بقوس الطرح.
- صور لأقواس تحليل الفرق بين مربعين: (+) (-) أو (-) (+) أو ($\pm$) أو ($\mp$).
- أحياناً المقدار الثنائي قبل تحليله بفرق المربعين يحتاج إلى استخراج العامل المشترك ثم نحلل بالفرق بين مربعين.
- قبل البدء بتطبيق قاعدة تحليل الفرق بين المربعين، نحول الأعداد إلى قيم تربيعية، مثلاً: ٤ $\leftarrow$ ٢^{٢}.
- لا يوجد تحليل لمجموع مربعين، فنكتبه كما هو ، مثلاً: س^{٢} + ٤.
- المقدار (س - ٢)^{٢} لا يسمى فرق بين مربعين.
- نادراً ما نقوم بتحويل الأعداد غير المربعة إلى قيمة تربيعية، فتحلل إلى جذرين، مثلاً:

(س^{٢} - ٧) = (س + $\sqrt{٧}$) (س - $\sqrt{٧}$)

تدريب (١): حدد العامل المشترك الأكبر لما يلي:

١) ١٢ ، ٣ ، ٣٠ ، ١٨.

ع . م . أ = ...

٢) ل^{٢} س ع^{٣} ، ل^{٥}م س^{٤} ع ، ل^{٤} س^{٢} ع.

ع . م . أ = ...

٣) (س + ١)^{٢} ، (س - ١) (س + ١) ، (٢ س + ١) (س + ١)^{٣} (س - ١).

ع . م . أ = ...

٤) ٣٣ س ص^{٣} (س - ١)^{٢} ، ٢٢ س^{٧} ص (س - ١)^{٤} ، ١١ س ص (س - ١).

ع . م . أ = ...

إعداد: هلا المولجي

تدريب (٢): أكمل ما يلي باستخدام قاعدة الفرق بين مربعين:

١) ٤ - ١٦ س^{٤} = (............. + ٤ س^{٢}) (............. - ....).

٢) ١ - ل^{٦} = (............. - ....) (............. + ...).

٣) ٠,٦٤ ص^{٢} - ١٢١ = (............. + ...) (............. - ١١).

٤) (١١)^{٢} - (١٢)^{٢} = (............. - ....) (............. + ...).

٥) ٠,١٦ ب^{١٢} - $\frac{١}{س^{٢}}$ = (............. - $\frac{١}{س}$) (٠,٤ ب^{٦} + ...).

٦) (........ - ....) = (٤ س + ١) (............. - ....).

٧) (........... - ....) = ٥ (س - ٣) (........... + ...).

تدريب (٣): حدد طريقة التحليل في المقادير التالية ثم حللها:

١) ٧ س^{٣} - ٣٥ س^{٢} ....

٢) ٨ ل^{٣} م - ١٨ ل م^{٣} ....

٣) ٣ س^{٢} - ١٥ س ص + ٢١ ص^{٢} ....

٤) (٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢} ....

٥) ٠,١٦ أ^{٢} - $\frac{ب^{٢}}{٩}$ ....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. الرمز (ع . م . أ) يستخدم للتعبير عن العامل المشترك الأصغر.	◯	◯
٢. س^{٢} + ٤ ص^{٢} يمثل فرق بين مربعين.	◯	◯
٣. (- ٤ + ٩ ل^{٢}) يمثل فرق بين مربعين.	◯	◯
٤. إذا كان (أ س٢ - ١٦) = (٣ س + ٤) (٣ س - ٤) ، فإن قيمة أ = ٦.	◯	◯
٥. إذا كان ٤ هـ٤ - ٣٦ = م (هـ٢ - ٣) (هـ٢ + ٣) ، فإن قيمة م = ٤.	◯	◯
٦. ع . م . أ للحدود الجبرية ٣ س ، ٤ س ص ، ٤ ص م هو ١٢ س ص م.	◯	◯
٧. ع . م . أ لعدة حدود جبرية هو عبارة عن حد جبري يقبل القسم على جميع هذه الحدود	◯	◯
٨. (س^{٢} - ص^{٢}) = (س $\pm$ ص).	◯	◯
٩. (٤ ع^{٢} + ١) = (٢ ع + ١) (٢ ع - ١).	◯	◯
١٠. (٤٩ - هـ^{٢}) = (٧ + هـ) (٧ + هـ).	◯	◯
١١. تحليل المقدار الجبري هو كتابته كحاصل ضرب عوامله.	◯	◯
١٢. (ص^{٢} - ١) ÷ (ص - ١) = (ص + ١).	◯	◯
١٣. من عوامل المقدار الجبري (٢٥ - ٤ و^{٢}) المقدار (٥ - ٢ و).	◯	◯
١٤. ع . م . أ للمقادير الجبرية (س^{٢} - ١) ، (س - ١) هو (س^{٢} - ١).	◯	◯
١٥. إذا كان (ع . م . أ) للحدود الجبرية ١٢ س ص ل^{٣} ، م س^{٢} ص ل = ٤ س ص ل ، فإن قيمة م = ١٢ .	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. ع . م . أ للحدود الجبرية ٢ س ، ٤ ص ، ٨ ع هو ..... :			
١	٢ س ص ع.	٣	٢.
٢	٨ س ص ع.	٤	٨.
٢. ع . م . أ للحدود الجبرية -٣ ل ، -٤ س ، -٥ ص هو ..... :			
١	٣ ل س ص.	٣	-١ .
٢	ل س ص.	٤	١.
٣. (س - ٥) (س + ٥) = ... :			
١	(س^{٢} - ٢٥).	٣	(س^{٢} - ١٠).
٢	(س^{٢} + ٢٥).	٤	(س^{٢} + ١٠).
٤. (م - ٢)^{٣} - (م - ٢)^{٢} = ... :			
١	(م - ٢)^{٢} (م -٣).	٣	(م - ٢)^{٢} (م -١).
٢	(م - ٢)^{٣} (م -٣).	٤	(م - ٢)^{٣} (م -١).
٥. (س + ص)^{٣} - ٩ (س + ص) = ... :			
١	(س + ص) (س + ص -٣) (س + ص -٣).	٣	(س - ص) (س + ص -٣) (س + ص +٣).
٢	(س - ص) (س - ص -٣) (س - ص +٣).	٤	(س + ص) (س + ص -٣) (س + ص +٣).
٦. ٣٢ س ص^{٣} - ٧٢ س^{٣} ص = ... :			
١	- ٨ س ص (٢ ص - ٣ س) (٢ ص + ٣ س).	٣	- ٨ س ص (٢ ص - ٣ س) (٢ ص - ٣ س).
٢	٨ س ص (٢ ص - ٣ س) (٢ ص + ٣ س).	٤	٨ س ص (٢ ص - ٣ س) (٢ ص - ٣ س).
٧. (٩,١)^{٢} - (١,٩)^{٢} = ... :			
١	٧٩,٢.	٣	١٢١.
٢	- ٧٩,٢.	٤	-١٢١.
٨. (هـ^{٢}ل^{٤} - $\frac{ك^{٦}}{٤٩}$) = ... :			
١	(هـل^{٢} ± $\frac{ك^{٣}}{٧}$).	٣	(هـل^{٢} + $\frac{ك^{٣}}{٧}$)^{٢}.
٢	(هـل^{٢} - $\frac{ك^{٣}}{٧}$)^{٢}.	٤	٤. (هـل^{٢} - $\frac{ك^{٣}}{٧}$) (هـل^{٢} - $\frac{ك^{٣}}{٧}$).
٩. (٢٧ أ^{٢} - ١٢ ب^{٢}) = ... :			
١	٣ (٣ أ - ٢ ب) (٣ أ - ٢ ب).	٣	(٣ أ - ٢ ب) (٣ أ + ٢ ب).
٢	- (٣ أ - ٢ ب) (٣ أ - ٢ ب).	٤	(٣ أ - ٢ ب)^{٢}.
١٠. إذا كان (م س^{٢} - ٣٢ ع^{٤}) = ٨ (س - ٢ ع^{٢}) (س + ٢ ع^{٢}) ، فإن قيمة م = ... :			
١	-٤.	٣	٨.
٢	٤.	٤	- ٨.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. ع . م . أ للمقدارين (س^{٢} - ٢٥) ، (س - ٥) هو (س - ٥).	◯	◯
٢. يُقصد بتحليل المقدار: كتابته على صورة حاصل ضرب عوامله.	◯	◯
٣. عند التحليل باستخراج العامل المشترك نستخدم خاصية التوزيع.	◯	◯
٤. (٣ س^{٢} - ٢٧) = ٣ (س - ٣) (س + ٣).	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. إذا كان (س - ٠,٣) أحد عوامل المقدار س^{٢} - ٠,٠٩ ؛ فإن العامل الآخر هو .... :

١. (س - ٠,٣).	٢. (س + ٠,٣).	٣. (س - ٠,٠٣).	٤. (س + ٠,٠٣).

إعداد: هلا المولجي

ب. يحلل المقدار (٥ - $س^{٢}$) إلى ....:			
١. (س + ٥) (س - ٥).	٢. $(س + \sqrt{٥})^{٢}$.	٣. ($\sqrt{٥}$ + س) ($\sqrt{٥}$ - س).	٤. (٥ + س) (٥ - س).
جـ. إذا كان $س^{٢}$ - ٤ = (س + أ) (س + ٢) ، فإن أ = ... :			
١. ٤ .	٢. ١.	٣. ٢.	٤. - ٢.
د. $(س- ٥)^{٢}$ -٢٥ = ... :			
١. (س+ ١٠) (س - ٥).	٢. (س+ ٥) (س - ٥).	٣. س (س + ١٠).	٤. س (س - ١٠).

أبنائي .. العمل بجد يحقق الأماني ..

الدرس الثاني: المقدار الثلاثي

تعلمت سابقاً:

١. أن المقدار الجبري يحتوي على حد جبري أو أكثر، وأن الحد الجبري عبارة عن حاصل ضرب معامل في متغير.
٢. أن نوع المقدار الجبري يحدده عدد حدود المقدار.
٣. أن المقدار الجبري الثلاثي عبارة عن مقدار يحتوي على ثلاثة حدود.
٤. عرفت في الدرس السابق أن طرق تحليل المقدار الثلاثي بثلاثة طرق على حسب نوعه:
- ✓ تحليل المقدار الثلاثي البسيط.
- ✓ تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط.
- ✓ تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل.

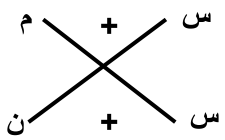
أولاً: تحليل المقدار الثلاثي البسيط:

الصورة العامة للمقدار الثلاثي: أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ، ب ، جـ ∈ ح ، أ ≠ صفر.

شرط المقدار الثلاثي البسيط:- معامل س^{٢} يساوي الواحد الصحيح، أي أن أ = ١.

قاعدة التحليل: نحلل الحد المطلق (جـ) إلى عاملين مجموعهما يساوي معامل الحد الأوسط (ب) أي أن:

- جـ = م × ن ، حيث م ، ن ∈ ح.
- ب = م + ن.
- س^{٢} + (م + ن) س + (م × ن) = (س + م) (س - ن).



إشارة الأقواس تعتمد على التالي:

- إذا كانت إشارة الحد الثالث (جـ) موجبة فإن: إشارة العاملين متشابهتين (+ +) أو (- -) فيأخذ العاملين إشارة الحد الأوسط.
- إذا كانت إشارة الحد الثالث (جـ) سالبة فإن: إشارة العاملين مختلفتين (+ -) أو (- +) فيأخذ العامل الأكبر إشارة الحد الأوسط.

ملاحظات هامة:

- أثناء تحليل المقدار الثلاثي البسيط فلا بد أن نراعي ترتيب الحدود.
- من صور المقدار الثلاثي البسيط: (الحد الأول ، الحد الأوسط ، الحد الثالث).

س^{٢} ، س ، عدد	س^{٤} ، س^{٢} ص^{٢} ، ص^{٤}	س^{٦} ، س^{٣} ص^{٣} ، ص^{٦}
س^{٢} ، س ص ، ص^{٢}	س^{٤} ، س^{٢} ص^{٢} ، ص^{٤}	س^{٨} ، س^{٤} ص^{٤} ، ص^{٨}

تدريب (١): أ. حدد أياً مما يلي يمثل مقدار ثلاثي بسيط مع ذكر السبب:

١) ص^{٢} - ٢ ص + ١. (....).
٢) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١. (....).
٣) - (س^{٢} - ٣ س + ٢). (....).

ب. حلل المقادير التالية:

١) م^{٢} - ١٠ م + ١٦. ....
٢) أ^{٢} + ٨ أ + ١٥. ....
٣) س^{٢} ص^{٢} - ٣س ص - ١٠ص^{٢}. ....

جـ. حدد الحد الأوسط والحد الثالث للمقادير التالية:

١) (س - ٤) (س + ١٠). (الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

٢) (ص ل - ١١) (ص ل - ٢). (الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

ثانياً: تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط:

الصورة العامة للمقدار الثلاثي: أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ، ب ، جـ $\in$ ح، أ $\neq$ صفر.

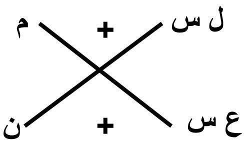
شرط المقدار الثلاثي البسيط: معامل س^{٢} لا يساوي الواحد الصحيح، أي أن أ $\neq$ ١.

قاعدة التحليل: لدينا طريقين للتحليل:

١) نضرب معامل س^{٢} (أ) في الحد الثالث (جـ) ثم نحلل الناتج إلى عاملين (ل ، ع) مجموعهما الحد الأوسط ونستخدم نفس قاعدة الإشارات في المقدار الثلاثي البسيط ثم نكتب المقدار بهذه الطريقة:
(أ س^{٢} + ل س + ع س + جـ) ثم نأخذ العامل المشترك الأكبر من كل حدين متتاليين فيظهر لنا قوس مشترك ثم نأخذه كعامل مشترك أكبر وبذلك نحصل على تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط.

٢) طريقة المقص:

- جـ = م × ن ، حيث م ، ن $\in$ ح.
- أ = ل × ع.
- الحد الأوسط = (ل × ن + ع × م) س.
- إشارة الأقواس كما في المقدار الثلاثي البسيط.



ملاحظات هامة:

- أثناء تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط فلا بد أن نراعي ترتيب الحدود.
- قبل البدء بتحليل المقدار الثلاثي غير البسيط، البحث عن العامل المشترك الأكبر " إن وجد " ، وإذا كان معامل س^{٢}، فنأخذه عامل مشترك ثم نحلل المقدار، مثلاً: - ٤ س٢ + ١٦ س + ٢٠ = - ٤ (س ٢ - ٤ س - ٥) = - ٤ (س - ٥) (س + ١).

تدريب (٢): أ. حدد أياً مما يلي يمثل مقدار ثلاثي غير بسيط مع ذكر السبب:

١) ٥ ص^{٢} - ٢ ص - ٣. (....).

٢) س^{٢} + ٤ س + ٤. (....).

٣) - س^{٢} - ٦ س + ٧. (....).

ب. حل المقادير التالية:

١) ٧ م^{٢} - ١٦ م + ٤. ....

٢) ٦ أ^{٢} + ١٦ أ + ١٠ . ...

٣) ٢ س^{٤} - ٥ س^{٢} - ٧. ....

جـ. حدد الحد الأوسط والحد الثالث للمقادير التالية:

١) (٣س - ٤) (س + ٣). (الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

٢) (٤ ص - ٢) (٣ ص - ١). (الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

إعداد: هلا المولجي

ثالثاً: تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل:

أولاً: مفهوم المقدارا الثلاثي المربع الكامل: هو مجموع كميتين مربعتين مضافاً إليه ((أو مطروحاً منه)) ضعف حاصل ضرب الكميتين، والصورة العامة للمقدار الثلاثي المربع الكامل: أ^{٢} $\pm$ ٢ أ ب + ب^{٢} .

ثانياً: طرق معرفة المقدار الثلاثي المربع الكامل:

الطريقة الأولى:
- الحد الأول والثالث حدان موجبان مربعان " أحياناً قد يأتي أحدهما كمية غير مربعة ".
- الحد الأوسط = ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$.

الطريقة الثانية:
- استخدام المقص، فعند التحليل لا بد أن ينتج عنه قوسين متشابهين.

ثالثاً: قاعدة التحليل: نأخذ الجذر التربيعي لحد الأول والحد الثالث ونضعهم بين قوس أسه (٢) وإشار القوس تأخذ إشارة الحد الأوسط

أي أن: أ^{٢} $\pm$ ٢ أ ب + ب^{٢} = (أ $\pm$ ب)^{٢} .

جذر الحد الأول	إشارة الحد الأوسط	جذر الحد الثالث	القوس تربيع

رابعاً: قواعد هامة لإيجاد أي حد من حدود المقدار الثلاثي المربع الكامل:

- الحد الأول = $\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{٢ \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}}\right)^{٢}$.
- الحد الثالث = $\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}}}\right)^{٢}$.

وهناك طريقة أخرى لإيجاد الحد الثالث إذا كان المقدار ثلاثي بسيط، وهي: " مربع نصف معامل س

- الحد الأوسط = ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$.

ملاحظة هامة:

١. أثناء تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل فلا بد أن نراعي ترتيب الحدود.

٢. إذا كان معامل الحد الأول والثالث كمية غير مربعة فإن جذرها التربيعي يبقى تحت الجذر مثلاً:

العدد (٥) سيكون جذره التربيعي = $\sqrt{٥}$.

٣. قد يكون المقدار الثلاثي المربع الكامل ثلاثي بسيط أو غير بسيط.

٤. أغلب الأسئلة إذا كان السؤال من الدرجة الثانية، فيطلب إيجاد الحد الثالث، وإذا كان من الدرجة الرابعة فيطلب إيجاد الحد الأوسط.

تدريب (٣): أ. حدد أياً مما يلي يمثل مقدار ثلاثي مربع كامل مع ذكر السبب:

١) ٤ ص^{٢} - ٤ ص - ١. (....).

٢) ١٦ س^{٢} + ٤٨ س + ٣٦. (....).

٣) س^{٤} - ٢ س^{٢} + ١. (....).

ب. حلل المقادير التالية باستخدام قاعدة تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل:

١) ٩ م^{٦} - ١٢ م^{٣} + ٤. ....

٢) أ^{٢} + ٢ $\sqrt{٧}$ أ + ٧. ....

٣) $\frac{١}{٤}$ س^{٤} - س^{٢} + ١. ....

جـ. حدد الحد الأوسط والحد الثالث للمقادير التالية:

١) (٣س - ٤)^{٢}.(الحد الأول = ... ، الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

٢) (٤ ص - ٠,٣)^{٢}.(الحد الأول = ... ، الحد الأوسط = ... ، الحد الثالث = ...).

التدريب (٤): قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها (س^{٢} + ١٤ س + ٤٩) متراً مربعاً، أوجد طول هذه القطعة بدلالة س.

....

....

التدريب (٥): حلل المقادير التالية:

١) ٠,٢٥ أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}.

....

٢) ل^{٢} - ٣٠ م^{٢} -٧ ل م.

....

٣) ٢ م^{٢} + ٧ م + ٣.

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. المقدار الجبري (س^{٢} + ١٠ س + ٢٥) يعتبر مقدار ثلاثي بسيط.	◯	◯
٢. الحد الأوسط في المقدار (ص - ١) (٢ ص + ١) يساوي (- ص).	◯	◯
٣. س^{٢} ص^{٢} - ٣ س ص - ١٠ = (س ص - ٥) (س ص + ٢).	◯	◯
٤. إذا كان (ل^{٢} + أ ل + ٤) = (ل + ٤) (ل + ١)، فإن قيمة أ = ٤.	◯	◯
٥. قيمة جـ التي تجعل المقدار جـ س^{٢} + ١٤ س + ١ مقدار ثلاثي مربع كامل.	◯	◯
٦. المقدار (س + ٤) (س + ٤) يعتبر مقدار ثلاثي مربع كامل.	◯	◯
٧. المقدار (٣ - ٤ س) (س + ٢) يعتبر مقدار ثلاثي غير بسيط.	◯	◯
٨. يتحلل المقدار ٣٦ س^{٤} -٨٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤٩ ص^{٤} إلى قوسين متشابهين.	◯	◯
٩. حديقة أطفال مربعة الشكل مساحتها س^{٢} + ٢ س + ١ ، فإن طول ضلعها = (س + ٢).	◯	◯
١٠. إشارة الحد الأوسط في المقدار (ص - ٣) (ص -٥) إشارة موجبة.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. (٠,١٦ س^{٢} - ٠,٨ س + ١) =........:			
١	(٠,٤ س - ١).	٣	(٠,٤ س - ١) (٠,٤ س + ١).
٢	(٠,٤ س - ١)^{٢}.	٤	(٠,٤ س + ١)^{٢}.
٢. إذا كانت إشارة الحد الثالث في المقدار الثلاثي سالبة فإن إشارة العاملين ....:			
١	+ ، + .	٣	- ، -
٢	+ ، -	٤	متشابهة.
٣. (س^{٢} - ٤ س + ٣) ÷ (س - ١) = ... :			
١	(س + ٣).	٣	(س + ١).
٢	(س - ٣).	٤	(س - ١).
٤. إذا كان (٢ س + ٣) أحد عوامل المقدار (٤ س^{٢} + ١٠ س + ٦) ، فإن العامل الآخر هو ....:			
١	(٢ س + ١).	٣	(٢ س - ١).
٢	٢ (س + ١).	٤	٢ (س - ١).
٥. قيمة ل التي تجعل المقدار (- $\frac{ل}{٤}$ س^{٢} + ٣ س + ٢) مقدار ثلاثي بسيط هي.........:			
١	٤.	٣	- ٤.
٢	٨.	٤	- ٨.
٦. معامل الحد الأوسط في المقدار (س - ١) (س + ١) يساوي ....:			
١	١.	٣	٢.
٢	-١.	٤	صفر.
٧. (٩ س - ١) (٢ س + ١) = ... :			
١	١٨ س^{٢} - ٧ س + ١.	٣	١٨ س^{٢} - ٧ س - ١.
٢	١٨ س^{٢} + ٧ س + ١.	٤	١٨ س^{٢} + ٧ س - ١.
٨. يحلل المقدار(ص^{٢} + ٢ $\sqrt{١٣}$ ص + ١٣) إلى.........:			
١	(ص + $\sqrt{١٣}$) (ص - $\sqrt{١٣}$).	٣	(ص - $\sqrt{١٣}$)^{٢}.
٢	(ص + $\sqrt{١٣}$)^{٢}.	٤	(ص + $\sqrt{١٣}$).
٩. أحد العبارات التالية لا تنطبق على المقدار الثلاثي المربع الكامل ....:			
١	الحد الأوسط = ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$.	٣	الحد الثالث تكون إشارته + أو -.
٢	الحد الأول كمية مربعة.	٤	إشارة القوس تأخذ إشارة الأوسط.
١٠. أحد المعاملات التالية لـ س٢ تجعل المقدار الثلاثي غير بسيط عدا معامل هو ....:			
١	-١.	٣	٢.
٢	١	٤	- ٢١.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. ٣ س٢ -٥ س + ٢ = (٣ س - ٢) (س - ١).	◯	◯
٢. المقدار $\frac{١}{٢}$س٢ + ٣ س + ٥ مقدار ثلاثي غير بسيط.	◯	◯
٣. (س - ١) (س - ٧) = س ٢ + ٨ س - ٧ .	◯	◯
٤. يسمى المقدار ١ + س - س٢ مقدار ثلاثي بسيط.	◯	◯
٥. المقدار الثلاثي ٤ س٢ + ٦ س + ٩ مقدار ثلاثي مربع كامل.	◯	◯
٦. المقدار ٥ - ٢ س + ٣ س٢، مقدار ثلاثي غير بسيط.	◯	◯

٧. تحليل س٢ - ٥ س ص + ٦ ص٢ = (س + ٣ ص) (س + ٢ ص).	◯ ◯
٨. المقدار ٩ س٢ + ٦ س + ١ ، مقدار ثلاثي مربع كامل.	◯ ◯
٩. إذا كان المقدار س٢ + ل س ص + ٩ ص٢ مربع كامل فإن ل = ١٨ .	◯ ◯
١٠. إذا كان المقدار س٢ + أ س + ٣٦ مربع كامل فإن أ = ٦.	◯ ◯
١١. إذا كان المقدار س٢ + أ س + ٣٦ مربع كامل فإن أ = -٤.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. إذا كانت حديقة مربعة الشكل مساحتها (س٢ + ١٤ س + ٤٩) متراً مربعاً ، فإن طول ضلعها بدلالة س يعطى بالعلاقة ل =......:			
١. (س + ٧).	٢. (س - ٧).	٣. (س + ١٤).	٤. (س - ١٤).
ب. ل٢ - ٧ ل م - ٣٠ م٢ = ...:			
١. (ل + ٣ م) (ل - ١٠ م).	٢. (ل - ٣ م) (ل + ١٠ م).	٣. (ل - ٥ م) (ل + ٦ م).	٤. (ل -١٥ م) (ل +٢ م).
ج. إذا كان س٢ + ب س + ٧ = (س - ١) (س - ٧) فإن قيمة ب =.........:			
١. ٨.	٢. ٧.	٣. - ٨.	٤. - ٧.
د. الحد الأوسط في المقدار الثلاثي (٣ س - ١) (س + ٣) هو ....:			
١. ٩ س.	١. ٨ س.	١. ٤ س.	١. ٥ س.
و. الحد الأوسط في المقدار الثلاثي (٢ س + ١) (س - ٦) هو ....:			
١.(ل + ٣ م) (ل - ١٠ م).	٢.(ل + ٣ م) (ل - ١٠ م).	٣.(ل + ٣ م) (ل - ١٠ م).	٤.(ل + ٣ م) (ل - ١٠ م).
هـ . إذا س٢ + ب س - ١٩ = (س + ١٩) (س - ١)، فإن ب = ...:			
١. ٢٠	٢. ١٩.	٣. ١٨.	٤. -١٩.
ز. الحد الأوسط في المقدار الثلاثي (س - ٣) (س + ٢) هو ....:			
١. س.	٢. ٥ س.	٣. - س.	٤. - ٣ س.
م. إذا كانت حديقة مربعة الشكل مساحتها (س٢ + ٢٠ س + ١٠٠) متراً مربعاً ، فإن طول ضلع الحديقة بدلالة س تساوي.... متراً:			
١. (س + ٢٠).	١. (س + ٤).	١. (س + ١٠).	١. (س - ١٠).
ن. الحد الأوسط في المقدار الثلاثي (٧ س - ٢) (٣ س + ٥) هو ....:			
١. ٢١.	٢. -٢١.	٣. ١٠.	٤. -١٠.

ستنتهي جهودك إلى تحقيق أحلامك ..

الدرس الثالث: التحليل بإكمال المربع

هذ النوع من التحليل سيكون لعدة مقادير جبرية، وهي:

- مقدار ثلاثي يفقد الحد الثالث على صورة (س^{٢} + ب س)، فيمكن تحليله بـ (ع . م . أ) أو بإكمال المربع.
- مقدار ثلاثي الحد الثالث ليس مربع كامل (أي أن قد يكون كمية ليست مربعه أو يكون عدد سالب) فيمكن تحليله بطريقة المقدار الثلاثي أو بإكمال المربع.
- مقدار ثلاثي الحد الأول والثاني مربع كامل لكن حده الأوسط لا يحقق الشرط أو ليس موجود فلا يمكن تحليله ألا بإكمال المربع.

يمكن تلخيص طريقة التحليل لكل نوع منها في المخطط التالي:

طرق التحليل بإكمال المربع

مقدار ينقصه الحد الثالث	مقدار حده الثالث ليس مربع كامل	مقدار الخلل في حده الأوسط

نضيف إليه ونطرح منه مربع نصف معامل س، أي أن:

معامل الحد الثالث = ($\frac{ب}{٢}$)^{٢} ← هذا إذا كان المقدار ثلاثي بسيط فقط.

فيصبح المقدار س^{٢} + ب س + ($\frac{ب}{٢}$)^{٢} = (س + $\frac{ب}{٢}$)^{٢}

أو نستخدم قانون الحد الثالث:

($\frac{\text{الحد الأوسط}}{٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}}}$)^{٢} ← هذا إذا كان مقدار ثلاثي بسيط أو غير بسيط.

نضيف إليه ونطرح منه مربع نصف

٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

وهذا باستخدام قانون الحد الأوسط في المربع الكامل.

ملاحظات:

١. إذا طلب إكمال المربع فقط ولم يطلب التحليل نكتفي بالإضافة فقط.
٢. نضيف ونطرح في نفس الوقت أثناء التحليل لكيلا نغير في قيمة المقدار.
٣. أثناء التحليل بإكمال في الغالب يتحول إلى تحليل الفرق بين مربعين لكن ليس دائماً (أي في حالة كان الحد الأوسط هو سبب إكمال المربع ويحتوي على س فإننا لن نستطيع تحليله كفرق بين مربعين).
٤. إذا كان معامل الحد الأول ليس مربع نأخذه عامل مشترك.

تدريب (ل):

حدد الخلل في المقادير التالية التي لا تجعلها مقداراً مربعاً كاملاً ثم أكملها إلى مربع كامل:

٥. س^{٤} + ٦ س^{٢}.

....

٦. ص^{٢} - ٣ ص.

....

٧. ل^{٢} + ٦٤.

....

٨. ع^{٢} + ٤ ع - ١

....

إعداد: هلا المولجي

تدريب (٢): حلل المقادير التالية بإكمال المربع ثم حلله بطريقة أخرى إن أمكن:

٦. $س^2 + ١٤$ س.

....
....
....

٧. $س^2 + ٢$ س - ٨.

....
....
....

٨. ٣٦ $س^4$ - ١٠٠ $س^2$ $ص^2$ + ٤٩ $ص^4$.

....
....
....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. لإكمال المقدار $س^2$ - ١٠ س إلى مربع كامل نضيف إليه ٢٥.	◯	◯
٢. لإكمال المقدار $ل^2$ + ٨١ إلى مربع كامل نضيف إليه ٨ ل.	◯	◯
٣. لتحليل المقدار $س^2 + \frac{١٠}{٣}$ س + ١ بإكمال المربع نضيف إليه ونطرح منه $\frac{١٠٠}{٩}$.	◯	◯
٤. قيمة جـ التي تجعل المقدار جـ $ص^2$ + ٢٨ ص + ٤٩ مربعاً كاملاً هي - ٤.	◯	◯
٥. قيمة ل التي تجعل المقدار ٩ $س^2$ + ١٢ س ص + ل مربعاً كاملاً هي ٤.	◯	◯
٦. يتحلل المقدار $أ^4$ + ٤ $ب^4$ بإكمال المربع إلى ($أ^2$ + ٢ $ب^2$ - ٢ أ ب) ($أ^2$ + ٢ $ب^2$ - ٢ أ ب).	◯	◯
٧. المقدار ص٢ - ٥ ص + ٦ يتحلل بطريقة إكمال المربع وطريقة المقص.	◯	◯
٨. يمكن تحليل فرق بين مربعين بطريقة إكمال المربع.	◯	◯
٩. يمكن تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط بإكمال المربع.	◯	◯
١٠. يؤول التحليل بإكمال المربع إلى تحليل الفرق بين مربعين دائماً.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. لإكمال المربع $س^2 - ٢\sqrt{٧}$ س نضيف إليه ....:

١	٥.	٣	-٥.
٢	٢٥.	٤	-٢٥.

٢. قيمة م التي تجعل المقدار $ع^2$ + ٥ ع + م مربع كامل هي ....:

١	$-\frac{٥}{٢}$.	٣	$\frac{٥}{٢}$.
٢	$\frac{٢٥}{٤}$.	٤	$-\frac{٢٥}{٤}$.

٣. لإكمال المقدار $ل^2$ + ١ إلى مربع كامل نضيف إليه ....:

١	٢ س.	٣	- س.
٢	- ٢ س.	٤	س.

٤. لإكمال المقدار $ص^4$ - ٧ $ص^2$ $ع^2$ + $ع^4$ إلى مربع كامل نضيف إليه:

١	٢ $ص^2$ $ع^2$.	٣	-٤ $ص^2$ $ع^2$.
٢	-٢ $ص^2$ $ع^2$.	٤	٤ $ص^2$ $ع^2$.

٥. أياً من المقادير التالية لا نستخدم لتحليلها إكمال المربع ....:			
١	$س^٢ + ١٠ س - ١$.	٣	$٤ س^٢ + ٤ س + ١$.
٢	$ص^٤ - ٥ ص^٢ + ١$.	٤	$ل^٦ + ١$.
٦. أياً من المقادير التالية نستخدم لتحليلها إكمال المربع ....:			
١	$س^٢ + ٢ س + ١$.	٣	$س^٢ - ٢ \sqrt{٦} س + ٦$.
٢	$(س + ١)^٢$.	٤	$س^٢ - ٣ س + ١$.
٧. أحد الأسباب التالية لا يعتبر من أسباب إكمال المربع ....:			
١	الحد الثالث سالب	٣	الحد الثالث مفقود.
٢	الحد الأوسط لا يحقق الشرط.	٤	الحد الأول والثاني مربع كامل والحد الأوسط يحقق الشرط.
٨. السبب في إكمال المقدار $س^٢ + ٤$ إلى مربع كامل هو ....:			
١	الحد الأوسط مفقود.	٣	الحد الأوسط لا يحقق الشرط.
٢	الحد الثالث مفقود.	٤	الحد الثالث سالب.
٩. السبب في إكمال المقدار $ل^٢ + ٣ ل + ٩$ إلى مربع كامل هو ....:			
١	الحد الأوسط مفقود.	٣	الحد الأوسط لا يحقق الشرط.
٢	الحد الثالث مفقود.	٤	الحد الثالث سالب.
١٠. السبب في إكمال المقدار $ن^٢ + ٣ ن - ١٦$ إلى مربع كامل هو ....:			
١	الحد الأوسط مفقود.	٣	الحد الأوسط لا يحقق الشرط.
٢	الحد الثالث مفقود.	٤	الحد الثالث سالب.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. لتحليل المقدار $س^٢ - ٢ س - ٧$ بإكمال المربع نضيف ونطرح ٤.	○	○
٢. لإكمال المقدار $س^٢ + ١٤ س$ إلى مربع كامل نضيف إليه ٣٦.	○	○

ستجني ما زرعت يوماً فلا تجعل ما زرعت يبساً ..

إعداد: هلا المولجي

الدرس الرابع: مجموع مكعبين والفرق بينهما.

- **الكميات المكعبة:**

١. **في المعاملات:** هي كميات عند كتابتها بالصورة الأسية، أسها يقبل القسمة على ٣.

ومن الأعداد المكعبة والتي يمكن تحويلها إلى قيم تكعيبية: ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ، ... ، ١٠٠٠ ، ....

وقد توجد أعداد مكعبة ومربعة في نفس الوقت مثل: ١ ، ٦٤.

٢. **في المتغيرات والأقواس:** هي كميات أسها يقبل القسمة على ٣.

- **في هذا الدرس سيتم إكمال تحليل المقدار الثنائي على شكلين من التحليلات:**

✓ مجموع مكعبين.

✓ الفرق بين مكعبين.

- **تنويه مهم:** قبل البدء باستخدام هذين التحليلين، لا بد من البحث عن العامل المشترك الأكبر " إن وجد ".

سيتم توضيح ذلك في الجدول التالي الذي يوضح المقارنة بينهما إضافة إلى ذلك تحليل الفرق بين مربعين:

وجه المقارنة	الفرق بين مربعين	الفرق بين مكعبين	مجموع مكعبين
الشروط	١. يتكون من حدين. ٢. الحدين كميات مربعة. ٣. العلامة بين الحدين (-).	١. يتكون من حدين. ٢. الحدين كميات مكعبة. ٣. العلامة بين الحدين (-).	١. يتكون من حدين. ٢. الحدين كميات مكعبة. ٣. العلامة بين الحدين (+).
قاعدة التحليل لفظياً	يحلل إلى قوسين متشابهين لكن يختلفان في إشارة الوسط.	يحلل إلى قوسين الأول صغير له نفسه إشارة المقدار والآخر كبير أوسطه يخالف في الإشارة إشارة المقدار.	يحلل إلى قوسين الأول صغير له نفسه إشارة المقدار والآخر كبير أوسطه يخالف في الإشارة إشارة المقدار.
قاعدة التحليل رمزياً	$س^{٢} - ص^{٢} =$ $(س - ص) (س + ص).$	$س^{٣} - ص^{٣} =$ $(س - ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢}).$ الحد الأول / الحد الثاني / مربع الحد الأول دائماً موجب / الحد الأول في الثاني، إشارته عكس إشارة المقدار / مربع الحد الثاني دائماً موجب	$س^{٣} + ص^{٣} =$ $(س + ص) (س^{٢} - س ص + ص^{٢}).$ الحد الأول / الحد الثاني / مربع الحد الأول دائماً موج / الحد الأول في الثاني، إشارته عكس إشارة المقدار / مربع الحد الثاني دائماً موجب
أمثلة	$ل^{٢} - ٣٦$ / $٠,١٦ س^{٤} - ١$ / $\frac{٩}{٤} - ٨١ ص^{٢}$ / $(١ - أ)^{٢} - ١$.	$ل^{٣} - ٨$ / $٠,٠٦٤ س^{٣} - ١$ / $\frac{٢٧}{٨} - ص^{٣}$ / $(١ - ل)^{٦} - ١$.	$ل^{٣} + ٨$ / $٠,٠٦٤ س^{٣} + ١$ / $\frac{٢٧}{٨} + ص^{٣}$ / $(١ - ل)^{٦} + ١$.

ملاحظات:

١. إذا أتى المقدار يمكن تحليله كفرق بين مربعين أو فرق بين مكعبين يستحسن تحليله كفرق بين مربعين.

٢. أحياناً نحتاج إلى استخدام التحليل بالعامل المشترك ثم يظهر لنا تحليل المقدار الثنائي بأنواعه.

٣. قد نحلل المقدار ثم يظهر لنا تحليل مرة أخرى.

٤. نلاحظ أن القوس الكبير في قاعدة التحليل يشبه المربع الكامل لكن حده الأوسط لم يضرب في ٢.

٥. فكرة إيجاد السؤال من الجواب ، مثل:

✓ (س + ٣) (س٢ - ٣ س + ٩) : نلاحظ أنه قوس صغير وقوس كبير، فيعني ذلك أن قاعدة التكعيب، وما يحدد إشارة أنه مجموع مكعبين أو فرق بين مكعبين هي إشارة القوس الصغير.

✓ ٢ (س + ٣) (س٢ - ٣ س + ٩) : نلاحظ وجود عامل مشترك، فيتم كتابة قوس التكعيب ثم ضربه في العامل المشترك.

تدريب (١): حدد نوع التحليل في المقادير التالية ثم حللها:

٥. ٠,١٢٥ ل^{٣} - ٨.

....

....

٦. ٢٤ س^{٣} + ٣.

....

....

٧. $\frac{٢٧}{٨}$ - ص^{٣}.

....

....

٨. (١ - أ)^{٢} - ١.

....

....

تدريب (٢):

حلل المقدار التالي بطريقين ثم قارن النتيجة: (١ - ل)^{٦} - ١.

....

....

....

....

....

تدريب (٣):

خزانا ماء مكعبي الشكل، حجم الأول (س + ٣)^{٣} متراً مربعاً ، وحجم الآخر (س - ٣)^{٣} متراً مكعباً. أوجد مجموعهما والفرق بينهما كحاصل ضرب.

....

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. ف^{٣} + ١ = (ف + ١) (ف^{٢} + ف + ١).	○	○
٢. أحد عوامل المقدار س^{٣}ص^{٣}ع^{٣} + ٣٤٣ هو (س ص ع - ٧).	○	○
٣. يعتبر المقدار ٨ م^{٣} - (م + ن)^{٣} يعتبر فرق بين مكعبين.	○	○
٤. ١٠٠٠ ص^{٣} - ١ = (١٠ ص -١) (١٠٠ ص^{٢} + ١٠ ص + ١).	○	○
٥. المقدار ٠,٠٦٤ أ^{٣} - ٠,٠٠٨ ص^{٣} يحلل إلى (٠,٤ أ - ٠,٢ ص) (٠,١٦ أ^{٢} + ٠,٨ أ ص + ٠,٠٤ ص^{٢}).	○	○
٦. [٢ - ٢ (س - ١)^{٣}] = (٢ + س) (س٢ - س + ١).	○	○
٧. إذا كان (س - ١) أحد عوامل المقدار (س^{٣} - ١)، فإن العامل الآخر هو (س^{٢} - س + ١).	○	○
٨. (س^{٦} + ٨) ÷ (س^{٤} - ٢ س^{٢} + ٤) = (س^{٢} + ٢).	○	○

٩. لكي يكون المقدار س^{ن} + ١ مجموع مكعبين، فإن قيمة ن = ٤.	◯ ◯
١٠. لكي يكون المقدار ص^{٩} + م فرق بين مكعبين، فإن قيمة = ٢٧.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. أياً مما يلي يسمى مجموع مكعبين ....:

١	(س + ١)^{٣}.	٣	س^{٣} - ٨.
٢	(١٢)^{٣} + (١١)^{٣}.	٤	س + ٢.

٢. أياً مما يلي عامل من عوامل المقدار (ص^{١٢} - ١)

١	(ص^{٤} + ١).	٣	(ص^{٤} - ١).
٢	(ص^{٨} - ص^{٤} + ١).	٤	(ص^{٤} - ص^{٢} + ١).

٣. يتحلل المقدار س^{٤} + س إلى ....:

١	(س + ١) (س^{٢} - س + ١).	٣	س (س - ١) (س^{٢} - س + ١).
٢	س (س + ١) (س^{٢} - س + ١).	٤	س (س + ١) (س^{٢} + س + ١).

٤. يتحلل المقدار ١٦ س^{٤} + $\frac{٢}{٢٧}$ س ص^{٣} إلى ....:

١	س (٢ س + $\frac{١}{٣}$ ص) (٤ س^{٢} - $\frac{٢}{٣}$ س ص + $\frac{١}{٣}$ ص^{٢}).	٣	٢س (٢ س + $\frac{١}{٣}$ ص) (٤ س^{٢} - $\frac{٢}{٣}$ س ص + $\frac{١}{٣}$ ص^{٢}).
٢	س (٢ س - $\frac{١}{٣}$ ص) (٤ س^{٢} - $\frac{٢}{٣}$ س ص + $\frac{١}{٣}$ ص^{٢}).	٤	(٢ س + $\frac{١}{٣}$ ص) (٤ س^{٢} - $\frac{٢}{٣}$ س ص + $\frac{١}{٣}$ ص^{٢}).

٥. (ع^{٣} - ٨) ÷ (ع^{٢} + ٢ ع + ٤) = ...:

١	(ع - ٢).	٣	(ع^{٢} + ٢ ع + ٤).
٢	(ع + ٢).	٤	(ع^{٢} - ٢ ع + ٤).

٦. ٠,٢١٦ س^{٣} - ١٢٥ = (٠,٦ س - ٥) × ....:

١	(٣٦ س^{٢} + ٠,٦ س + ٢٥).	٣	(٠,٣٦ س^{٢} + ٣ س + ٢٥).
٢	(٠,٣٦ س^{٢} + ٠,٦ س + ٢٥).	٤	(٠,٣٦ س^{٢} - ٣ س + ٢٥).

٧. إذا كان (أ - ٦٤ ل^{٣}) أحد عوامله (٢٥ + ٤٠ ل + ١٦ ل^{٢})، فإن قيمة أ = ...:

١	٥.	٣	١٢٥.
٢	- ٥.	٤	-١٢٥.

٨. أحد المقادير التالية لا تمثل فرق بين مكعبين ....:

١	١ - (س + ٣)^{٣}.	٣	(ص - ١)^{٣} - ١٠٠٠.
٢	٣^{٢} - ل^{٣}.	٤	ص^{٣} + ١.

٩. أحد ما يلي يمثل مجموع مكعبين ....:

١	(ص + ٣)^{٣}.	٣	س^{٢} + ص^{٣}.
٢	(أ + ٤)^{٣} - ١.	٤	٣^{٢} + ٣^{٣}.

١٠. أحد الشروط التالية لا يعتبر من شروط الفرق بين مكعبين ....:

١	يتكون من حدين.	٣	أس المتغيرات فيه يقبل القسمة على ٢.
٢	العلامة بين الحدين (-).	٤	الحد الأول والثاني مكعب.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح خطأ
١. (س - ٢) أحد عوامل المقدار س^{٣} - ٨.	◯ ◯
٢. س^{٣} -٠,٠٢٧ ص^{٣} = (س - ٠,٣ ص) (س^{٢} - ٠,٠٣ س ص + ٠,٠٩ ص^{٢}).	◯ ◯

٣. ($س^٣$ - ٨) = (س - ١) ($س^٢$ + ٢ س + ١).	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . إذا كان ($س^٣$ - ٢٧ $ص^٣$) = (س - ٣ ص) ($س^٢$ + ... + ٩ $ص^٢$) فإن الحد الأوسط في العامل الثاني هو ....:

١. ٦ س ص.	٢. س ص.	٣. ٩ س ص.	٤. ٣ س ص.

ب. (س + ص) ($س^٢$ - س ص + $ص^٢$) = ...:

١. $س^٣$ - $ص^٣$.	٢. (س + ص $)^٣$.	٣. $ص^٣$ - $س^٣$.	٤. $س^٣$ + $ص^٣$.

جـ . يحلل (٢٧ $س^٣$ +٨ $ص^٣$) إلى (٣س + ٢ ص) ($س^٢$ + ... + ٩ $ص^٢$) فإن الحد الناقص هو ....:

١. - ٣٦ س ص.	٢. -١٢ س ص.	٣. -١٣ س ص.	٤. -٦ س ص.

اكسر حاجز الخوف بداخلك وقل أنا أستطيع

إعداد: هلا المولجي

الدرس الخامس: التحليل بالتجميع.

في هذا الدرس سيتم التعرف على كيفية تحليل المقادير التي تحتوي على أكثر من ثلاثة حدود.

مفهوم التحليل بالتجميع:

هو طريقة تستخدم لتحليل المقادير الأكثر من ثلاثة حدود.

أسباب استخدام التحليل بالتجميع:

⇦ عدد حدود المقدار أكثر من ثلاثة.

⇦ يصعب تحليلها مباشرة بالطرق المأخوذة سابقاً.

خطوات التحليل بالتجميع:

١. أ) في المقادير الرباعية، نأخذ حدين مع حدين (ركزوا إنكم تأخذوا الحد مع إشـــارته)، ولابد أن يظهر بينهما قوس مشترك بعد التحليل فإن لم نجد قوس مشترك، نحاول ترتيب المقدار مرة أخرى، فإن لم نجد قوس مشترك، نأخذ ثلاثة حدود مع حد ثم يتكون لنا فرق بين مربعين.
ب) في المقادير الخماسية نأخذ ثلاثة حدود معاً (نكون مقدار ثلاثي من الأنواع المأخوذة) وحدين معاً.
٢. نضع بين التجميعين علامة (+).
٣. نحلل كل قوس بطريقة مناسبة من خلال الطرق المأخوذة سابقاً.
٤. نأخذ القوس المشترك بين التجميعين كعامل مشترك أكبر " إن وجد ".
٥. لا بد من تبسيط الحل الأخير بترتيبه وجمع الحدود التي يمكن جمعها معاً.

ملاحظة:

١. عند تجميع قوسين ( ) $\pm$ ( )، إذا كانت الإشارة بينهما سالبة لا بد من تغيير إشارة القوس الثاني.
٢. أحياناً قد يظهر القوس المشترك مختلف في الإشارة، لذلك نسحب السالب عامل مشترك كي نغير الإشارة مثلاً: - س + ١ = - (س - ١).
٣. أحياناً يصعب تحليل المقادير الرباعية لذلك تتحلل بأخذ ثلاثة حدود معاً وناتج التحليل لها مع الحد الرابع.

تدريب (١): حلل المقادير التالية:

٥. س^{٢} + أ س + ب س + أ ب.

....

....

٦. س^{٢} - ٤ س + ٢ ل س - ٤ ل + ٤.

....

....

٧. (٢ أ + ب)^{٣} - ٨ أ - ٤ ب.

....

....

تدريب (٢):

حلل المقدار: س^{١٣} + س^{٧} + س^{٦} + ١.

....

....

....

إعداد: هلا المولجي

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. يحلل المقدار أ^{٢} ب^{٢} - ١ - أ^{٢} + ب إلى (ب - ١) [أ^{٢} (ب + ١) + ١].		
٢. (٤ أ^{٣} + ١٢ أ + ٩ - أ^{٤}) = (أ^{٢} + ٣) (أ^{٢} + ٤ أ + ٣).		
٣. ٢٥ س^{٢} + ٤٠ س ص + ١٦ ص^{٢} + ٥ أ س + ٤ أ ص = (٥ س + ٤ ص) (٥ س - ٤ ص + أ).		
٤. التحليل بالتجميع يستخدم للمقادير الجبرية الثنائية.		
٥. يحلل المقدار ٢ س^{٣} (س + ٣) - ١٨ س^{٢} -٥٤ س إلى . س (س + ٣) (٢ س^{٢} - ١٨).		
٦. س^{٦} - س^{٤} - س^{٢} + ١ = (س^{٢} - ١)^{٢} (س^{٢} + ١).		
٧. (١ - ٣ س) = (٣ س - ١).		
٨. (١٦ س^{٢} - ٤) = - (٤ - ١٦ س^{٢}).		
٩. (٣ س + ٤ ص) = (٤ ص + ٣ س) = - (- ٤ ص - ٣ س).		
١٠. يحلل المقدار ٤ ص^{٢} + ٢٠ ص ع + ٢٥ ع^{٢} - ٩ إلى أبسط صورة (٢ص + ٥ع)^{٢} -٩.		

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. إذا كان س^{٣} + أ س^{٢} + س + ٢ = (س + ٢) (س^{٢} +١)، فإن قيمة أ = ...:

١	-٢.	٣	-١.
٢	٢.	٤	١.

٢. إذا كان (س - ٤) (- ل + س^{٢}) = س^{٣} - ٤ س^{٢} + ٣ س - ١٢ ، فإن قيمة ل = ...:

١	-٩.	٣	٩.
٢	-٣.	٤	٣.

٣. (س^{٣} **+** ٧ س - ٣ س^{٢} - ٢١) = (..............) × (س^{٢} - ٧) ....:

١	س - ٧.	٣	س + ٧.
٢	س + ٣.	٤	س - ٣.

٤. (ع٤ - ١) (٤ ع + ٣) = ...:

١	٤ ع^{٥} + ٣ ع^{٤} + ٤ ع + ٣.	٣	٤ ع^{٥} + ٣ ع^{٤} + ٤ ع - ٣.
٢	٤ ع^{٥} + ٣ ع^{٤} - ٤ ع + ٣.	٤	٤ ع^{٥} + ٣ ع^{٤} - ٤ ع - ٣.

٥. عدد الحدود الناتجة من (س + ١)^{٢} (س + ٣) تساوي ....:

١	٣ حدود.	٣	٥ حدود.
٢	٤ حدود.	٤	٦ حدود.

أسئلة وزارية

ضع (صح) أو (خطأ) فيما يلي:	صح	خطأ
١. س^{٣} + س^{٢} - ٢ س -٢ = (س + ١) (س^{٢} -٢).		
٢. (١ + ٢ س + س^{٢} - س^{٤}) = (١ + س + س^{٢}) (١ + س - س^{٢}).		
٣. يحلل المقدار أ س + ب س + أ ص + ب ص إلى (أ + ب) (س + ص).		
٤. س^{٢} (س^{٢} + ١) + س^{٢} + ١ = (س^{٢} + ١)^{٢}.		
٥. س (س + أ) + س + أ = (س + ١) (س + أ).		
٦. س٢ + (أ + ب) س + أ ب = (س + أ) (س + ب).		

ابتسم، فلديك الكثير مما يتمنى غيرك أن يملكه

الدرس السادس: ضرب وقسمة الكسور الجبرية.

في هذا الدرس سنتعلم:

١. مفهوم الكسر الجبري.
٢. اختصار الكسور الجبرية.
٣. ضرب وقسمة الكسور الجبرية.

أولاً: مفهوم الكسر الجبري: هو عبارة عن كسر بسطه ومقامه حد أو مقدار جبري.

مثل: $\frac{٢ \text{ س ص}}{١+ \text{س}}$ ، $\frac{٣ \text{ ع}^{٢} \text{ م}^{٤}}{٢ \text{ ل م ن}}$ ، $\frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س}^{٣} - ١}$ ، $\frac{١}{\text{س} - ٤}$.

ثانياً: اختصار الكسور الجبرية: أولى خطوات اختصار الكسور الجبرية وأهمها هي تحليل بسطه ومقامه، ثم نختصر العامل المشترك الأكبر بين البسط والمقام.

❖ تنويه مهم:

- يتم اختصار المقادير الجبرية بسهولة عند تحويلها من جمع أو طرح إلى ضرب عواملها، مثلاً:

١. $\frac{(\text{س} + ٢)}{\text{س}}$: في هنا لا نستطيع اختصار س في البسط مع س في المقام لأن العلامة بين س و ٢ هي الجمع.

٢. $\frac{٢ \text{ س}}{\text{س}}$: في هنا نستطيع اختصار س في البسط مع س في المقام لأن العلامة بين س و ٢ هي الضرب.

- عند الاختصار نبدأ باختصار المعاملات ثم المتغيرات ثم الأقواس.
- لا يمكن توزيع الأس أو الجذر إلا في عمليتي الضرب والقسمة فقط، مثلاً:
  $(٢ \text{ س} / ٣)^{٢} = ٤ \text{ س}^{٢} / ٩$ ، لكن $(\text{س} + ٢)^{٢} \neq (\text{س}^{٢} + ٤)$.
- قد يوجد مقدار ثلاثي لا يمكن تحليله لاختصاره لا حقاً مع قوس في البسط أو المقام.
- يمكن إعادة ترتيب المقدار $(٩ - \text{س}^{٢})$ لجعل المتغير يأتي أولاً من خلال إخراج السالب عامل مشترك $-(\text{س}^{٢} - ٩)$.

تدريب (١): اكتب كلاً من الكسور التالية في أبسط صورة:

١) $\frac{٢ \text{ س ص}}{٤ \text{ س}^{٢}} =$ ....

٢) $\frac{٢ \text{ س}^{٣} - ٦ \text{ س}^{٢} + ٤ \text{ س}}{٦ \text{ س}^{٣} + ٦ \text{ س}^{٢} - ٣٦ \text{ س}} =$ ....

....

٣) $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{أ ب} - \text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}} =$ ....

....

٤) $\frac{\text{س}^{٣} + ٨ \text{ ص}^{٣}}{\text{س}^{٢} - ٢ \text{ س ص} + ٤ \text{ ص}^{٢}} =$ ....

ثالثاً: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

الخطوات: ١) تحليل جميع البسوط والمقامات.

٢) اختصار أي عامل من البسط مع أي عامل مشترك معه في المقام.

٣) بعد الانتهاء من الاختصار نكمل عملية ضرب الكسور الجبرية بضرب البسوط معاً والمقامات معاً.

تذكر أن: - عند القسمة تتحول عملية القسمة إلى ضرب مع قلب القاسم (أي الكسر الذي يأتي بعد علامة القسمة).

- يمكن اختصار بسط الأول أو الثاني مع مقام الأول أو الثاني.

تدريب (٢): أوجد حاصل ضرب ما يلي في أبسط صورة:

$$\frac{٢٥\ س^{٣}\ ص\ م}{٤\ ص^{٢}\ س^{٢}} \times \frac{٨\ س\ ص\ ع}{٥\ س^{٤}} \times \frac{٣٦\ س\ ص}{٤\ ع\ م^{٢}} \times \frac{٢\ س}{٦\ ل\ س^{٢}} = ...$$

تدريب (٣): ضع حاصل الضرب لما يلي في أبسط صورة:

١) $\frac{س - ٢}{س^{٢} - ٩} \times \frac{س^{٢} - س - ٦}{س^{٢} - ٤} =$ ....

٢) $\frac{٣\ س + ٣}{س^{٢} + س + ١} \times \frac{س^{٣} - ١}{س^{٣} - س^{٢}} \times \frac{٢\ س - ٢}{٣\ س^{٢} - ٣\ س - ٦} =$ ....

....

....

تدريب (٤): ضع حاصل الضرب لما يلي في أبسط صورة:

١) $\frac{س - ٢}{س^{٢} - ٩} \times \frac{س^{٢} - س - ٦}{س^{٢} - ٤} =$ ....

٢) $\frac{٣\ س + ٣}{س^{٢} + س + ١} \times \frac{س^{٣} - ١}{س^{٣} - س^{٢}} \times \frac{٢\ س - ٢}{٣\ س^{٢} - ٣\ س - ٦} =$ ....

....

....

تدريب (٥): أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي في أبسط صورة:

١) $\frac{٣٥\ س^{٢}\ ص^{٣}}{٨\ أ\ ب^{٢}} \div \frac{٥\ س^{٢}\ ص^{٢}}{٨\ ب} =$ ....

٢) $\frac{س^{٢} + ٤\ س + ٤}{س^{٢} - ٤} \div \left[\frac{س^{٢} + س}{س^{٢} - س - ٢} \div \frac{س + ٢}{س} \right] =$ ....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. $\frac{٤\ س + ١٦\ ص}{س^{٣} + ٦٤\ ص^{٣}} = \frac{١}{س^{٢} - ٤\ س\ ص + ١٦\ ص^{٢}}$.	◯	◯
٢. اختصار الكسر $\frac{س\ (س - ٥) + ٢٥}{س^{٣} + ١٢٥}$ إلى أبسط صورة هو (س + ٥).	◯	◯
٣. $\frac{س^{٢}\ ص}{ن\ ل\ ع} \times \frac{٢\ ن\ ل\ ع^{٢}}{ص\ س^{٣}} \times \frac{١}{٢} =$ ع س.	◯	◯
٤. $\frac{٢\ ص^{٢} - ٣٢}{ص^{٣} - ٢٧} \times \frac{ص^{٢} + ٣\ ص + ٩}{ص^{٢} - ص - ٢٠} = \frac{٢\ (س + ٤)}{(س - ٣)\ (س - ٥)}$.	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

٥. $\frac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س}^{٢} - ١٧\,\text{س} + ٧٢} \div \frac{\text{س}^{٢} + ٤\,\text{س} - ٥}{\text{س}^{٢} - ٩\,\text{س} + ٨} = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س} - ٩}$.	○ ○
٦. $\frac{\text{ص}^{٢}\,\text{ع ل ن}^{٢}}{\text{ن ل}^{٣}\,\text{ص}} \div \frac{٣\,\text{س ع ص}}{\text{س ع ل}^{٢}} = ٣\,\text{ن ع}$.	○ ○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. $\frac{\text{ص}^{٢} + ١٠\,\text{ص} + ٩}{\text{ص}^{٢} - ٨١} =$ ....:

١	$\frac{\text{ص} + ١}{\text{ص} - ٣}$.	٣	$\frac{\text{ص} + ١}{\text{ص} - ٩}$.
٢	$\frac{\text{ص} + ١}{\text{ص} + ٣}$.	٤	$\frac{\text{ص} + ١}{\text{ص} + ٩}$.

٢. $\frac{\text{ع} - ١}{\text{ع}^{٢} - ١} \times \frac{\text{ع}^{٣} + ١}{\text{ع}^{٢} - \text{ع} + ١} =$ ....:

١	ع - ١.	٣	صفر.
٢	١.	٤	-١.

٣. $\frac{\text{ل}^{٢} - ٤٩}{\text{ل}^{٢} - ٩\,\text{ل} + ١٤} \div \frac{\text{ل} + ٧}{\text{ل}^{٢} - ٤} \div \frac{\text{ل} + ٢}{\text{ل} - ١}$ ....:

١	$\frac{١}{\text{ل} - ١}$.	٣	ل + ١.
٢	ل - ١.	٤	$\frac{١}{\text{ل} + ١}$.

٤. القيمة العددية لحاصل ضرب $\frac{\text{س} + ٣}{\text{س} - ٣} \times \frac{١}{\text{س}^{٢} - ٩}$ ، عند س = ١ هي ....:

١	٤.	٣	$-\frac{١}{٤}$.
٢	-٤.	٤	$\frac{١}{٤}$.

٥. القيمة العددية لناتج قسمة $\frac{\text{ل} + ٤}{\text{ل} - ٢}$ على $\frac{\text{ل} + ٤}{\text{ل}^{٣} + ٨}$ ، عند ل = ١٠ هي ....:

١	٩٤.	٣	٧٤.
٢	٨٤.	٤	٦٤.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. ناتج القسمة $\frac{٣\,\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س}}{\text{س}^{٢} - ١} \div \frac{\text{س}}{\text{س} + ١}$ يساوي..............:

١. س + ١.	٢. س - ١.	٣. ٣.	٤. -٣.

ب. المقدار $\frac{٥٥\,\text{س}^{٣}\,\text{ص}^{٢}}{١١\,\text{س}^{٢}\,\text{ص}}$ في أبسط صورة يساوس ....:

١. ٥.	٢. ٥ س.	٣. ٥ س ص.	٤. ٥ ص.

ج. ناتج القسمة $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ٩} \div \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\,\text{س} + ٦}$ يساوي..............:

١. $\frac{١}{\text{س} + ٣}$.	٢. $\frac{-١}{\text{س} - ٣}$.	٣. $\frac{١}{\text{س} - ٢}$.	٤. $\frac{١}{\text{س} + ٢}$.

حتى وإن واجهتك العثرات ... لا تتوقف ...

الدرس السابع: المضاعف المشترك الأصغر

مفهوم المضاعف المشترك الأصغر:

المضاعف المشترك الأصغر لعدة مقدارين جبريين أو أكثر هو أصغر مقدار يقبل القسمة على هذه المقادير، ويرمز له بالرمز (م . م . أ).

مثال على ذلك: م. م. أ للعددين ٣ ، ٥ :

مضاعفات ٣: ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٧ ، ٣٠ ، .....

مضاعفات ٥ : ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ...

المشترك بينهما: ١٥ ، ٣٠ ، لكن الأصغر بينهما هو: ١٥ ، لذلك م . م . أ = ١٥.

ملاحظة: لإيجاد المضاعف المشترك الأصغر أو العامل المشترك الأكبر نستخدم التحليل.

جدول المقارنة بين (م . م . أ) و (ع . م . أ):

أوجه المقارنة	العامل المشترك الأكبر	المضاعف المشترك الأصغر
التعريف	هو عبارة عن حد أو مقدار جبري مشترك بين الحدود أو المقادير بحيث يُقسمها جميعاً.	هو عبارة عن أصغر حد أو مقدار جبري مشترك بين الحدود أو المقادير بحيث يقبل القسمة عليها جميعاً.
الرمز	ع . م . أ	م . م . أ
المعاملات	نأخذ المعاملات المشتركة فقط وبأقل تكرار.	نأخذ المعاملات المشتركة بأكثر تكرار ونأخذ أيضاً المعاملات غير المشتركة.
المتغيرات	نأخذ المتغيرات المشتركة فقط وبأصغر أس.	نأخذ المتغيرات المشتركة بأكبر أس ونأخذ أيضاً المتغيرات غير المشتركة.
الأقواس	نأخذ الأقواس المشتركة فقط وبأصغر أس.	نأخذ الأقواس المشتركة بأصغر أس ونأخذ أيضاً الأقواس غير المشتركة.
الاستخدام	في عملية التحليل	في عملية توحيد المقامات
مثال	٣٢ س (س + ٢)^{٣} ، ٨ س^{٥} ص (س + ٢) ع. م . أ = ٨ س (س + ٢)	٣٢ س (س + ٢)^{٣} ، ٨ س^{٥} ص (س + ٢) م. م . أ = ٣٢ س^{٥} ص (س + ٢)^{٣}

تدريب (أ): أكمل الجدول التالي:

	ع . م . أ	م . م . أ
٨ ، ١٠ ، ١٠٠ ، ٢		
س ص ، س^{٢} ، ع س		
(س + ١)^{٣} ، (س + ١)^{٦}		
س - ١ ، س٣ - ٤ س		

إعداد: هلا المولجي

تدريب (٢): أوجد المضاعف المشترك الأصغر لمقادير التالية:

$س^2 - أ^2$ ، $س^3 - أ^3$ ، $س^2 - ٢ أ س + أ^2$

....

....

....

....

ملاحظة هامة:

قد يعطيكم في السؤال عدة مقادير بحيث يكون أحدها مقدار جبري والمقادير الأخرى عوامل هذا المقدار فيكون (م . م . أ) لهذه المقادير هو هذا المقدار الأكبر.

مثلاً: س - ١ ، س + ١ ، $س^2 - ١$

نلاحظ أن (س - ١) ، (س + ١) عوامل للمقدار الثالث ($س^2 - ١$) لذلك م . م . أ = $س^2 - ١$.

تدريب (٣): أوجد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير التالية:

٥. $ل^3 - ٨$ ، $ل^2 + ٢ ل + ٤$ ، ل - ٢.

....

٦. س + ٣ ، $س^2 - ٥ س - ١٥$.

....

٧. $س^4 - ١٦$ ، $س^2 + ٤$ ، س - ٢.

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. م . م . أ للحدود الجبرية أ $ب^2$ ، ب $جـ^2$ ، أ $ب^2$ جـ هو ب.	◯	◯
٢. م . م . أ للحدود الجبرية ٩ س ص ، ١٨ $س^2$ ص ع ، ٢٧ $ع^2$ يساوي ٥٤ $س^2$ ص ع.	◯	◯
٣. م . م . أ للمقادير الجبرية $ب^3 - ب$ ، $ب^2 - ١$ ، ٣ $ب^2$ - ب - ٢ يساوي ب ($ب^2 - ١$) (٣ ب + ٢).	◯	◯
٤. إذا كان م . م . أ للحدود ٥ س ص ، أ $س^2$ ع يساوي ٢٥ $س^2$ ص ع فإن قيمة أ = ٥.	◯	◯
٥. المضاعف المشترك الأصغر لمقدارين هو أكبر مقدار جبري يقبل القسمة على هذين المقدارين.	◯	◯
٦. لإيجاد (م . م . أ) لمجموعة من المقادير نستخدم طريقة التحليل.	◯	◯
٧. م . م . أ لـ ٣ ، ٥ ، ٢ يساوي ٦٠.	◯	◯
٨. م . م . أ للمقادير الجبرية $س^2$ + ٩ س + ٢٠ ، س + ٤ يساوي $س^2$ + ٩ س + ٢٠.	◯	◯
٩. إذا كان م . م . أ لمقدارين يساوي ٩ $س^2$ + ٢٥ وكان أحدهما ٣ س - ٥ فقد يكون الآخر هو ٣ س + ٥.	◯	◯
١٠. إذا كان م . م . أ للمقدارين س + ٤ ، س + جـ يساوي $س^2$ + س - ١٢ ، فإن قيمة جـ = ٣.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١. م . م . أ للحدود الجبرية - ٣ س ب ، ٤ م ن س ، ع $س^2$ يساوي ....:

١	س.	٣	- ١٢ $س^2$ ب ع م ن.
٢	- س ن.	٤	١٢ $س^2$ ب ع م ن.

٢. المقدار س٢ - ص٢ يعتبر م . م . أ للمقدارين:

١	س - ١ ، س + ١.	٣	س - ص ، $(س - ص)^2$.
٢	س + ص ، $(س + ص)^2$.	٤	س - ص ، س + ص.

٣. م . م . أ للمقادير ل + ١ ، - ٣ ل - ٣ ، ل^{٣} + ١ يساوي ......:

١	-٣ (ل^{٣} + ١).	٣	(ل^{٣} + ١).
٢	٣ (ل^{٣} + ١).	٤	ل + ١.

٤. المقدار ٢ (س٢ - ٤) يعتبر م . م . م لجميع المقادير التالية عدا واحد هو:

١	٢ س^{٢} - ٨ ، س + ١.	٣	٢ س^{٢} - ٤ ، س + ١.
٢	٢ س^{٢} - ٨ ، س - ١.	٤	٢ (س^{٢} - ٤) ، س + ١.

٥. م . م . أ للمقادير (س - ١) ، (س + ٣) يساوي ....:

١	س - ١.	٣	(س - ١) (س + ٣).
٢	س + ٣.	٤	(س + ١) (س + ٣).

٦. لكي يكون المقدار م س^{٢} - ١٦ م . م . أ للمقدارين ٥ س - ٤ ، ٥ س + ٤ ، فإن قيمة م = :

١	٥.	٣	٢٥.
٢	-٥.	٤	-٢٥.

٧. م . م . أ للحدود الجبرية ٣ س ل ، ٥ م ن يساوي ....:

١	٣ س ل م ن.	٣	-١٥ س ل ن م.
٢	٥ س ل م ن.	٤	١٥ س ل ن م.

٨. م . م . أ للحدود الجبرية ١٢٥ ل^{٢} س هـ ، ٢٥ ل هـ^{٤} ، - ٥ ل س هـ ....:

١	٥ س ل هـ.	٣	- ٢٥ س ل^{٢} هـ^{٤}.
٢	- ٥ س ل هـ.	٤	-١٢٥ س ل^{٢} هـ^{٤}.

٩. م . م . أ هو رمز لـ ....:

١	العامل المشترك الأكبر.	٣	العامل المشترك الأصغر.
٢	المضاعف المشترك الأكبر.	٤	المضاعف المشترك الأصغر.

١٠. م . م . أ للمقادير (س٢ - س - ٢) ، (س٢ - ٤ س + ٣) يساوي ....:

١	(س - ٢) (س٢ - ٤ س + ٣).	٣	(س + ١) (س + ٣).
٢	(س + ٢) (س٢ - ٤ س + ٣).	٤	(س + ١) (س - ٢).

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ) م . م . أ للمقدارين (س^{٢} - ٩) ، (س + ٣) هو ....:

١. س^{٢} - ٩.	٢. س^{٢} + ٩.	٣. س + ٣.	٤. - س - ٣.

ب) م . م . أ للمقادير أ^{٢} - ب^{٢} ، أ - ب ، أ + ب هو ....:

١. أ^{٢} + ب^{٢}.	٢. أ^{٢} - ب^{٢}.	٣. (أ + ب)^{٢}.	٤. (أ - ب)^{٢}.

جـ) م . م . أ للمقادير س + ٣ ، س - ٣ ، س^{٢} - ٣ س هو ....:

١. س^{٢} - ٩.	٢. س (س - ٣).	٣. س (س^{٢} - ٩).	٤. س^{٢} - ٣ س.

د) م . م . أ للمقدارين (س^{٢} - ٢٥) ، (س + ٥) هو ....:

١. س + ٥.	٢. س - ٥.	٣. س^{٢} + ٢٥.	٤. س^{٢} - ٢٥.

هـ) م . م . أ للمقدارين ١٥ س^{٢} + ٦ س ، ١٢ س هو ....:

١. ١٢ س + ١٥ س^{٢}.	٢. ١٥ س^{٢} + ١٨ س.	٣. ١٢ س (٥ س + ٢).	٤. ١٢ س (٥ س^{٢} + ٢).

و) م . م . أ للمقدارين ٤ - س^{٢} ، ٢ س - س^{٢} ، ٢ + س هو ....:

١. س (٤ - س^{٢}).	٢. - س (س^{٢} + ٤).	٣. س^{٢} - ٤.	٤. س (س - ٢).

ز) م . م . أ للمقدارين ٢ س^{٢} - ٨ ، س^{٢} - ٤ س + ٤ هو ....:			
١. ٢ (س -٢)^{٢} (س +٢).	٢. س (س^{٢} - ٤)^{٢}.	٣. ٢ (س^{٢} - ٨).	٤. ٢ (س^{٣} - ٨).
ح) م . م . أ للمقدارين س + ١ ، س^{٢} + ٢ س + ١ هو ....:			
١. س + ١.	٢. (س+ ١)^{٢}.	٣. (س + ١)^{٣}.	٤. ٢ س (س+ ١)^{٢}.
ر) م . م . أ للمقادير (س^{٣} - ص^{٣}) ، (س - ص) ، (س^{٢} + س ص + ص^{٢}) هو ....:			
١. (س^{٣} + ص^{٣}).	٢. (س^{٣} - ص^{٣}).	٣. (س + ص)^{٣}.	٤. (س - ص)^{٣}.

لكل شخص سيحصل على ما سعى إليه حتى وإن تأخر

الدرس الثامن: جمع وطرح الكسور الجبرية

خطوات جمع وطرح الكسور الجبرية:

١. نحلل البسوط والمقامات إلى أبسط صورة.
٢. نوحد المقامات بإيجاد (م . م . أ) لها.
٣. نقسم (م . م . أ) على مقام كل كسر ونضرب الناتج في بسطه.
٤. نجمع أو نطرح البسوط معاً.
٥. بعد التحليل لكل مقدار والاختصار وتوحيد المقامات وجمع الحدود المتشابهة في البسط، نتأكد من عدم وجود تحليل لكلٍ من البسط والمقام لاختصاره وجعله في أبسط صورة.

تذكر أن: عند إجراء العمليات نتبع التسلسل التالي:

⇦ الأولوية دائماً للعمليات التي في الأقواس.
⇦ يأتي بعد ذلك عمليتي الضرب والقسمة وتكون الأولوية للعملية التي تأتي أولاً على اليمين.
⇦ يأتي بعد ذلك عمليتي الجمع والطرح وتكون الأولوية للعملية التي تأتي أولاً على اليمين.

ملاحظات هامة:

١. الفرق بين هذا الدرس ودرس ضرب وقسمة الكسور، أنه في هذا الدرس يمكن فقط اختصار بسط الأول مع الأول وبسط الثاني مع الثاني وهكذا.
٢. الفرق بين جمع وطرح الكسور، أنه في الطرح وبعد توحيد المقامات لا بد من عمل قوس بعد الطرح للبسط الذي يأتي بعد علامة الطرح ثم توزيع الإشارة له بالضرب في جميع حدود البسط لهذا الكسر.
٣. طريقة توحيد المقامات لها ثلاثة أنواع:

✓ المقامات الموحدة: نجمع أو نطرح البسوط معاً بعد الاختصار مباشرة.
✓ المقامات المتشابهة لكن مختلفة في الإشارة: يتم ترتيب أحد المقامات من خلال إخراج إشارة السالب كعامل مشترك وضربها في بسط هذا المقام، ثم نكمل الحل.
✓ المقامات المختلفة: يتم توحيد المقامات بإيجاد م. م. أ للمقامات ثم نقسمه على كل مقام وضرب الناتج المتبقي في البسط.

تدريب (١): احسب ما يلي في أبسط صورة:

١. $\frac{س + ٤}{س + ٣} - \frac{١}{س - ٣} + \frac{٦}{س^٢ - ٩}$ ....

....

....

....

....

٢. $\frac{\text{٢ س + ١}}{\text{س}^{٢}\text{ + س - ٦}}$ + [$\frac{\text{٦}}{\text{س}^{٢}\text{ - ٩}}$ - $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}\text{ - ٥ س + ٦}}$] ....

....

....

....

....

تدريب (٢): إذا كانت: م = $\frac{\text{٣ س + ٦}}{\text{س}^{٢}\text{ + س - ٢}}$ ، ل = $\frac{\text{س}^{٢}\text{ - ٢س + ١}}{\text{س}^{٢}\text{ + ٤ س - ٥}}$

- ضع كلاً من م ، ل في أبسط صورة.

....

....

....

- أوجد كلاً مما يلي: ١) م + ل.   ٢) م - ل.   ٣) م × ل.   ٤) م ÷ ل.

....

....

....

....

....

....

تدريب (٣): مستطيل طوله $\frac{\text{ص}^{٢}\text{ + ٢ ص + ١}}{\text{ص + ١}}$ سم ، وعرضه $\frac{\text{ص}^{٢}\text{ - ١}}{\text{ص - ١}}$ سم ، فما محيطه بدلالة ص، ثم احسب قيمته إذا كانت قيمة ص = ١٠.

....

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي: صح خطأ

	صح	خطأ
١. $\frac{٣\text{س}}{\text{س}+١} - \frac{٢\text{س}-١}{\text{س}+١} = \frac{\text{س}-١}{\text{س}+١}$.	○	○
٢. جمع $\frac{٤\text{س}-٦}{\text{س}^٢-\text{س}+١}$ مع $\frac{٢\text{س}^٢-\text{س}-٣}{\text{س}^٣+١}$ يساوي $\frac{٣(٢\text{س}-٣)}{\text{س}^٢-\text{س}+١}$.	○	○
٣. $\frac{\text{س}-٢}{\text{س}^٢-٩} \times \frac{\text{س}^٢-٦\text{س}+٩}{\text{س}^٢-٤} + \frac{٣}{\text{س}+٢} = \frac{٢\text{س}+٣}{(\text{س}+٣)(\text{س}+٢)}$.	○	○
٤. إذا طرحنا $\frac{٢١}{\text{س}^٢-٤}$ من $\frac{٣}{\text{س}^٢-٢\text{س}}$ ، فإن الناتج سيكون $\frac{٣}{\text{س}+٢}$.	○	○
٥. $\frac{٦}{\text{س}+٢} + \frac{\text{س}-٤}{\text{س}+٢} =$ صفر.	○	○
٦. $\frac{٥}{\text{س}} - \frac{٥٠}{١٠\text{س}} =$ صفر.	○	○
٧. $\frac{١}{\text{س}-٢} - \frac{١}{\text{س}+٢} = \frac{٢\text{س}}{\text{س}^٢-٤}$.	○	○
٨. $\frac{\text{س}^٢-٦\text{س}}{\text{س}^٢-٣٦} - \frac{٦}{\text{س}+٦} = ١$.	○	○
٩. $\frac{٢}{\text{ن ل}} - \frac{١}{\text{ن ل}^٢} = \frac{١}{\text{ن ل}^٢}$.	○	○
١٠. $\frac{\text{س}^٣-\text{س}^٢+\text{س}-١}{\text{س}^٢-١} - \frac{٢}{\text{س}+١} = \text{س}-١$.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١. $\frac{\text{س}-١}{\text{س}^٢-٢\text{س}+١} - \frac{\text{س}+١}{\text{س}^٢-٣\text{س}+٢} =$ ....:

١	$\frac{٣}{(\text{س}-١)(\text{س}-٢)}$.	٣	$\frac{-١}{(\text{س}-١)^٢(\text{س}-٢)}$.
٢	$\frac{-٣}{(\text{س}-١)(\text{س}-٢)}$.	٤	$\frac{١}{(\text{س}-١)^٢(\text{س}-٢)}$.

٢. $\frac{-١}{(\text{س}+٥)} - \frac{-١}{(\text{س}+٥)} =$ ....:

١	صفر.	٣	١.
٢	ـ ٢.	٤	ـ ١.

٣. $\frac{-١٠}{\text{س}^٢-٢٥} + \frac{١}{\text{س}-٥} =$ ....:

١	س ـ ٥.	٣	ـ س ـ ٥.
٢	س + ٥.	٤	١٠ س ـ ٥.

٤. $\frac{٢}{\text{س}-٤} \times \frac{\text{س}^٢-١٦}{\text{س}+٤} - \frac{\text{س}^٢-٥\text{س}}{\text{س}-٥} =$ ....:

١	ـ ٢ + س.	٣	٢ ـ س.
٢	ـ ٢ ـ س.	٤	٢ + س.

٥. $\frac{٣\text{س ص}}{\text{س}-٣} \div \frac{\text{س}+٣}{\text{س}^٢-٩} + \frac{\text{ص}(-\text{س}^٢-٣\text{س})}{\text{س}+٣} =$ ....:

١	٢ س ص.	٣	٢ س ص (س + ٣).
٢	ـ ٢ س ص.	٤	ـ ٢ س ص (س + ٣).

٦. الأولوية في العمليات الحسابية هي ....:			
١	لعملية الجمع.	٣	لعمليتي الضرب والقسمة.
٢	لعملية الطرح.	٤	للعمليات التي في الأقواس.
٧. $\text{ص س} \times -\text{٢ س ص} - \text{٤ س}^{\text{٢}}\text{ ص}^{\text{٢}} =$ ....:			
١	ـ ٦ س ص.	٣	ـ٦ $\text{س}^{\text{٢}}\text{ ص}^{\text{٢}}$.
٢	٦ س ص.	٤	٦ $\text{س}^{\text{٢}}\text{ ص}^{\text{٢}}$.
٨. $\frac{\text{س}^{\text{٣}} + \text{١}}{\text{٣ س}^{\text{٣}} - \text{٣ س}^{\text{٢}} + \text{٣ س}} + \frac{\text{س} + \text{٢}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣ س} + \text{٢}} =$ ....:			
١	$\frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥ س} + \text{١}}{\text{٣ س (س + ١)}}$.	٣	$\frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥ س} + \text{١}}{\text{س} + \text{١}}$.
٢	$\frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥ س} + \text{١}}{\text{٣ س (س + ١)}}$.	٤	$\frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥ س} + \text{١}}{\text{س} + \text{١}}$.
٩. $\frac{\text{٢}}{\text{٣ س}} - \frac{\text{١}}{\text{ص}} = \frac{\text{.............}}{\text{٣ س ص}}$:			
١	٢ س ـ ص.	٣	٢ ص + س.
٢	٢ س + ص.	٤	٢ ص ـ س.
١٠. $\frac{\text{٥}}{\text{٤ ل}} + \frac{\text{٢}}{\text{٤ ن}} = \frac{\text{٥ ن + ٢ ل}}{\text{..........}}$:			
١	٤ ل ن.	٣	١٦ ل ن.
٢	ـ ٤ ل ن.	٤	١٦ $\text{ل}^{\text{٢}}\text{ ن}^{\text{٢}}$.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. حاصل الجمع $\frac{\text{س} + \text{١}}{\text{٢ س} + \text{٣}} + \frac{\text{س} + \text{٢}}{\text{٢ س} + \text{٢}}$ يساوي الواحد.	○	○
٢. ناتج الطرح $\frac{\text{١}}{\text{س}} - \frac{\text{١}}{\text{٣}}$ يساوي $\frac{\text{س} - \text{٣}}{\text{٣ س}}$.	○	○
٣. حاصل الجمع $\frac{\text{١}}{\text{س} + \text{٢}} + \frac{\text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}$ يساوي $\frac{\text{١}}{\text{س} - \text{٢}}$.	○	○
٤. $\frac{\text{٢}}{\text{س (س + ١)}} + \frac{\text{٢}}{\text{س} + \text{١}}$ يساوي $\frac{\text{٢}}{\text{س}}$.	○	○
٥. ناتج العمليات $\frac{\text{١}}{\text{س} + \text{٥}} + \frac{\text{١}}{\text{س} - \text{٥}} - \frac{\text{١٠}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٥}}$ يساوي $\frac{\text{٢}}{\text{س} - \text{٥}}$.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ) ناتج طرح $\left[\frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢ س} + \text{٤}}{\text{س} - \text{٢}} - \frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{س} - \text{٢}}\right] =$ ....:			
١. ـ١.	٢. ١.	٣. ـ٢.	٤. ٢.
ب) $\left[\frac{\text{٢ س} + \text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}} - \frac{\text{١}}{\text{س} - \text{٢}}\right] =$ ....:			
١. $\frac{\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}$.	٢. $\frac{\text{١}}{\text{س} - \text{٢}}$.	٣. $\frac{\text{١}}{\text{س} + \text{٢}}$.	٤. $\frac{\text{١}}{\text{٢} - \text{س}}$.

جـ) ناتج طرح [$\frac{١}{س - ١}$ - $\frac{٢}{س - ١}$] =............:			
١. $\frac{- ١}{س + ١}$.	٢. $\frac{- ١}{س - ١}$.	٣. $\frac{١}{س - ١}$.	٤. $\frac{١}{س + ١}$.
د) ناتج الطرح ($\frac{١}{م}$ + $\frac{١}{ن}$) - ($\frac{م + ن}{م ن}$) يساوي............:			
١. صفر.	٢. ١.	٣. -١.	٤. م ن.
هـ) ناتج طرح $\frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ١}$ - $\frac{س^٢}{س + ١}$ يساوي ....:			
١. ١.	٢. -١.	٣. س.	٤. - س.
و) ناتج طرح $\frac{س^٢ - ٢ س + ٤}{س - ٢}$ - $\frac{س^٢}{س - ٢}$ يساوي ....:			
١. -١.	٢. ١.	٣. -٢.	٤. ٢.
ز) $\frac{٢ س + ٤}{س^٢ - ٤}$ - $\frac{١}{س - ٢}$ = ...:			
١. $\frac{١}{س^٢ - ٤}$.	٢. $\frac{١}{س - ٢}$.	٣. $\frac{١}{س + ٢}$.	٤. $\frac{١}{٢ - س}$.
ح) ناتج طرح $\frac{١}{س - ١}$ - $\frac{٢}{س - ١}$ يساوي ....:			
١. $\frac{- ١}{س + ١}$.	٢. $\frac{١}{١ - س}$.	٣. $\frac{١}{س - ١}$.	٤. $\frac{١}{س + ١}$.

انتهت الوحدة الأولى بسلام . . . أجمل ما قد تهدونه لي هو الدعاء في ظهر الغيب . . كل التوفيق لكم يا أوائل الجمهورية . .

إعداد: هلا المولجي

الوحدة الثالثة

المعادلات

رياضيات - الصف التاسع

إعداد: هلا الموليجي

الدرس الأول: معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين

- أخذتم في الصف السابع والثامن معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد وطريقة حلها، وشروطها كالآتي:

١. أس متغيرها دائماً = ١.
٢. لها متغير واحد فقط.

- عدد حلول معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد = حل واحد في ح.

حلول معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد فقط		
الصياغة	أ س + ب = ٠	$\frac{أ}{س}$ + ب = ٠
أمثلة	٢ س+ ٥ = ٠ ، ٢ ص ـ ١٢,٢ = ٠ ، ع ـ ٣ ع = ٥.	$\frac{٣}{س}$ + ٩ = ٠ ، ٤ ـ $\frac{١٠}{ل}$ = ٠
الحل	س = $\frac{-ب}{أ}$ ، أ ≠ صفر	س = $\frac{-أ}{ب}$ ، ب ≠ صفر
حالات أخرى للحل	إذا كانت أ = صفر ← مستحيلة الحل. إذا كانت أ = ب = صفر ← لها حلول غير محدودة.	إذا كانت ب = صفر ← مستحيلة الحل. إذا كانت أ = ب = صفر ← لها حلول غير محدودة.

معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين

- **مميزاتها:**

١. الصورة العامة (أ س + ب ص = جـ) ، أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية.
٢. أس المتغيرات س ، ص دائماً = ١.
٣. لها متغيرين فقط.
٤. لها قيم كثيرة في ح وأحياناً تكون لا نهائية.
٥. يمثل حلها كزوج مرتب (س ، ص).
٦. تمثل كمجموعة نقاط لا منتهية في مستوى الإحداثيات على شكل خط مستقيم.
٧. تسمى بالمعادلة الخطية.

- ملاحظة: أي نقطة تقع على الخط المستقيم تحقق المعادلة (أي تمثل حلاً لها)، ولتحقق من أي حل نعوض في المعادلة.

تدريب (١): ميز معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد ومعادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين:

س + ١ = ٣س ، ٢ س^{٢} ـ ١ = ٠ ، ص ـ ٤ = ٠ ، س ـ ص = ٤ ، ٢ س + ص^{٢} = ٠
س^{٣} ـ ٤ = ص ، ص + ٢ ص = ٤ ، ٣ ـ س = ٠ ، ص + ٣ س = ٨ ، ٤ س = ٢

معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد	معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين

تدريب (٢): أياً مما يلي يمثل حلاً للمعادلة (٢ س ـ ص = ٣):

(٣ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (١,٢ ، ٠) ، (٢,٥ ، ٢) ، (-١ ، -٥) ، ($\frac{-١}{٢}$ ، ٤).

إعداد: هلا المولجي

ملاحظة: أحياناً يطلب في المسائل أن نكتب عدة حلول لمعادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين، فعليك أن تتبع الخطوات التالية:

١) نكتب المعادلة بدلالة أحد المتغيرين أي أن:
- ✓ إذا كتبناها بدلالة س سيتكون ص منفردة في الطرف الآخر.
- ✓ إذا كتبناها بدلالة ص سيتكون س منفردة في الطرف الآخر.

٢) نختار قيم للمتغير الذي كتبت المعادلة بدلالته من ح على حسب عدد الحلول المطلوبة.

٣) نكتب هذه القيم في جدول، ونوجد القيم لمقابلة لها للمتغير الآخر من خلال التعويض بهذه القيم في المعادلة الجديدة.

تدريب (٦): اكتب المعادلات التالية مرة بدلالة س ومرة أخرى بدلالة ص:

المعادلة	بدلالة س	بدلالة ص
س + ص = ٥		
٢ (س + ١) = ٣ (ص - ١)		
$\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} = \frac{١}{٦}$		
ص - ٤ س = ١٥		

تدريب (٧): اكتب خمس حلول في ح × ح للمعادلتين الآتيتين:

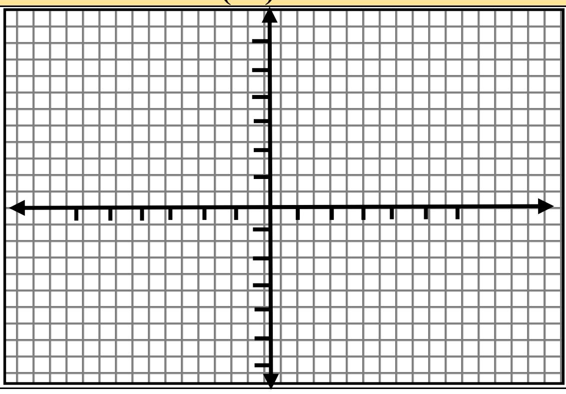
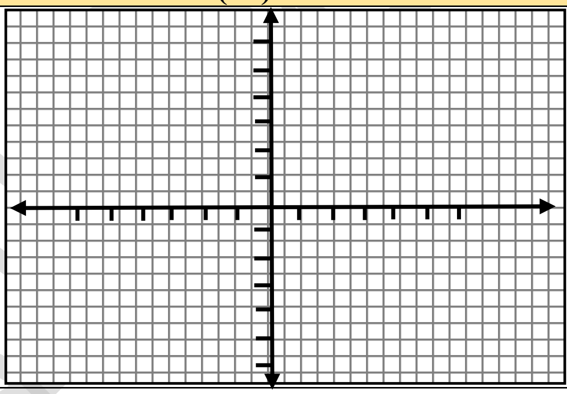
٢ س + ص = ٤	عددان حقيقيان مجموعهما (٧).

التمثيل البياني لمجموعة حل معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين

الخطوات:

١. نكتب المعادلة بدلالة أحد المتغيرين.
٢. نختار قيم للمتغير الذي كتبت المعادلة بدلالته من ح.
٣. ننشئ جدول ونضع فيه القيم ونوجد قيم المتغير الآخر بالتعويض عن القيم المختارة.
٤. نمثل الأزواج المرتبة كنقاط في المستوى ح × ح.
٥. نصل النقاط باستخدام المسطرة، والمستقيم الناتج يمثل مجموعة حل المعادلة، وأي نقاط أخرى تقع عليه تمثل حل للمعادلة.

تدريب (٤): مثل بيانياً مجموعة حل المعادلتين في تدريب ٢.

المعادلة (١)	المعادلة (١)
	

تدريب (٥): من خلال الشكل استخرج أربعة حلول للمعادلة في الشكل المجاور:

المعادلة: ....

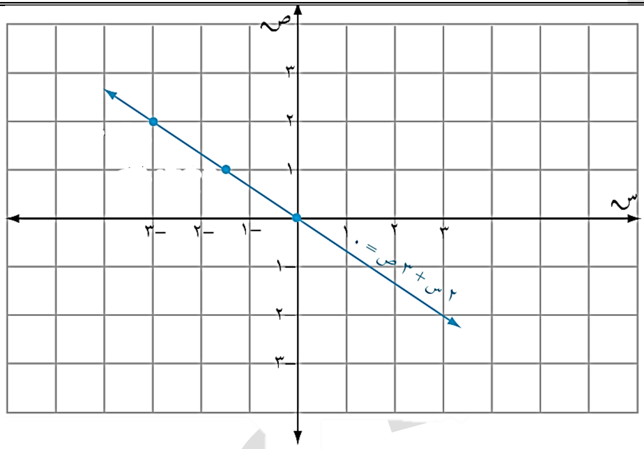
الحلول:

١) ....

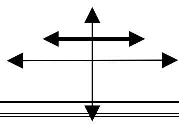
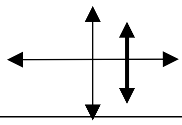
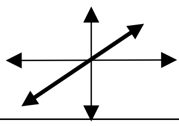
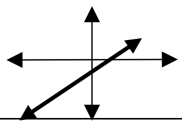
٢) ....

٣) ....

٤) ....



حالات مجموعة حل معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين مع مستوى الإحداثيات:

معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين: أ س + ب ص = جـ			
إذا كانت أ = ٠	إذا كانت ب = ٠	إذا كانت جـ = ٠	أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ≠ ٠
• تصبح معادلة من الدرجة الأولى ذات متغير. • مستقيم المعادلة في مستوى الإحداثيات يوازي محور السينات ويتعامد مع الصادات. • متغير المعادلة سيكون ص.	• تصبح معادلة من الدرجة الأولى ذات متغير. • مستقيم المعادلة في مستوى الإحداثيات يوازي محور الصادات ويتعامد مع السينات. • متغير المعادلة سيكون س.	• تظل معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين. • مستقيم المعادلة يمر بنقطة الأصل ويقطع المحورين.	• تظل معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين. • مستقيم المعادلة يقطع المحورين.
			

إعداد: هلا المولجي

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. المعادلة س^{٢} - ٣ ص = ٧ ، تعتبر معادلة من الدرجة الأولى ذات متغيرين.	◯	◯
٢. المعادلة س(١ + س ص) = ٠ ، لا تعتبر معادلة من الدرجة الأولى ذات متغيرين.	◯	◯
٣. تكتب المعادلة ٥ س - ص + ٥ = ٠ بدلالة ص بالصورة ص = ٥ س + ٥.	◯	◯
٤. يعتبر الزوج المرتب (- ٢ ، ١) حلاً للمعادلة ٢ س + ٣ ص = ٥.	◯	◯
٥. تسمى معادلة الدرجة الأولى بالمعادلة الخطية.	◯	◯
٦. تمثل مجموعة حل معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين على شكل خط منحني في مستوى الإحداثيات.	◯	◯
٧. علاقة المعادلة س = ص بمحور الإحداثيات السيني أنها موازية له.	◯	◯
٨. لمعادلة الدرجة الأولى التي بالصورة أ س + ب = ٠ حل وحيد في ح.	◯	◯
٩. لمعادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين عدد لا نهائي من الحلول في ح.	◯	◯
١٠. إذا كان (٣ ، م) يمثل حلاً للمعادلة ٤ ص - ١ = س ، فإن قيمة م = - ١.	◯	◯
١١. إذا كانت قيمة س = ٤ في المعادلة $\frac{١}{٦}$ ص - س = ٢ ، فإن قيمة ص = ٣٦.	◯	◯
١٢. تعتبر المعادلة س + $\frac{١}{س}$ = ٣ ، معادلة من الدرجة الأولى ذات متغير.	◯	◯
١٣. المعادلة س + ص = ٤ لها ثلاثة حلول فقط في ح.	◯	◯
١٤. الزوج المرتب (١ ، ٠) يمثل حلاً للمعادلة س + ص = ١.	◯	◯
١٥. من حلول المعادلة $\frac{س}{٢}$ + ص = ٥ هو (٤ ، ٣).	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. أحد المعادلات التالية تمثل معادلة من الدرجة الأولى ذات متغير واحد ....:

١	س - ص = ٠.	٣	س^{٢} -١ = ٥.
٢	س + ٣ س = ٤.	٤	س - ص^{٣} = ١.

٢. أحد المعادلات التالية تمثل معادلة من الدرجة الأولى ذات متغيرين ....:

١	س + ٤ ص = ص^{٢}.	٣	ص - ١ = ٠.
٢	ص - ٢^{٤} س = ٠.	٤	س + ٣ = ٠.

٣. عدد حلول معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين ....:

١	حل وحيد.	٣	حلان.
٢	ثلاثة حلول.	٤	عدد لا نهائي من الحلول.

٤. عدد حلول معادلة الدرجة الأولى ذات متغير ....:

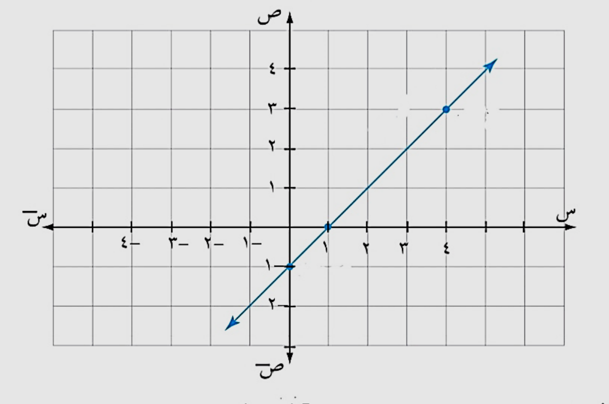
١	حل وحيد.	٣	حلان.
٢	ثلاثة حلول.	٤	عدد لا نهائي من الحلول.

٥. أياً مما يلي يمثل حلاً للمعادلة ١,٥ س + ١٠ ص = ٠ ....:

١	(١ ، ٢).	٣	(٤ ، ٦).
٢	(٠ ، ٠).	٤	(- ٣ ، ٥).

٦. تكتب المعادلة ٢ س - ص = ٢ ، بدلالة س بالصورة ....:

١	ص = ٢ (س - ١).	٣	س = $\frac{ص - ٢}{٢}$.
٢	ص = ٢ (١ - س).	٤	س = $\frac{ص + ٢}{٢}$.

٧. إذا كان (-١ ، ل) يمثل حلاً للمعادلة س - ٤ ص = ١، فإن قيمة ل = ...:			
١	$\frac{١}{٤}$.	٣	$\frac{-١}{٢}$.
٢	$\frac{-١}{٤}$.	٤	$\frac{١}{٢}$.
٨. الزوج المرتب (٣ ، ٠) يمثل حلاً للمعادلة ....:			
١	س - ص = ٠	٣	س + ٣ ص = ٣
٢	س + ص = ٠	٤	س - ٣ ص = -٣.
٩. أحد النقاط التالية تقع على خط مستقيم المعادلة س - ٢ ص = ٥ ....:			
١	(١ ، ٢).	٣	(١٠ ، ٢,٥).
٢	(-١ ، -٢).	٤	(-١٠ ، -٢,٥).
١٠. المستقيم في الشكل المجاور يمثل حل للمعادلة ......: 			
١	س - ص = ٢.	٣	ص = س - ١
٢	س + ص = ٢	٤	س = ص - ١.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. مجموعة حل المعادلة ٣ س - ٢٥ = ٢، هي { ٣ }.	○	○
٢. المعادلة ٣ س - ص = ٠ معادلة من الدرجة الثانية.	○	○
٣. الزوج المرتب (٣ ، -١) يُعد حلاً للمعادلة س + ٢ ص = ١٣.	○	○
٤. معادلة الدرجة الأولى ذات متغيرين لها حل وحيد.	○	○
٥. (١ ، $\frac{١}{٢}$) يمثل أحد حلول المعادلة ٣ س - ١ = ٢ ص.	○	○
٦. (٥ ل + ٢ م + ٣ = ٠) معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد.	○	○
٧. الزوج المرتب (١، ١) يمثل حل للمعادلة ص = ١ - ٢ س.	○	○
٨. الزوج المرتب (٣ ، ٠) يحقق المعادلة ٣ س + ص = ٧.	○	○
٩. الزوج المرتب (٢ ، ٢) يحقق المعادلة ٢ س - $\frac{١}{٢}$ ص = ٥.	○	○
١٠. حل المعادلة ٣ س + ٦ = ٠ هو س = ٢.	○	○
١١. (٥ $س^{٢}$ + ص = ٧) معادلة من الدرجة الأولى بمتغيرين.	○	○
١٢. المعادلة ٣ س + ص = ١ لها حل وحيد.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . أحد حلول المعادلة ٣ س - ٤ ص = ١ هو ....:

١. (٣ ، -٤).	٢. (٤ ، ٣).	٣. (٢ ، ٣).	٤. (٣ ، ٢) .

ب. إذا كان (م ، -٢) أحد حلول المعادلة ٣ س - ٥ ص = ١، فإن م = ...:			
١. ٣.	٢. - ١.	٣. ١.	٤. - ٣.
ج. إذا كانت س = ٣، في المعادلة ص - س = - ٣، فإن قيمة ص = ...:			
١. صفر.	٢. ١.	٣. - ٦.	٤. ٣.
د. إحدى النقاط لا تمثل حلاً للمعادلة ٢ س + ٣ ص = ٥ ....:			
١. (٤ ، - ١).	٢. (- $\frac{١}{٢}$ ، ٢).	٣. (- ٢ ، ١).	٤. ($\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$).
و. إذا كان (٣ ، م) أحد حلول المعادلة ٢ س - ٣ ص = ٣، فإن قيمة م = ...:			
١. ١.	٢. ٢.	٣. ٣.	٤. -١.

أشعل ما بداخلك من همم لتصل إلى أعلى القمم

الدرس الثاني: نظام المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين

- **الصورة العامة لنظام المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين:**

أ١ س + ب١ ص + جـ١ = ٠

أ٢ س + ب٢ ص + جـ٢ = ٠

- **الغرض من نظام المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين:**

إيجاد الحلول المشتركة بين المعادلات المعطاة

- **مبدأ حل نظام معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين، في التسلسل الآتي:**

١) حذف أحد المتغيرين باستخدام التحويلات المكافئة.
٢) الحصول على معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد.
٣) نحصل على قيمة أحد المتغيرين.
٤) نوجد المتغير الآخر عن طريق التعويض بالمتغير الناتج في الخطوة السابقة في أحد المعادلات المعطاة.
٥) نكتب المتغيرين في زوج مرتب والذي يمثل مجموعة الحل المشتركة بين المعادلتين.

- **طرق حل نظام المعادلات من الدرجة الأولى في متغيرين:**

١) طرق الحل جبرياً.
٢) طريقة الحل بيانياً.

طرق الحل جبرياً

١ طريقة التعويض

١) اكتب إحدى المعادلتين بدلالة أحد المتغيرين.
٢) عوض بالمعادلة الجديدة في المعادلة الأخرى للحصول على معادلة في متغير واحد، فتحصل على أحد المتغيرين.
٣) عوض عن قيمة المتغير الناتج في الخطوة السابقة لتحصل على المتغير الآخر.
٤) تحقق من صحة الحل في أي من المعادلتين.

٢ طريقة المقابلة

١) اكتب كلاً من المعادلتين بدلالة أحد المتغيرين.
٢) ساوِ قيمتي المتغير في المعادلتين للحصول على معادلة في متغير واحد، فتحصل على قيمة أحد المتغيرين.
٣) عوض عن قيمة المتغير الناتج في الخطوة السابقة لتحصل على المتغير الآخر.
٤) تحقق من صحة الحل في أي من المعادلتين.

٣ طريقة الحذف

١) ضع كلاً من المعادلتين في الصورة العامة:
أ١ س + ب١ ص = جـ١
أ٢ س + ب٢ ص = جـ٢
٢) وحّد معاملي أحد المتغيرين عن طريق الضرب في عدد مناسب لتتمكن من حذف أحد المتغيرين.
٣) قم بعملية الجمع أو الطرح للمعادلتين للحصول على معادلة ذات متغير واحد، فتحصل على قيمة أحد المتغيرين.
٤) عوض عن قيمة المتغير الناتج في الخطوة السابقة لتحصل على المتغير الآخر.
٥) تحقق من صحة الحل في أي من المعادلتين.

إعداد: هلا المولجي

تدريب (١):

حل المعادلتين التاليتين آنياً بطرق الحل جبرياً (التعويض ، المقابلة ، الحذف):

٢ س - ص = ٥ .... (١)

س + ٣ ص + ١ = ٠ .... (٢)

طريقة التعويض	طريقة المقابلة	طريقة الحذف

طريقة حل معادلتين من الدرجة الأولى ذات متغيرين بيانياً

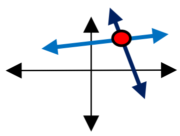
خطوات الحل بيانياً:

١. نكتب كلاً من المعادلتين بدلالة أحد المتغيرين.
٢. نختار قيم للمتغيرين في كلا المعادلتين ونضع كلاً منها في جدولين، ثم نعوض بها لإيجاد قيمة المتغير الآخر.
٣. نمثل المعادلتين في مستوى إحداثي واحد، بحيث يكون لكل معادلة مستقيم في المستوى.
٤. نحدد الحل المشترك للمعادلتين.

حالات حل معادلتين من الدرجة الأولى ذات متغيرين بيانياً

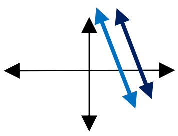
مستقيمين متقاطعين

مجموعة الحل المشتركة: حل وحيد فقط.



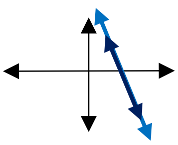
مستقيمين متوازيين

مجموعة الحل المشتركة: لا يوجد حل مشترك أي أنها مجموعة خالية أو Ø.



مستقيمين منطبقين

مجموعة الحل المشتركة: جميع الحلول مشتركة أي أنها عدد لا نهائي من الحلول.



ملاحظة هامة:

كيف أعرف حالات المستقيمين لنظام معادلات الدرجة الأولى ذات متغيرين؟

الإجابة هي:

من خلال الصورة العامة لنظام المعادلات من الدرجة الأولى ذات متغيرين:

أ$_1$ س + ب$_1$ ص = جـ$_1$

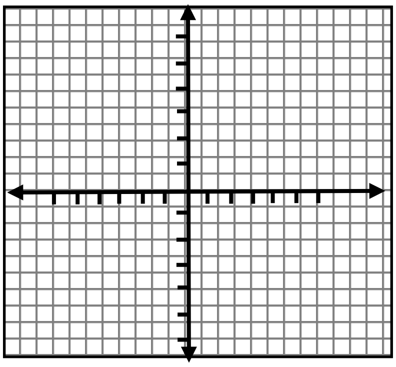
أ$_2$ س + ب$_2$ ص = جـ$_2$

1) **إذا لم نستطع توحيد معاملات المتغيرين في كلا المعادلتين، فإن المستقيمين متقاطعين.**
2) **إذا استطعنا توحيد معاملات المتغيرين في كلا المعادلتين، فهنا لدينا حالتين بعد التوحيد:**

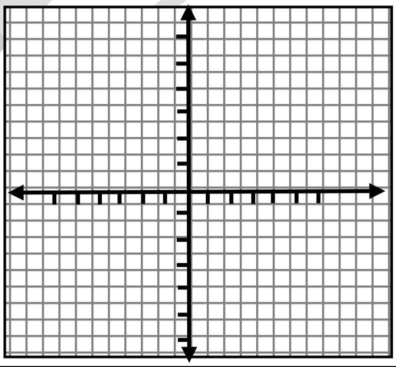
- ✓ **جـ$_1$ $\neq$ جـ$_2$ ، يكون المستقيمان متوازيين.**
- ✓ **جـ$_1$ = جـ$_2$ ، يكون المستقيمان منطبقين.**

تدريب (٦): **حل نظام المعادلات التالية بيانياً:**

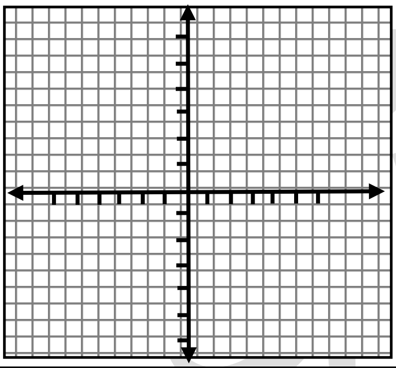
س + ص = ٥ ، ٣ س - ص = ٣



س - ص = ٣ ، ص - س + ٥ = ٠



س + ص = ٣ ، ٢ س + ٢ ص = ٦



تدريب (٧): **بين حالة مجموعة حل نظام معادلات الأنظمة التالية:**

- **٢س - ص = ٧ ، ٦ س = ٢١ + ٣ ص. (....).**
- **٣ س - ص = ٤ ، ص = ٣ س - ١. (....).**
- **٢ س - ص = ٥ ، س - ٣ ص = ١٠. (....).**

تدريب (٤): في نظام المعادلات س - ص = ٥ ، س + ص = ١١ ، ما قيمة $س^٢ - ص^٢$ ؟

....
....
....
....
....
....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي: صح خطأ

	صح	خطأ
١. الغرض من نظام معادلات الدرجة الأولى ذات متغيرين إيجاد مجموعة الحل المشتركة.	○	○
٢. مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين: س = ص ، س + ٢ص = ٣ هي { (١ ، ٢) }.	○	○
٣. مستقيما المعادلتين: س - ص = ٥ ، ٤ س + ٢ ص = ٢ متطابقان.	○	○
٤. إذا كانا مستقيما معادلتي الدرجة الأولى ذات متغيرين متوازيين، فإن مجموعة الحل المشتركة حل وحيد.	○	○
٥. إذا كانا مستقيما معادلتي الدرجة الأولى ذات متغيرين متقاطعين، فإن مجموعة الحل المشتركة مجموعة خالية.	○	○
٦. الزوج المرتب الذي يحقق المعادلتين: ص - ١ = س ، س - ٢ ص = ٠ هو (-١، ٠).	○	○
٧. مستقيما المعادلتين: ص - ١ = ٥ ، س - ١ = ٠ مستقيمان متقاطعين.	○	○
٨. مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين: س + ٢ ص = ٠ ، ٢ص = ١ - س عدد لا نهائي من الحلول.	○	○
٩. للمعادلتين: ٣ ص + ٢ س = ٧ ، س - ص = ٦ مجموعة حل مشتركة = { (٥ ، -١) }.	○	○
١٠. إذا كان مستقيما معادلتين من الدرجة الأولى ذات متغيرين منطبقين، فإن مجموعة الحل المشتركة لا نهائي من الحلول.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين: س = ١ ، ص - س = ٤ تساوي ....:

١	{ (٢ ، ٤) }.	٣	{ (١ ، ٣) }.
٢	{ (١ ، ١) }.	٤	{ (١ ، ٥) }.

٢. للمعادلتين: ٣ س - ٥ ص = ٠ ، ٣ س - ٥ ص = ٢٠ ، مستقيمان ....:

١	متقاطعان.	٣	منطبقان.
٢	متعامدان.	٤	متوازيان.

٣. الزوج المرتب الذي يحقق المعادلتين: ص + ٦ = $\frac{١}{٢}$ س ، ٠,٥ س + ص = ٠ هو ....:

١	(٦ ، -٣).	٣	(٦ ، ٣).
٢	(- ٦ ، ٣).	٤	(- ٦ ، - ٣).

٤. للمعادلتين: ٣ س + ٢ ص = ٠ ، س - ٥ ص = ٢٠ ، مستقيمان ....:

١	متقاطعان.	٣	منطبقان.
٢	متعامدان.	٤	متوازيان.

٥. للمعادلتين: ٦ س - ٤ ص = ٠ ، ٣ س - ٢ ص = ٠ ، مستقيمان ....:

١	متقاطعان.	٣	منطبقان.
٢	متعامدان.	٤	متوازيان.

٦. مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين: ٢ س - ٤ = ٢ ص ، ٣ س + ص = ١٠ تساوي ....:

١	{ (-٣ ، -١) }.	٣	{ (-٣ ، ١) }.
٢	{ (٣ ، ١) }.	٤	{ (٣ ، -١) }.

إعداد: هلا المولجي

٧. إذا كانت للمعادلتين: س + ١ = ص ، ص + ١ = ٢ س حل مشترك، فإن قيمة س المشتركة = ... :

١	٢.	٣	٤.
٢	-٢.	٤	-٤.

٨. الزوج المرتب الذي يحقق المعادلتين: ص + ١ = $\frac{١}{٢}$ س ، س - ص = ٠ هو ....:

١	(-٢ ، -٣).	٣	(٢ ، -٣).
٢	(-٢ ، -٢).	٤	(٢ ، ٣).

٩. إذا كانت للمعادلتين: س + ١ = ٠ ، ٢ص + ١ = ٠ مجموعة حل مشتركة = { (-١ ، م) }، فإن قيمة م = ...:

١	-١.	٣	-٠,٥ .
٢	١.	٤	٠,٥ .

١٠. إذا كانت للمعادلتين: س + ص = ٠ ، ص + ٢ = ٠ مجموعة حل مشتركة = { (ل ، -٢) }، فإن قيمة ل = ...:

١	٢.	٣	١.
٢	-٢.	٤	-١.

١١. في نظام المعادلات ٢ س - ص = ٦ ، س + ص = ٩ ، فإن س ص - س^{٢} = ...:

١	٥.	٣	-١٥.
٢	-٥.	٤	١٥.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي: صح خطأ

	صح	خطأ
١. إذا كان لمعادلتي الدرجة الأولى ذات متغيرين مستقيمان متوازيان فإن لهما عدد لا نهائي من الحلول المشتركة.	◯	◯
٢. إذا كان مستقيما معادلتين متوازيان، فإن مجموعة الحل المشترك = Ø.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. الحل المشترك لنظام المعادلات ٣ س - ٢ ص = ١ ، ٦ س - ٤ ص = ٢ ، هو ....:

١. Ø.	٢. نقطة واحدة.	٣. نقطتان.	٤. عدد لا نهائي من الحلول.

ب. إذا انطبق مستقيما معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين على بعضهما، فإن حل المشترك للمعادلتين ....:

١. لا يوجد.	٢. نقطة واحدة.	٣. نقطتان.	٤. عدد لا نهائي من النقاط.

ج. المعادلتان س - ١ = ٠ ، ص - ١ = ٠ ، حلهما المشترك هو ....:

١. (٠ ، ٠).	٢. (-١ ، -١).	٣. (١ ، ١).	٤. (١ ، -١).

د. للمعادلتين س + ص = ٣ ، س + ص = ٤ ، مستقيمان ......:

١. متوازيان.	٢. متقاطعان.	٣. متطابقان.	٤. متعامدان.

و. يكون لنظام معادلتين من الدرجة الأولى ذات متغيرين مجموعة لا نهائية من الحلول إذا كان المستقيمان الممثلان لهما ....:

١. متطابقان.	٢. متقاطعان.	٣. متوازيان.	٤. متخالفان.

هـ. إذا كان: ٢ س + ص = ٤٠ ، س + ص = ٢٥ ، فإن قيمة س في مجموعة الحل المشترك تساوي ....:

١. ٣٠.	٢. ٢٥.	٣. ٤٥.	٤. ١٥.

ز. مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين: س + ص = ٦ ، ٢ س - ص = -٣ ، هو ....:

١. { (١ ، ٥) }.	٢. { (٥ ، ١) }.	٣. { (٣ ، ٣) }.	٤. { (٠ ، ٦) }.

ح. الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام: س - ص = -١ ، ص + ٢ س = ٤ ، هو ....:

١. (-١ ، ٢).	٢. (١ ، -٢).	٣. (١ ، ٢).	٤. (-١ ، -٢).

لا تجعل من نفسك متلق للمعلومات فقط، اجعلها ممن تطبقها

الدرس الثالث: معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد

- أخذتم في الصف الثامن معادلة الدرجة الأولى ذات متغير واحد وطريقة حلها، وشروطها كالآتي:

١. أكبر أس فيها = ٢.
٢. لها متغير واحد فقط.
٣. الصورة العامة لها: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠.
٤. عدد حلولها = حلين حقيقيين في ح.
٥. طرق حلها: سنقتصر على طريقتين هما: طريقة التحليل | طريقة القانون العام
٦. قبل حل معادلة الدرجة الثانية ذات متغير لا بد من جعلها معادلة صفرية أي تساوي الصفر.

تدريب (١): ميز معادلة الدرجة الثانية ذات متغير واحد فيما يلي:

س^{٢} + ١ = ٣س ، ٢ س^{٢} - ١ = ٠ ، ص^{٢} - ٤ = ٠ ، س - ص = ٤ ، ٢ س + ص^{٢} = ٠

س^{٢} - ٤ = ص ، ص + ٢ ص = ٤ ، ٣ - س = $\frac{١}{س}$ ، ص + ٣ س = ٨ ، ٤ س^{٢} = ٢

معادلة الدرجة الثانية ذات متغير واحد

أولاً: حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد بطريقة التحليل

في هذا الدرس سنستخدم طرق التحليل المأخوذة في الوحدة السابقة، وهي:

١) التحليل باستخدام الفرق بين مربعين: في هذا التحليل سنحصل على حلين حقيقيين متساويين مختلفي الإشارة والتي هي على الصورة: أ س^{٢} - جـ = ٠.
٢) التحليل باستخدام المقدار الثلاثي البسيط وغير البسيط: في هذا التحليل سنحصل على حلين حقيقيين مختلفين والتي هي على الصورة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠.
٣) التحليل باستخدام المقدار الثلاثي المربع الكامل: في هذا التحليل سنحصل على حلين حقيقيين متساويين متشابهي الإشارة والتي هي على الصورة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ أو (س + $\sqrt{جـ}$)^{٢} = ٠.
٤) التحليل باستخدام العامل المشترك الأكبر: في هذا التحليل سيكون أحد الحلول يساوي الصفر، والتي هي على الصورة: أ س^{٢} + ب س = ٠.
٥) التحليل باستخدام إكمال المربع: في هذا التحليل سنحصل على حلين حقيقيين مختلفين، ونستخدم هذه الطريقة إذا عجزنا عن استخدام التحليلات السابقة، والتي سنستخدمها لاستنتاج الطريقة الثانية.

ملاحظة:

- ليس كل المعادلات نستطيع حلها باستخدام طريقة التحليل.
- المعادلة التي على الصورة أ س^{٢} + جـ = ٠ ، مستحيلة الحل في ح.

تدريب (٢): أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام طريقة التحليل:

١) س^{٢} + ٤ س = ٠ ....

....

٢) ٢ع^{٢} - ع = ١ ....

....

٣) ص^{٢} - ٢ ص + ١ = ٠ ....

....

إعداد: هلا المولجي

تابع: تدريب (٢):

٤) (ل - ١) (ل + ٤) = ٠ ....

....

٥) ص^{٢} - ص - ١ = ٠ ، علماً بأن $\sqrt{٥}$ = ٢,٢٤. ....

....

٦) س^{٢} - ٣٦ = ٠ ....

....

٧) ل^{٢} + ١ = ٠ ....

....

ثانياً: حل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد بطريقة القانون العام

- القانون العام لحل أي معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠) هو:

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ} = \frac{- ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢ أ} .$$

- **حيث أن:**

١) أ = معامل س^{٢} ، ب = معامل س ، جـ = الحد المطلق.
٢) لابد أن تكون المعادلة صفرية.
٣) Δ يسمى بـ " مميز المعادلة " أو " دلتا " وهو الذي من خلاله يمكن تحديد حالة حل المعادلة ، حيث Δ= ب^{٢} - ٤ أ جـ.
٤) هذا القانون يستطيع حل أي معادلة سواء أمكن حلها باستخدام التحليل أم لم يمكن.
٥) تم استنتاجه باستخدام التحليل بإكمال المربع.

- **حالات حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد:**

إذا كان Δ > الصفر	إذا كان Δ = الصفر	إذا كان Δ < الصفر
للمعادلة حلان حقيقيان غير متساويين.	للمعادلة حلان حقيقيان متساويان.	للمعادلة حلان غير حقيقيان أي أن: لا يوجد لها حل في ح أو مستحيلة الحل في ح أو أنها مجموعة خالية ($\emptyset$).

ملاحظة: يفضل إيجاد الـ " " قبل بدء الحل، فإذا كانت الحالة الأولى أو الثانية نستمر في الحل، أما إذا كانت الحالة الثالثة فنتوقف عن الحل.

تدريب (٣): أوجد المميز للمعادلات التالية، ثم حدد حالة مجموعة الحل لكل معادلة:

المعادلة	قيم (أ ، ب ، جـ)	مميز المعادلة	حالة مجموعة الحل
س^{٢} - ٤ س + ٤ = ٠			
٢ س^{٢} + ٣ س = - ١			
س^{٢} + ٣ = ٠			
س^{٢} - ٥ = ٠			

تدريب (٤): أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام طريقة القانون العام:

٢ س^{٢} + ٣ س = - ١	س^{٢} + ٧ = ٠

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. عدد حلول معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد عدد لا نهائي من الحلول.	○	○
٢. مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٧ س + ١٢ = ٠ هي { ٣ ، ٤ }.	○	○
٣. للمعادلة س^{٢} - ٦ س + ٩ = ٠ حلان حقيقيان متساويان في ح.	○	○
٤. للمعادلة ص^{٢} + ٥ ص + ٣ = ٠ مميز > الصفر.	○	○
٥. إذا كان س = - ١ أحد حلول المعادلة أ س^{٢} + ٥ س + ١ = ٠ ، فإن قيمة أ = ٢.	○	○
٦. أحد حلول المعادلة ٢ س^{٢} - ٨ = ٠ هو س = - ٢.	○	○
٧. المعادلة س^{٢} - ٠,٥ س - ١٠٥ = ٠، لها مميز < الصفر.	○	○
٨. المعادلة $\frac{١}{٢\,س}$ = س + ٣ ، تعتبر معادلة من الدرجة الثانية في متغير.	○	○
٩. للمعادلة ٢ ص + $\frac{٣}{ص}$ = ٧ مميز يساوي الصفر.	○	○
١٠. المعادلة س^{٢} - ٣ س + ٢ =٠ لها Δ = ١.	○	○
١١. المعادلة س^{٢} + س - ١ = ٠، نستطيع حلها مباشرة بطريقة التحليل.	○	○
١٢. المعادلة س^{٢} + س + ٣ = ٠ مستحيلة الحل في ح.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. يكون للمعادلة أ س٢ + ب س + جـ = ٠ حلان حقيقيان متساويان، إذا كان Δ ....:

١	> الصفر.	٣	= الصفر.
٢	< الصفر.	٤	= ١.

٢. أياً من المعادلات التالية معادلة من الدرجة الثانية في متغير ....:

١	ص + س^{٢} - ١ = ٠.	٣	٢ س + ١ = س.
٢	س - س^{٢} + ٢ = ٠.	٤	س + ص = ٥.

٣. مجموعة حل المعادلة ٣ س^{٢} + س - ٢ = ٠ تساوي ....:

١	{ -٣ ، ٢ }.	٣	{ ٣ ، ٢ }.
٢	{ -٣ ، - ٢ }.	٤	{ ٣ ، - ٢ }.

٤. للمعادلة س^{٢} - ١٢ س + ٣٦ = ٠ ، حلان ....:

١	حقيقان مختلفان.	٣	غير حقيقيين متساويان.
٢	حقيقان متساويان.	٤	غير حقيقيين مختلفان.

٥. يكون للمعادلة أ س٢ + ب س + جـ = ٠ حلان حقيقان مختلفان، إذا كان Δ ....:			
١	< الصفر.	٣	= الصفر.
٢	> الصفر.	٤	= ١.
٦. إذا كان س = ٣ أحد حلول المعادلة س٢ ـ ب س + ٦ = ٠ ، فإن قيمة ب = ...:			
١	٥.	٣	ـ ٣.
٢	ـ ٥.	٤	٣.
٧. عدد حلول معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد ....:			
١	حل وحيد.	٣	ثلاثة حلول.
٢	حلان.	٤	عدد لا نهائي من الحلول.
٨. قيمة جـ في المعادلة $س^٢$ + ٣ س = ٤ تساوي ....:			
١	٤.	٣	ـ٤.
٢	٣.	٤	.
٩. في المعادلة أ $س^٢$ + ب س + جـ = ٠ ، Δ = ...:			
١	ب ـ ٤ أ جـ.	٣	$(\text{ب} - ٤ \text{ أ جـ})^٢$.
٢	$\text{ب}^٢$ + ٤ أ جـ.	٤	$\text{ب}^٢$ ـ ٤ أ جـ.
١٠. في المعادلة أ $س^٢$ + ب س + جـ = ٠ قيمة س = ...:			
١	$\frac{\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{\text{٢ أ}}$.	٣	$\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{\text{٢ أ}}$.
٢	$\frac{\text{ب} \pm \Delta}{\text{٢ أ}}$.	٤	$\frac{-\text{ب} \pm \Delta}{\text{٢ أ}}$.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. مجموعة حل المعادلة $س^٢$ + ٤ س + ٣ = ٠ هي { ـ ٢ }.	◯	◯
٢. إذا كان Δ < صفر لمعادلة الدرجة الثانية في متغير واحد فإن للمعادلة حلان حقيقيان متساويان.	◯	◯
٣. المعادلة ٣ س٢ ـ ٦ س + ٣ = ٠ ، لها مميز Δ = صفر.	◯	◯
٤. إذا كان Δ > ٠ للمعادلة أ $س^٢$ + ب س + جـ = ٠، فإن للمعادلة حلان حقيقيان متساويان.	◯	◯
٥. مجموعة حل المعادلة ٤ $س^٢$ ـ ٤ = ٠ هي { -٢ ، ٢ }.	◯	◯
٦. مجموعة حل المعادلة ٣ $س^٢$ ـ ٦ = ٣ ، هي { ٩ }.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . مميز المعادلة $س^٢$ + ٣٦ س = ـ ٩ هو ....:			
١. ـ ٣٦.	٢. صفر.	٣. ٩.	٤. ٣٦.
ب. إذا كان مميز معادلة الدرجة الثانية بمتغير واحد يساوي الصفر، فإن للمعادلة ....:			
١. حلان حقيقيان متساويان.	٢. حلان حقيقيان مختلفان.	٣. حلان غير حقيقيين.	٤. لا يوجد حل.
ج. مجموعة حل المعادلة $س^٢$ ـ ٦ س + ٩ = ٠ هي ....:			
١. Ø.	٢. { ٠ }.	٣. { ٣ }.	٤. { ٦ ، ـ ٩ }.
د. إذا كان Δ = ٠ ، للمعادلة أ $س^٢$ + ب س + جـ = ٠، فإن للمعادلة حلان حقيقيان متساويان هما ....:			
١. $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{\text{٢ أ}}$.	٢. $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$.	٣. $\frac{\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{\text{٢ أ}}$.	٤. $\frac{-\text{ب}}{\text{٢ أ}}$.

هـ. إذا كان لديك المعادلة $\frac{س}{٢} + \frac{٤}{س} = ٣$ ، فإن م . ح = ...:			
١. { ٤ ، ٢ }.	٢. { ٢ ، ٣ }.	٣. { ٣ }.	٤. { ٤ ، ٣ }.
و. المعادلة س٢ - ٧ س + ١٠ = ٠ ، مميزها Δ = ...:			
١. ٤	٢. ٩.	٣. ١٦.	٤. ٢٥.

ستكون الأمنيات حقيقية عندما تسعى إليها ...

الدرس الرابع: مسائل تطبيقية

- في هذا الدرس سيتم حل المسائل التطبيقية التي تؤول إلى أحد أنواع المعادلات المأخوذة سابقاً، وهي:
  - ✓ معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد.
  - ✓ معادلة الدرجة الأولى في متغيرين.
  - ✓ معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد.
- الخطوات اللازمة لحل المسائل التطبيقية:
  1) تكوين المعادلة.
  2) حل المعادلة بإحدى الطرق المختلفة التي سبق دراستها.
  3) التأكد من صحة تكوين المعادلة.

تدريب (١): كون المعادلات المناسبة لما يلي:

المسألة	المعادلات المطلوبة لإيجاد المجاهيل	عدد المعادلات	نوعها
ثمن كتاب ومجلة ٧٥ ريالاً			
ثمن كتاب ومجلة ١٠٠ ريالاً، وثمن المجلة يقل عن ثمن الكتاب بمبلغ ٤٥ ريالاً.			
مستطيل محيطه ٧٤ سم، يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٧ سم.			
ثمن قلمين وأربع مساطر يساوي ١٠٠ ريالاً.			
قياس زاوية يساوي ثلاثة أمثال قياس مكملتها			
الفرق بين عددين يساوي ٧، وحاصل ضربهما يساوي ١٤٤.			

تدريب (٢): في روضة كان عدد البنات يزيد عن عدد الأولاد بمقدار ١٠، وإذا زاد عدد البنات واحدة سيكون عدد البنات ضعف عدد الأولاد، فأوجد عدد كلاً من البنات والأولاد.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ملاحظة: من دلائل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد:

١) مربع عدد.
٢) مجموع مربعين.
٣) عدد ومقلوبه.
٤) حاصل ضرب عددين.
٥) مساحة الأشكال.

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. عددان فرديان متتابعان، مربع مجموعهما يزيد عن مجموع مربعيهما بمقدار ١٢٦ ، العددان هما (٧ ، ٩) .	◯	◯
٢. مجموع عدد وضعف مقلوبه يساوي ٣، فإن العدد يساوي ٤.	◯	◯
٣. المعادلة المعبرة عن ثلاثة أمثال عدد (س) مضافاً إليه ١٠ يساوي ١٥٠ هي ٣ س - ١٤٠ = ٠.	◯	◯
٤. عددان موجبان متتاليان مجموعهما ١٥ وحاصل ضربهما يساوي ٥٦، أصغرهما يساوي - ٧.	◯	◯
٥. ثمن كتاب وأربعة أقلام يساوي ١٥٠٠ ريالاً، فإن ثمن الكتاب بدلالة ثمن القلم س هو ١٥٠٠ - ٤ س.	◯	◯
٦. محيط مربع يساوي ٦٤ سم، فإن طول ضلعه ل = ١٦ سم.	◯	◯
٧. مساحة مستطيل تساوي ٣٦ سم^{٢}،فإذا كان طوله (ط) يزيد عن عرضه (ل) بـ ٥،نعبر عن ذلك بـ ل^{٢} + ٥ ل =٣٦.	◯	◯
٨. محيط مستطيل يساوي ٢٤ سم، فإذا كان عرضه ينقص عن طوله بـ ٢، فإن طوله يساوي ٤ سم.	◯	◯
٩. ثلاثة أعداد متتالية، إذا كان الثالث ضعف الأول، فإن الأعداد هي ٢ ، ٣ ، ٤.	◯	◯
١٠. مربع عدد مضافاً إليه ١٠٠ يساوي ١٣٦، فإن العدد يساوي { - ٦ ، ٦ }.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. زاوية تساوي ضعف الزاوية المتممة لها، هي ....:

١	٤٠.	٣	٦٠.
٢	٥٠.	٤	٧٠.

٢. حاصل ضرب عددين زوجيين يساوي ٩٦، والفرق بينهما يساوي ٤، فإن أكبرهما يساوي.............:

١	٤.	٣	٨.
٢	١٢.	٤	١٥.

٣. ضعف مربع عدد يساوي ٥٠ ، فإن العدد يساوي ....:

١	{-٢ ، ٢ }.	٣	{-٤ ، ٤ }.
٢	{-٣ ، ٣ }.	٤	{ - ٥ ، ٥ }.

٤. الفرق بين عمر محمد وأبيه ٢٠ سنة، فإذا كان عمر أبيه يساوي ثلاثة أمثال عمره، فإن عمر محمد يساوي.........:

١	٥ سنوات.	٣	١٥ سنة.
٢	١٠ سنوات.	٤	٢٠ سنة.

٥. عشرة أمثال مقلوب عدد تساوي العدد نفسه مطروحاً منه ٣ ، فإن العدد هو.........:

١	٣.	٣	٥.
٢	٤.	٤	٦.

٦. مستطيل طوله يزيد عن عرضه (س) بمقدار ٥ سم، فإن محيطه بدلالة عرضه هو ....:

١	٢ (٢ س - ٥).	٣	٤ س + ٥.
٢	٤ س + ١٠.	٤	٤ س - ١٠.

٧. مستطيل عرضه نصف طوله، فإن مساحته بدلالة طوله (ط) يساوي ....:

١	٠,٥ ط^{٢}.	٣	ط^{٢}.
٢	٢ ط^{٢}.	٤	٠,٢٥ ط^{٢}.

٨. مجموع عددين يساوي ٨ ، حيث الأول يساوي ثلاثة أمثال الثاني ، فإن العدد الثاني يساوي.........:			
١	٢.	٣	٤.
٢	٣.	٤	٥.

٩. عددين الأول ينقص عن الثاني بمقدار ٨ ، فإذا كان العدد الأول ثلث العدد الثاني فإن العدد الأول يساوي ....:			
١	١٢.	٣	٤.
٢	٣.	٤	٨.

١٠. ثلاثة أمثال عدد ،ومقلوب مربعه يساوي $\frac{١}{٩}$ ٩ ، فإن العدد يساوي ....:			
١	٦.	٣	٤.
٢	٣.	٤	٨.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
أ . إذا كان مجموع عددين فرديين متتاليين = ١٦ ، والفرق بينهما = ٢ ، فإن أكبرهما = ...:			
١. ١٥	٢. ١٣	٣. ١١	٤. ٩
ب. إذا كان مجموع عدد ومقلوبه يساوي ٢، فإن العدد هو ....:			
١. ١	٢. -١	٣. ٢	٤. -٢
ج. عددان فرديان متتاليان مجموعهما ٢٨، فإن أصغرهما يساوي ....:			
١. ٩	٢. ١١	٣. ١٣	٤. ١٥
د. إذا كان حاصل ضرب عددين فرديين طبيعيين = ٦٣، فإن أصغرهما = ...:			
١. ٦	٢. ٧	٣. ٨	٤. ٩
هـ. إذا كان مجموع عدد مع مربع = ٣٠، فإن العدد = ...:			
١. ٤	٢. ٥	٣. ٦	٤. ٧
و. عددان أحدهما ضعف الآخر ، فإذا كان حاصل ضربهما = ٣٢ ، فإن أصغرهما = ...:			
١. ٤	٢. ٧	٣. ٨	٤. ٩
ز. إذا كان مجموع عدد وتسعة أمثال مقلوبه يساوي ٦، فإن العدد = ...:			
١. ٩	٢. -٩	٣. ٣	٤. -٣

انتهت الوحدة الثالثة بسلام . . . أجمل ما قد تهدونه لي هو الدعاء في ظهر الغيب . . كل التوفيق لكم يا أوائل الجمهورية . .

الوحدة الرابعة

حساب المثلثات

رياضيات - الصف التاسع

إعداد : هلا المولجي

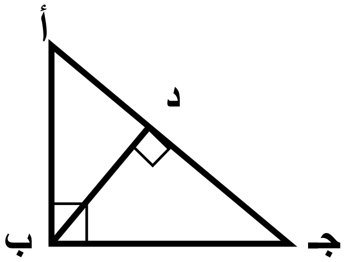
الدرس الأول: العلاقات العددية في مثلث قائم

تذكر أن:

أخذتم في الصف الثامن بعض القواعد الخاصة بالمثلث والعلاقة بين أضلاعه وهي كالتالي:

٣. للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.
٤. لكي نقول عن أية ثلاثة أضلاع أنها أضلاع مثلث فلا بد من تحقق علاقة تسمى المتباينة المثلثية والتي تنص على:
<u>" مجموع طولي لأي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث"</u>
٥. الضلع الأكبر يقابل الزاوية الكبرى والضلع الأصغر يقابل الزاوية الصغرى.
٦. الزاوية الكبرى تقابل الضلع الأكبر والزاوية الصغرى تقابل الضلع الأصغر.
٧. مجموع زوايا المثلث تساوي ١٨٠.
٨. القطعة المستقيمة الواصلة من رأس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل له تسمى منصف المثلث.
٩. القطعة المستقيمة النازلة من رأس المثلث عمودية الضلع المقابل له تسمى ارتفاع المثلث.
١٠. من أنواع المثلثات: أ) المثلث الحاد الزاوية. ب) المثلث القائم الزاوية. ج) المثلث المنفرج الزاوية.
١١. <u>معلومة هامة:</u> وتر المثلث لا يوجد إلا في مثلث قائم الزاوية (يقابل الزاوية القائمة " ٩٠ ").

نبدأ بدرسنا يا عباقرة:



- من خلال الشكل سنسمي أضلاع المثلث:

المثلث ب أ جـ مثلث قائم في ب فيه:

٦. | أ ب | ، | جـ ب| ضلعا القائمة.
٧. |أ جـ | الوتر.
٨. |أ د | مسقط |أب| على الوتر.
٩. |جـ د| مسقط |جـ ب| على الوتر.
١٠. |د ب| ارتفاع في المثلث أ ب جـ.
١١. |جـ د| ، |د أ| جزأي الوتر.

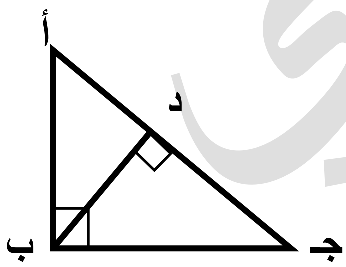
أهم المبرهنات في هذا الدرس:

مبرهنة (١): (تم اثبات المبرهنة من خلال استخدام حالات تشابه المثلثات)، ص ١٦٦:

" <u>مربع</u> ضلع قائم في مثلث يساوي حاصل ضرب الوتر في مسقط ذلك الضلع على الوتر".

- <u>من خلال الشكل يمكننا أن نعبر عن المبرهنة كالتالي:</u>

١. | أ ب|^2 = | أ جـ| × |أ د|، أي أن: |أب| = $\sqrt{\text{| أ جـ| × |أ د|}}$
٢. | جـ ب|^2 = | أ جـ| × |جـ د|، أي أن |جـ ب| = $\sqrt{\text{| أ جـ| × |جـ د|}}$



- <u>من خلال هذه المبرهنة يمكننا استنتاج التالي:</u>

١. |أ جـ| = | أ ب|^2 / | أ د| أو |أ جـ| = |جـ ب|^2 / |أ د|.
٢. | أ د| = | أ ب|^2 / | أجـ|.
٣. | جـ د| = | جـ ب|^2 / | أجـ|.

تدريب (١) : إذا كان لديك المثلث أ ب جـ مثلث قائم في ب ، $\overline{\text{د ب}} \perp \overline{\text{جـ أ}}$ ، | ب جـ | = ١٦ سم ، | أ د | = ٤ سم ، ارسم المثلث ، ثم أوجد: | أ ب | ، | ب جـ |.

....

....

....

....

....

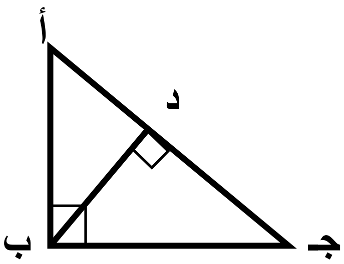
....

مبرهنة (٢):

" مربع الارتفاع في مثلث قائم يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر المحددين بهذا الارتفاع".

- **من خلال الشكل يمكننا أن نعبر عن المبرهنة كالتالي:**

| د ب|^{٢} = | جـ د | × | أ د|، أي أن: |د ب| = $\sqrt{\text{|جـ د| × |أ د|}}$



- **من خلال هذه المبرهنة يمكننا استنتاج التالي:**

١. |جـ د| = |د ب|^{٢} / | أ د|.

٢. | أ د| = |د ب|^{٢} / | جـ د|.

٣. | جـ د| = | أ د | + | جـ د|.

تدريب (٢) : إذا كان لديك المثلث س ص ع مثلث قائم في ص ، $\overline{\text{د ص}} \perp \overline{\text{ع س}}$ ، | ع س | = ١٣ سم ، | د س | = ٩ سم ، ارسم المثلث ، ثم أوجد: | ص د|.

....

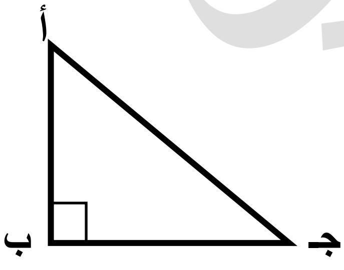
....

مبرهنة (٣): - مبرهنة فيثاغورث الشهيرة ، الاثبات ص ١٦٨-

" في المثلث القائم الزاوية، مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين".

- **من خلال الشكل يمكننا أن نعبر عن المبرهنة كالتالي:**

| أ جـ |^{٢} = | أ ب|^{٢} + |جـ ب|^{٢} أي أن: |أ جـ | = $\sqrt{\text{| أ ب|}^{٢} + \text{|جـ ب|}^{٢}}$



- **من خلال هذه المبرهنة يمكننا استنتاج التالي:**

٥. | أ ب|^{٢} = | أ جـ |^{٢} - |جـ ب|^{٢} أي أن : | أ ب | = $\sqrt{\text{| أ جـ |}^{٢} - \text{|جـ ب|}^{٢}}$

٦. | جـ ب |^{٢} = | أ جـ |^{٢} - | أ ب |^{٢} أي أن: | جـ ب | = $\sqrt{\text{| أ جـ |}^{٢} - \text{| أ ب |}^{٢}}$

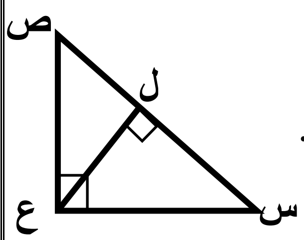
ملاحظة : ١. لا يمكن استخدام مبرهنة فيثاغورث في المثلث متساوي الأضلاع.
٢. مبرهنة فيثاغورث مهمة جداً، ستستمر معكم إلى صف ٣ ثانوي، فلا تنسوها.

عكس مبرهنة فيثاغورث:

" في أي مثلث، إذا كان مربع أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين فإن المثلث قائم الزاوية".

الاستخدام: تستخدم لإثبات أن المثلث قائم الزاوية، وذلك من خلال أخذ أكبر ضلع واعتباره أنه الوتر وبقية الأضلاع نعتبرها أضلاع القائمة ثم نطبق قاعدة فيثاغورث فإذا تحققت كان المثلث قائم الزاوية.

تدريب (٢): ١) من خلال الشكل: لديك المثلث س ص ع ، إذا كان |س ل | = ١٦ سم ، | س ع | = ٢٠ ، فأوجد ما يلي:



٦. | س ص | = ...

٧. | ص ع| = ...

....

٨. | ل ص| = ...

٩. | ل ع | = ...

....

٢) ارسم المثلث أ ب جـ ثم أثبت أن المثلث قائم الزاوية في جـ إذا كان فيه: | أ ب | = ١٠ سم ، | ب جـ | = ٦ سم ، | جـ أ | = ٨ سم.

....

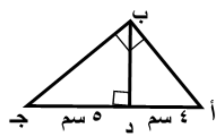
....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. العلاقة التي تستخدم لإثبات أن أية أضلاع ثلاثة هي أضلاع مثلث تسمى المتباينة المثلثية.	○	○
٢. (٤ ، ٦ ، ٧) تنطبق عليه علاقة المتباينة المثلثية.	○	○
٣. الوتر أكبر ضلع في المثلث القائم الزاوية.	○	○
٤. ينزل الارتفاع من رأس مثلث على الضلع المقابل له بزاوية ٦٠.	○	○
٥. يوجد وتر المثلث في مثلث متساوي الأضلاع.	○	○
٦. تحقق مبرهنة فيثاغورث في مثلث قائم الزاوية.	○	○
٧. نعتبر (٤ ، ٣ ، ٥) أضلاع مثلث.	○	○
٨. في المثلث الحاد الزاوية، مربع الارتفاع يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر المحددين بهذا الارتفاع.	○	○
٩. الأطوال (٣ سم ، ٥ سم ، ٤ سم) تحقق مبرهنة فيثاغورث.	○	○
١٠. في المثلث المرسوم أسفل، مسقط (أ جـ) هو (أ ب).	○	○
١١. في المثلث المرسوم أسفل، الوتر في المثلث ب جـ د هو أ جـ.	○	○
١٢. في المثلث المرسوم أسفل،	أ ب	= ٦ سم.	○	○
١٣. في المثلث المرسوم أسفل،	ب جـ	= ١٠ سم.	○	○
١٤. في المثلث المرسوم أسفل،	ب د	= ٢ √٥ سم	○	○



١٥. أذا كانت (س ، ص ، ع) هي أطوال مثلث قائم، فإذا ضربت جميعها في عدد موجب ستظل أطوال مثلث قائم.	◯ ◯
١٦. في المثلث القائم متساوي الساقين الوتر = $\sqrt{٢}$ × أحد أضلاع القائمة.	◯ ◯
١٧. المتباينة المثلثية لا تطبق إلا على المثلث القائم الزاوية.	◯ ◯
١٨. في المثلث القائم الزاوية، مربع الوتر يساوي مربع مجموعي الضلعين الآخرين.	◯ ◯
١٩. في المثلث القائم الزاوية، مربع الارتفاع يساوي مربع حاصل ضرب جزأي الوتر.	◯ ◯
٢٠. وتر المثلث يقابل الزاوية الكبرى في المثلث.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. تنص مبرهنة فيثاغورث على أن مربع الوتر يساوي ....:			
١	مجموع الضلعين الآخرين.	٣	مربع مجموع الضلعين الآخرين.
٢	مجموع مربعي الضلعين الآخرين.	٤	حاصل ضرب الضلعين الآخرين.
٢. أي من الأطوال التالية تمثل أضلع مثلث ....:			
١	١ سم ، ٢ سم ، ٥ سم.	٣	٦ سم ، ٢ سم ، ٥ سم.
٢	٢ سم ، ٥ سم ، ٢ سم.	٤	٩ سم ، ٣ سم ، ٤ سم.
٣. في مثلث قائم الزاوية، حاصل ضرب الوتر في مسقط ضلع قائم يساوي ....:			
١	الضلع القائم.	٣	مربع الضلع القائم الآخر.
٢	مربع الوتر.	٤	مربع الضلع القائم.
٤. حاصل ضرب جزأي الوتر المحددين بارتفاع مثلث يساوي ....:			
١	مربع الوتر.	٣	مربع الضلع القائم.
٢	مربع الارتفاع.	٤	مربع جزأي الوتر.
٥. الفرق بين مربع الوتر ومربع ضلع قائم يساوي ....:			
١	مربع الوتر.	٣	مربع الضلع القائم الآخر.
٢	مربع الارتفاع.	٤	مربع جزأي الوتر.
٦. الوتر يساوي ....:			
١	مجموع الضلعين الآخرين.	٣	مربع مجموع الضلعين الآخرين.
٢	مجموع مربعي الضلعين الآخرين.	٤	مجموع جزأي الوتر.
٧. إذا كان طول وتر في مثلث قائم يساوي ٥ سم وكان أحد أجزائه يساوي ٢,٥ سم فإن الجزء الآخر يساوي ....:			
١	٢ سم.	٣	٢,٥ سم.
٢	٣ سم.	٤	٣,٥ سم.
٨. في مثلث س ص ع ، | س ص | = ٥ سم ، | ص ع | = ٣ سم، |ع س | = ٤ سم، فإن المثلث قائم في ....:			
١	س	٣	ص
٢	ع	٤	الإجابة ٢، ٣ معاً.
٩. نستطيع حساب الوتر من خلال ....:			
١	مبرهنة فيثاغورث.	٣	ضلعا القائمة.
٢	ضلع قائم ومسقطه.	٤	جميع ما سبق ذكره.
١٠. أ ب جـ مثلث حاد الزاوية، | أ ب | > | أ جـ | ، أ د أحد ارتفاعاته، ن منتصف ب جـ، فإن |أ ب|^{٢} - |أ جـ|^{٢} = ...:			
١	|د ب|^{٢} - |د جـ|^{٢}.	٣	|د جـ|^{٢} - |د ب|^{٢}.
٢	|د جـ|^{٢} - |أجـ|^{٢}.	٤	|أ ب|^{٢} - |د ب|^{٢}.
١١. أ ب جـ مثلث حاد الزاوية، | أ ب | > | أ جـ | ، أ د أحد ارتفاعاته، ن منتصف ب جـ، فإن |د ب| - |د جـ| = ...:			
١	٢ |ن د|.	٣	٣ |ن د|.
٢	- ٣ | ن د|.	٤	- ٢ |ن د|.

١٢. أ ب جـ مثلث حاد الزاوية، | أ ب | > | أ ٤٤ جـ | ، أ د أحد ارتفاعاته، ن منتصف ب جـ، فإن |أ ب|^{٢} - |أ جـ|^{٢} = ...:			
١	٢ × | ن د| × | ب أ |.	٣	٢ × | ن د| × | ب جـ |.
٢	٢ × | ن د| × | جـ أ |.	٤	٢ × | ن د| × | ب د |.
١٣. مثلث قائم في ب، | أ جـ | = ٤ سم، | أ ب | = $\sqrt{٢}$ سم ، فإن الضلع الثالث يساوي:			
١	$\sqrt{٢}$ سم.	٣	$\sqrt{١٤}$ سم.
٢	٢ سم.	٤	١٤ سم.

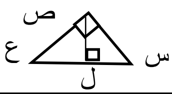
أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. في المثلث قائم الزاوية، مربع أي ضلع يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.	◯	◯
٢. مربع الإرتفاع في مثلث قائم الزاوية يساوي حاصل ضرب الوتر في مسقط ذلك الضلع القائم.	◯	◯
٣. مربع الضلع القائم في مثلث يساوي حاصل ضرب الوتر في مسقط ذلك الضلع القائم.	◯	◯
٤. في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب إذا كان |أب|= ٨سم، |ب جـ|= ٦سم فإن |أ جـ|= ٥سم.	◯	◯
٥. تنص مبرهنة فيثاغورث على أن "مربع ضلع في مثلث قائم يساوي (الوتر × مسقط الضلع)".	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . في الشكل المرسوم جانباً إذا كان | س ع | = ٩ سم ، | ع ل | = ٤ سم ، فإن | ص ع | يساوي:



١. ٤ سم.	٢. ٥ سم.	٣. ٦ سم.	٤. ٧ سم .

ب. في المثلث حاصل ضرب الوتر في مسقط ضلع قائم يساوي:

١. مربع الوتر.	٢. الضلع القائم.	٣. مربع الإرتفاع.	٤. مربع الضلع القائم.

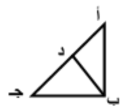
ج. " مربع الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين " نص مبرهنة:

١. الأوتار.	٢. فيثاغورث.	٣. الساقط.	٤. ديمورجان.

د. مربع الوتر في مثلث قائم الزاوية يمربع الوتر في مثلث قائم يساوي .... مربع الضلعين القائمين:

١. الفرق بين.	٢. ناتج قسمة.	٣. حاصل ضرب.	٤. مجموع.

و. في الشكل المرسوم: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ب د عمودي على أ ب ، فإن مربع |ب د|= ....:



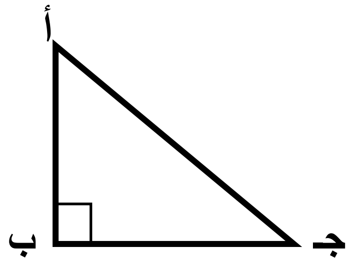
١. |أب|×|ب جـ|.	٢. |أ ب|×|أ د|.	٣. |أ جـ|×|د جـ|.	٤. |أ د|×|د جـ|.

اترك عنك الكسل...

الدرس الثاني: النسب المثلثية للزاوية الحادة

- سنتعرف في البداية على بعض المسميات ثم ننتقل إلى محتوى الدرس:

من خلال الشكل المقابل:



١. أ جـ وتر المثلث.
٢. ∢ أ زاوية حادة، ∢ جـ زاوية حادة، ∢ ب زاوية قائمة.
٣. أ ب ضلع مجاور للزاوية أ.
٤. جـ ب ضلع مقابل للزاوية أ.
٥. أ ب ضلع مقابل للزاوية جـ.
٦. جـ ب ضلع مجاور للزاوية جـ.

ملاحظة:

- المجاور للزاوية جـ هو المقابل للزاوية أ، والمقابل للزاوية جـ هو المجاور للزاوية أ.
- سنستخدم كثيراً مبرهنة فيثاغورث في هذا الدرس.

من النسب المثلثية لزاوية حادة التي سيتم أخذها في الصف التاسع:

النسب المثلثية لزاوية حادة (هـ):

النسبة المثلثية	جيب الزاوية	جيب تمام الزاوية	ظل الزاوية
المفهوم	النسبة بين طول المقابل لزاوية حادة إلى طول الوتر في مثلث قائم	النسبة بين طول المجاور لزاوية حادة إلى طول الوتر في مثلث قائم	النسبة بين طول المقابل لزاوية حادة إلى طول المجاور لزاوية حادة في مثلث قائم
الرمز	جا هـ	جتا هـ	ظا هـ
القانون العام لها	جا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	جتا هـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	ظا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

ملاحظة هامة:

- إذا لم يعطى لنا طول الوتر أو أي ضلع آخر، نستخدم مبرهنة فيثاغورث لإيجاده.
- تظل النسبة المثلثية ثابتة لأي زاوية حادة مهما تغير طول المقابل والمجاور والوتر.
- في بعض الأحيان يفضل رسم المثلث لمعرفة المجاور والمقابل لأي زاوية مطلوب إيجاد نسبها المثلثية.
- إذا أعطانا قيمة الـ (ظا هـ = $\frac{٥}{٦}$) فإن المقابل = ٥ والمجاور = ٦ فنوجد الوتر بمبرهنة فيثاغورث.

تدريب: س ص ع مثلث قائم في س، فيه | س ص| = ٣ سم ، |س ع| = ٤ سم، ارسم المثلث، ثم أوجد ما يلي:

١. جا ص. ٢. جتا ص. ٣. ظا ص. ٤. جا ع. ٥. جتا ع. ٦. ظا ع.

جا ص	
جتاص	
ظا ص	
جا ع	
جتا ع	
ظا ع	

إعداد: هلا المولجي

العلاقات بين النسب المثلثية

العلاقة الأولى: (جا^{٢} جـ + جتا^{٢} جـ = ١).

ملاحظة: ١. تم استخدام مبرهنة فيثاغورث لإثبات هذه العلاقة.

٢. جا^{٢} جـ هي نفسها (جا جـ)^{٢} .

علاقات مستنتجة من هذه العلاقة:

- جا^{٢} جـ = ١ - جتا^{٢} جـ.
- جتا^{٢} جـ = ١ - جا^{٢} جـ.

العلاقة الثانية: (ظا جـ = $\frac{\text{جا جـ}}{\text{جتا جـ}}$).

علاقة مستنتجة من هذه العلاقة:

- ظا^{٢} جـ = $\frac{\text{جا}^{٢}\text{ جـ}}{\text{جتا}^{٢}\text{ جـ}}$.
- جا حـ = جتا جـ ظا جـ.
- جتا جـ = $\frac{\text{جا جـ}}{\text{ظا جـ}}$.
- ١ + ظا^{٢} جـ = ١ / جتا^{٢} جـ.

ملاحظة: إذا كانت جـ زاوية حادة فإن: ١) ٠ < جا جـ < ١. ٢) ٠ < جتا جـ < ١.

(يعني يا عباقرة أي قيمة سالبة لـ (جا أو جتا) نهملها).

تدريب: إذا كانت ١٠ جاس = ٦ حيث س زاوية حادة ، فأوجد جتا س ، ظا س.

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. النسبة بين طول المجاور إلى طول المقابل تسمى بظل الزاوية.	◯	◯
٢. النسبة بين طول المجاور إلى طول الوتر هي جيب تمام الزاوية.	◯	◯
٣. النسبة بين طول المقابل إلى طول الوتر هي جيب الزاوية.	◯	◯
٤. إذا تغير طولا المجاور والمقابل لزاوية حادة تتغير قيمتها.	◯	◯
٥. تظل النسبة المثلثية ثابتة لأي زاوية حادة مهما تغير طول المقابل والمجاور والوتر.	◯	◯
٦. إذا كانت جا هـ = - ٠,٦ فإن الزاوية حادة.	◯	◯
٧. إذا كان جا هـ = ١ / ٥ $\sqrt{٢}$ ، فإن ١ / ظا^{٢} هـ = ٤٩.	◯	◯
٨. في المثلث الحاد الزاوية، مربع الارتفاع يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر المحددين بهذا الارتفاع.	◯	◯
٩. إذا كان جا س = ٢ جتا س، فإن ظا س = ٢.	◯	◯
١٠. إذا كان ظا ص = ٢ جا ص فإن جتا ص = ٠,٥.	◯	◯
١١. إذا كان ٤ جتا س = ٣ جا س، فإن جا س = ٣ / ٥.	◯	◯
١٢. إذا كان ٢ ظا س = $\sqrt{٥}$ فإن الوتر = ٣.	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

١٣. إذا كان المثلث القائم متساوي الساقين، وكانت فيه س زاوية حادة فإن جا س = جتا س.	○ ○
١٤. إذا كان المثلث القائم متساوي الساقين، وكانت فيه ص زاوية حادة فإن ظا ص = ١.	○ ○
١٥. أ ب جـ د مستطيل فيه | أ د| = ٢٠ سم ، | د جـ | = ١٥ ، فإن جا (ب أ جـ) = ٥ / ٤.	○ ○
١٦. جا س + جتا س = ١.	○ ○
١٧. √(جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ) = √(جا^{٢} هـ) + √(جتا^{٢} هـ) .	○ ○
١٨. (جا^{٢} س - ظا^{٢} س + جتا^{٢} س) ÷ (١ - ظا س) = ١.	○ ○
١٩. (١ - جا^{٢} هـ) = جتا^{٢} ن.	○ ○
٢٠. جا^{٣} هـ + جا هـ جتا^{٢} هـ = جا هـ.	○ ○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع، \|س ص\| = ٤ سم ، \| س ع\| = ٢ سم، جا س = ... :

١	٢√٣ / ٤.	٣	√٣ / ٢.
٢	١ / ٢.	٤	١ ، ٣ معاً.

٢. س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع، \|س ص\| = ٤ سم ، \| س ع\| = ٢ سم، جتا س = ... :

١	٢√٣ / ٤.	٣	√٣ / ٢.
٢	١ / ٢.	٤	١.

٣. إذا كانت جتا^{٢} هـ = ٤ جا^{٢}هـ ، فإن ظا هـ = ...:

١	٤.	٣	١ / ٤.
٢	١ / ٢.	٤	٢.

٤. جا س = ٠,٣ جتا س، فإن ظا س = ...:

١	١/ ٠,٣.	٣	١/ ٣.
٢	٠,٣.	٤	٣.

٥. جا^{٢} هـ - جتا^{٢} هـ = ...:

١	١.	٣	-١.
٢	١- ٢ جتا^{٢} هـ.	٤	١ + ٢ جتا^{٢} هـ.

٦. - جا^{٢} هـ - جتا^{٢} هـ = ...:

١	١.	٣	-١.
٢	١- ٢ جتا^{٢} هـ.	٤	١ + ٢ جتا^{٢} هـ.

٧. جا ٢٧° = ... :

١	جتا ٢٧° جا ٢٧°.	٣	جتا ٢٧° ظا ٢٧°.
٢	جتا ٢٧° / ظا ٢٧°.	٤	ظا ٢٧° / جتا ٢٧°.

٨. (جا س + جتا س) ^{٢} + (جا س - جتا س)^{٢} = ...:

١	١.	٣	٢.
٢	-١.	٤	-٢.

٩. إذا كان ظا س = ٣ / ٤، فإن الوتر يساوي ....:

١	٣.	٣	٤.
٢	٥.	٤	٢.

١٠. العلاقة بين طول المقابل وطول المجاور لأي زاوية هي:

١	علاقة أكبر من.	٣	علاقة أصغر من.
٢	علاقة يساوي.	٤	لا توجد علاقة.

١١. لأي زاويتين حادتين في نفس المثلث القائم فإن:			
١	جا (الزاوية الأولى) = جا (الزاوية الثانية).	٣	جا (الزاوية الأولى) = جتا (الزاوية الثانية).
٢	ظا (الزاوية الأولى) = ظا (الزاوية الثانية).	٤	ظا (الزاوية الأولى) ≠ مقلوب ظا (الزاوية الثانية).
١٢. إذا كانت الزاوية حادة في مثلث قائم، فإن:			
١	جا الزاوية < صفر.	٣	جتا الزاوية > صفر.
٢	-١ < جا الزاوية < ١.	٤	صفر < جتا الزاوية < ١.
١٣. النسبة المثلثية لأي زاوية حادة مهما تغير طول المقابل والمجاور والوتر:			
١	متغيرة.	٣	ثابتة.
٢	مختلفة.	٤	متباينة.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي: صح خطأ

١. في الشكل :  ظا س = $\frac{|ص ع|}{|س ع|}$. ◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. جا^{٢} (٧٢) + جتا^{٢} (٧٢) يساوي:

١. ١.	٢. ٢.	٣. ٣.	٤. ٧٢.

ب. إذا كان جاس = ٤جتاس، فإن ظا س = ...، حيث س زاوية حادة في مثلث قائم:

١. ٨.	٢. - ٨.	٣. ٢.	٤. ٤

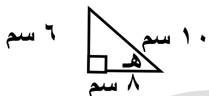
ج. نسبة الضلع المجاور إلى الوتر لزاوية حادة هـ في مثلث قائم هي:

١. جا هـ.	٢. جتا هـ.	٣. ظا هـ.	٤. $\frac{جتاهـ}{جاهـ}$.

د. جا جـ ÷ ظا جـ =.......:

١. جتا جـ.	٢. حتا^{٢}جـ.	٣. جا جـ جتا جـ.	٤. ٢ جا جـ.

و. في الشكل المرسوم جانباً قيمة جتا هـ = ...:



١. ٣ / ٥.	٢. ٤ / ٥.	٣. ٣ / ٤.	٤. ٥ / ٣.

لا يهم أن تتأخر بالوصول، المهم أن تصل ...

الدرس الثالث: النسب المثلثية للزوايا: ٣٠، ٦٠، ٤٥

جدول النسب المثلثية للزوايا ٣٠ ، ٦٠ ، ٤٥:

الزاوية	٣٠	٦٠	٤٥
جا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
جتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
ظا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١

ملاحظات هامة جداً:

١. تم استنتاج النسب المثلثية للزاويتين ٣٠° ، ٦٠° من خلال مثلث متساوي الأضلاع طول كل ضلع فيه ٢ وحدة طول وحيث الارتفاع الذي فيه ينصف ضلعاً فيه وعمودياً عليه.
٢. تم استنتاج النسب المثلثية للزاوية ٤٥° من خلال مثلث قائم متساوي الساقين طول كل ضلع فيه وحدة طول واحدة وحيث.
٣. من خلال أولاً وثانياً نستنتج أن:
   - جا ٣٠ = جتا ٦٠.
   - جتا ٣٠ = جا ٦٠.
   - ظا ٣٠ = ١ / ظا ٦٠.
٤. من خلال ثالثاً نستنتج أن: جا ٤٥ = جتا ٤٥.

تدريب: أوجد قيمة ما يلي:

١. جا ٦٠ + جتا ٣٠ = ...
٢. ٤ جا ٦٠ + ٣ ظا ٤٥ = ...
٣. جا ٦٠ / جتا ٣٠ = ...
٤. (جا ٦٠ - جتا ٣٠ + ظا ٤٥) ÷ ظا ٦٠ = ...

ملاحظة:

كثيراً ما نجد لدى النسب المثلثية زاوية (س - ٣٠) ، أو (س - ٩٠) أو غيرها من الزوايا بحيث لا تعطى لنا الزوايا ٣٠ ، ٦٠ ، ٤٥ بصورة مباشرة فلذلك إذا أعطانا قيمة نسب من النسب المأخوذة للزوايا ٣٠ ، ٦٠ ، ٤٥ فما علينا سوى مساواة القوس بالزاوية ثم حلها كمعادلة لنجد القيمة المطلوبة.

مثلاً: إذا كانت ٢ جا (س - ٤٠) = ١، فأوجد قيمة س.

الحل: ٢ جا (س - ٤٠) = ١ بالقسمة على ٢

← جا (س - ٤٠) = $\frac{١}{٢}$ نبحث عن زاوية نسبتها المثلثية جا = $\frac{١}{٢}$ والتي هي ٣٠.

إذن (س - ٤٠) = ٣٠ ، ومنه س = ٣٠ + ٤٠ ← س = ٧٠

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. $جا^٢$ ٦٠ = ٩ / ٤.	○	○
٢. إذا كانت ٢ جا (س - ٣٠) = $\sqrt{٣}$ ، فإن س = ٦٠.	○	○
٣. إذا كانت ٢ جتا (١٢٠ - ص) = $\sqrt{٣}$ ، فإن ص = ٦٠.	○	○
٤. إذا كانت ظا (٧٠ - ص) = $\sqrt{٣}$ ، فإن ص = ١٠.	○	○
٥. إذا كانت ٢ جتا (٢ س) = ١، فإن س = ٦٠.	○	○
٦. جا ٣٠ + جتا ٦٠ = ٢.	○	○
٧. $جا^٢$ ٣٠ + $جتا^٢$ ٦٠ = ١ / ٢.	○	○

إعداد: هلا المولجي

٨. ظا^{٢} س = ٣ ، فإن س = ٦٠.	○ ○
٩. ظا ٦٠ جا ٦٠ + جتا ٦٠ = ٢ جا ٣٠ + ظا ٤٥.	○ ○
١٠. إذا كان جا ٢ س = $\frac{\text{٢ ظاس}}{\text{(١+ ظا}^{٢}\text{س)}}$ ، فإن س = ٣٠.	○ ○
١١. ٩ جتا ٤٥ جا ٤٥ = ٤,٥.	○ ○
١٢. (جا س + جتا س)^{٢} = ١ + جا (٩٠ - س)، فإن قيمة س = ٦٠.	○ ○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. ٢ جا^{٢} ٣٠ + ٢ جتا^{٢} ٣٠ + (٣/١) ظا^{٢} ٦٠ = ...:

١	-٣.	٣	-٤.
٢	٣.	٤	٤.

٢. $\frac{١}{\text{١+ جا٣٠}}$ + $\frac{١}{\text{١- جا٣٠}}$ = ...:

١	$\frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{ ٣٠}}$.	٣	$\frac{\text{-١}}{\text{جتا}^{٢}\text{ ٣٠}}$.
٢	$\frac{٢}{\text{جتا}^{٢}\text{ ٣٠}}$.	٤	$\frac{\text{-٢}}{\text{جتا}^{٢}\text{ ٣٠}}$.

٣. $\frac{\text{(ظا}^{٢}\text{ ٦٠ - ٢ جتا ٦٠)}}{\text{(١ + ظا ٤٥)}}$ = ...:

١	١.	٣	-١.
٢	٢.	٤	-٢.

٤. إذا كان المثلث القائم متساوي الساقين فإن النسب التي سيتم استنتاجها منه هي للزاوية:

١	٣٠.	٣	٤٠.
٢	٤٥.	٤	٦٠.

٥. تم استنتاج أن ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$ من مثلث متساوي الأضلاع طول كل ضلع فيه .... وحدة طول:

١	١.	٣	٢.
٢	٣.	٤	٤.

٦. جا ٦٠ + ٥ جتا ٣٠ =

١	$\sqrt{٣}$.	٣	-$\sqrt{٣}$.
٢	٣ $\sqrt{٣}$.	٤	- ٣ $\sqrt{٣}$.

٧. ٢ جتا (س + ٣٠) =١، فإن قيمة س = ... :

١	٣٠.	٣	٤٥.
٢	٦٠.	٤	٩٠.

٨. (جا ٤٥ + جتا ٤٥) ^{٢} + (جا ٣٠ - جتا ٦٠)^{٢} =:

١	٢.	٣	-٢.
٢	-٣.	٤	-٣.

٩. ٢ $\sqrt{\text{ظا}^{٢}\text{ ٦٠ + ١}}$ = ...:

١	٢.	٣	٤.
٢	٢ $\sqrt{٢}$.	٤	$\sqrt{٢}$.

١٠. إذا كان جا ٢س + جتا(٢ س - ٣٠) = $\sqrt{٣}$ ، فإن س = ...:

١	٣٠.	٣	٦٠.
٢	٤٥.	٤	٤٥.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح خطأ
١. جا ٣٠ = جتا ٦٠.	○ ○
٢. إذا كان ٢ جتا هـ = $\sqrt{٢}$ فإن هـ = ٦٠.	○ ○
٣. (جا ٣٠ +جتا ٦٠) / (١+ظا ٤٥)= ١.	○ ○
٤. إذا كان ق < (س) = ٦٠ ، فإن جتاس = ٠,٥.	○ ○
٥. ٢ جا ٤٥ جتا ٤٥ = ١.	○ ○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. ظا٣٠ × جتا ٣٠ = ...::

١. ١.	٢. $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.	٣. $\frac{١}{٢}$.	٤. $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ب. جيب الزاوية التي قياسها ٤٥ يساوي ....:

١. ١.	٢. $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.	٣. $\frac{١}{٢}$.	٤. $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ج. ٢جتا ٦٠ + $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥ - ٢ جا ٣٠ يساوي:

١. ١.	٢. -١.	٣. صفر.	٤. ٢.

د. إذا كان جتا هـ = $\frac{١}{٢}$ ، فإن هـ = ...:

١. ٣٠.	٢. ٤٥.	٣. ٦٠.	٤. ٩٠.

انتهت الوحدة الرابعة بسلام . . . أجمل ما قد تهدونه لي هو الدعاء في ظهر الغيب . . كل التوفيق لكم يا أوائل الجمهورية . .

الوحدة الخامسة

الهندسة

رياضيات - الصف التاسع

إعداد: هلا الموليجي

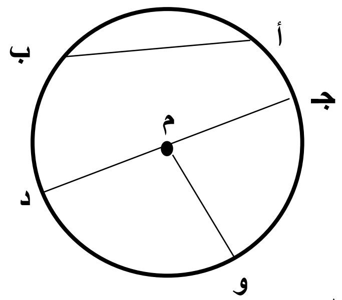
الدرس الأول: الدائرة

مسميات هامة للدائرة:

المصطلح	تعريفه
الدائرة	هي مجموعة نقاط في مستوى واحد، أو عدد لا نهائي من النقاط تبعد عن نقطة ثابتة مسافات متساوية.
مركز الدائرة	هو النقطة الثابتة في الدائرة الذي تبعد عنه جميع النقاط عن الدائرة بمسافات متساوية، وتسمى الدائرة باسمه.
نصف قطر الدائرة	هو القطعة المستقيمة الواصلة من مركز الدائرة إلى أي نقطة تقع على الدائرة، ويرمز له بالرمز (نوه).
وتر الدائرة	هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين من الدائرة.
قطر الدائرة	هو أكبر وتر في الدائرة ويمر بمركزها ويساوي ضعف نصف القطر.
القوس	هو جزء من الدائرة محصور بين نقطتين عليها.
القطعة الدائرية	هي جزء من الدائرة وتحدد بقوس ووتر في الدائرة.

تحديد المسميات على الشكل التالي:

من خلال الشكل جانباً لدينا الدائرة م وفيها:



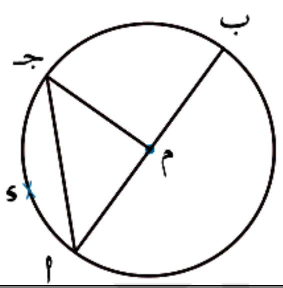
١٢. مركز الدائرة: (م).
١٣. نصف القطر: (م جـ ، م د، م و).
١٤. وتر الدائرة: (أ ب ، د جـ).
١٥. قطر الدائرة: (د جـ).
١٦. قوس الدائرة: (أ ب ، جـ و د ، جـ د ، جـ و ، د و ... وغيرها).
١٧. قطعة دائرية: قطعة كبرى(أ و ب)، قطعة صغرى (أ ب) ويوجد الكثير من القطع ـ^^.

ملاحظة: ١. قد يسمى القوس والقطعة الدائرية بحرفين أو ثلاثة.

٢. كل نقطتين على الدائرة تكون قوسين واحد منهما القوس الصغير والأخر القوس الكبير
(القوس الصغير + القوس الكبير = محيط الدائرة = ٢ π نوه).

٣. القطر = ٢ نوه ، نوه= القطر / ٢.

تدريب: من خلال الشكل سمِ ما يلي:

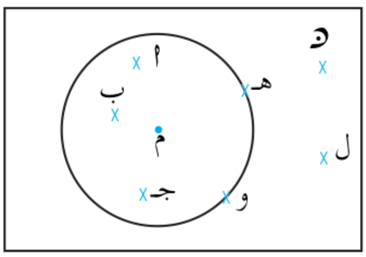


١. الدائرة: ....
٢. ثلاث أنصاف أقطار للدائرة: ....
٣. وترين للدائرة: ....
٤. قطراً الدائرة: ....
٥. أربعة أقواس للدائرة: ....
٦. قطعتان دائريتان: ....

علاقة الدائرة مع المستوى:

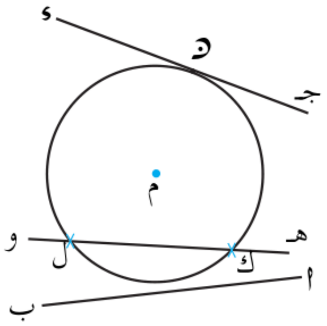
من خلال الشكل الدائرة تقسم المستوى إلى ثلاثة أجزاء

- داخل الدائرة مثل النقاط: أ، ب، جـ.
- على الدائرة مثل النقاط: هـ، و.
- خارج الدائرة مثل النقاط: ن، ل.



إعداد: هلا المولجي

الأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم:



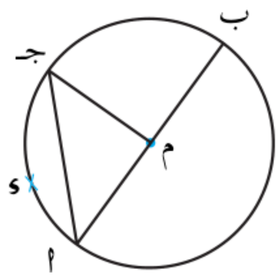
من خلال الشكل نلاحظ ثلاثة أوضاع نسبية

غير متقاطعان.	متقاطعان في نقطة	متقاطعان في نقطتين
م ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ∅	$\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ∩ م = {ن}	$\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ ∩ م = { ك ، ل }
يقع خارج الدائرة.	يسمى مماس للدائرة و ن تسمى نقطة التماس.	يسمى قاطع للدائرة ويصنع وتراً معها.

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. القطعة الدائرية قد تحدد بقطر الدائرة.	○	○
٢. نصف القطر يساوي ضعف القطر.	○	○
٣. إذا مر قاطع الدائرة بمركزها فإنه يكون مع الدائرة قطراً.	○	○
٤. وتر الدائرة يكون القطع الدائرية في الدائرة.	○	○
٥. إذا قطع الدائرة قاطعاً يقع تحت مركز الدائرة فإن القوس الأكبر يقع تحته.	○	○
٦. إذا كان نق = ١,٥ سم، فإن القطر= ٣,٥ سم.	○	○
٧. إذا كان القطر = ٧,٦ سم فإن نق = ٣,٨ سم.	○	○
٨. إذا كان لديك دائرتين مركزيهما (م) وكان أنصاف قطريهما | أ م | = ٢ سم، |م ن | = ٤ سم، فإن | ن أ | = ٢ سم.	○	○
٩. إذا كان لديك دائرتين (م ، ن) وكان نق م =١٤ سم، وكان| نق م - نق ن |= ٤ سم، فإن نق ن = ١٨ سم.	○	○
١٠. إذا كانت الدائرة م ∩ $\overleftrightarrow{\text{ص س}}$ = { أ ، ب }، فإن $\overleftrightarrow{\text{ص س}}$ يسمى قاطعاً للدائرة.	○	○
١١. مماس الدائرة يتقاطع مع الدائرة في نقطة وأكثر.	○	○
١٢. يتقاطع محيط الدائرة مع المستوى في عدد لا نهائي من النقاط.	○	○
١٣. أذا وقعت النقطة على نصف القطر تعني أن النقطة دائماً تقع داخل الدائرة.	○	○
١٤. إذا كان نق = $\sqrt{٥}$ سم، فإن القطر = ٥ سم.	○	○
١٥. إذا كان القطر = $\sqrt{٢}$ سم، فإن نق = ١ / $\sqrt{٢}$ سم.	○	○
١٦. إذا كان القطر = ٢ متر، فإن نق= ١٠٠ سم.	○	○
١٧. تبعد النقاط التي على الدائرة بمسافات متباينة عن نقطة ثابتة.	○	○
١٨. من خلال الشكل في الصفحة التالية، (ب جـ) تعتبر قطعة دائرية.	○	○
١٩. من خلال الشكل في الصفحة التالية، (ب أ جـ) يعتبر قوس كبير للدائرة م.	○	○
٢٠. من خلال الشكل في الصفحة التالية، (ب أ) يعتبر وتر للدائرة م.	○	○



إعداد: هلا المولجي

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
١. تبعد النقاط على الدائرة مسافات متساوية تسمى:			
١	وتر الدائرة.	٣	قطر الدائرة.
٢	نصف قطر الدائرة.	٤	مركز الدائرة.
٢. يحدد بنقطتين على الدائرة:			
١	القطعة الدائرية.	٣	قوس الدائرة.
٢	مركز الدائرة.	٤	محيط الدائرة.
٣. مماس الدائرة يتقاطع مع الدائرة في:			
١	نقطة.	٣	نقطتين.
٢	Ø.	٤	ثلاث نقاط.
٤. أذا كان المستقيم خارج الدائرة فإن التقاطع بينه وبين الدائرة:			
١	نقطة.	٣	نقطتين.
٢	Ø.	٤	ثلاث نقاط.
٥. إذا كان نق= ١,٢٣ سم، فإن القطر = ...:			
١	٢,٤٩ سم.	٣	٢,٤٦ سم.
٢	٢,٢٣ سم.	٤	٢,٤٨ سم.
٦. إذا كان القطر = ١٧ سم، فإن نق= ....:			
١	٨ سم.	٣	٧ سم.
٢	٨,٥ سم.	٤	٧,٥ سم.
٧. إذا كان لديك نقطة من مستوى بين مركز الدائرة ومحيطها فإنها تقع:			
١	داخل الدائرة.	٣	على الدائرة.
٢	خارج الدائرة.	٤	خارج المستوى.
٨. إذا كان نق= ٧,٥ سم، فإن القطر = ...:			
١	١٢ سم.	٣	١٣ سم.
٢	١٥ سم.	٤	١٤,٥ سم.
٩. يمكن أن يقطع الدائرة .... من المستقيمات:			
١	ثلاثة.	٣	أربعة.
٢	واحد.	٤	عدد لا نهائي.
١٠. نقول عن المستقيم أنه قاطع للدائرة إذا كانت المسافة بينه وبين مركزها .... من نق:			
١	أكبر.	٣	أصغر.
٢	يساوي.	٤	لا يوجد علاقة.
١١. نقول عن المستقيم أنه مماس للدائرة إذا كانت المسافة بينه وبين مركزها .... من نق:			
١	أكبر.	٣	أصغر.
٢	يساوي.	٤	لا يوجد علاقة.
١٢. نقول عن المستقيم أنه خارج الدائرة إذا كانت المسافة بينه وبين مركزها .... من نق:			
١	أكبر.	٣	أصغر.
٢	يساوي.	٤	لا يوجد علاقة.
١٣. نقول عن المستقيم أنه مماس للدائرة إذا كان طوله:			
١	١,٥ سم.	٣	٢ سم.
٢	٤ سم.	٤	ليس للطول علاقة ليكون مماساً.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. إذا كانت م دائرة، $\overleftrightarrow{أب}$ مستقيم، م ∩ $\overleftrightarrow{أب}$ = Ø، فإن $\overleftrightarrow{أب}$ مماساً للدائرة.	◯	◯
٢. قوس الدائرة هو جزء من الدائرة محصور بين نقطتين عليها.	◯	◯
٣. جميع نقاط المستوى التي تبعد عن نقطة ثابتة مسافات متساوية تشكل دائرة.	◯	◯
٤. قوس الدائرة هو قطعة مستقيمة التي تصل بين نقطتين عليها.	◯	◯
٥. القطعة المستقيمة التي تصل المركز بنقطة على الدائرة تسمى نصف القطر.	◯	◯
٦. نصف قطر الدائرة هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة وأي نقطة عليها.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. جزء من الدائرة يفصلها عن بقية الدائرة وتر أو مستقيم قاطع يسمى ....:

١. القطاع الدائري.	٢. القطر.	٣. القطعة الدائرية.	٤. الدائرة.

ب. إذا كان طول أكبر وتر في الدائرة = ٨ سم، فإن نصف قطر الدائرة= ....:

١. ٨ سم.	٢. ٢ سم.	٣. ٤ سم.	٤. ١٦ سم.

ج. أكبر وتر في الدائرة يعتبر ....:

١. خارجها.	٢. مماساً لها.	٣. نصف قطر فيها.	٤. قطرًا فيها.

د. القطعة المستقيمة التي تصل بين مركز الدائرة وأي نقطة على محيطها تسمى ......:

١. وتر الدائرة.	٢. قطر الدائرة.	٣. قوس.	٤. نصف قطر.

هـ. إذا كان طول أكبر وتر في الدائرة = ١٠ سم، فإن نصف قطر الدائرة= .....:

١. ٢٠ سم.	٢. ١٥ سم.	٣. ١٠ سم.	٤. ٤ سم.

و. إذا كان طول نصف قطر الدائرة = ٣,٣ سم ، فإن طول قطرها = ...:

١. ٩,٩ سم.	٢. ٦,٦ سم.	٣. ٣,٣ سم.	٤. ٥ سم.

أشعل النور بداخلك كي ترى طموحاتك تتحقق

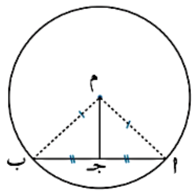
إعداد: هلا المولجي

الدرس الثاني: العمود النازل من مركز الدائرة على الوتر

مبرهنة (٥ - ١):

" المستقيم الواصل من مركز الدائرة إلى منتصف أي وتر فيها يكون عمودياً على الوتر ".

الإثبات: انظر الكتاب ص ١٠، ١١.



من استخدامات المبرهنة:

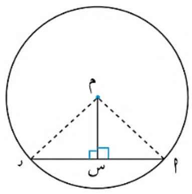
١. حساب زوايا (من خلال زوايا المثلث وحالات تطابق المثلثات).
٢. حساب أطوال (باستخدام مبرهنة فيثاغورث - ٨٨).
٣. إثبات توازي. ٤. حساب النسبة المثلثية إذا علمت الأطوال.

ملاحظة: تم استخدام تطابق المثلثات لإثبات المبرهنة (يعني لازم تراجعوا تطابق المثلثات يا عباقرة).

عكس مبرهنة (٥ - ١):

" العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها ينصفه ".

الإثبات: انظر الكتاب ص ١١، ١٢.

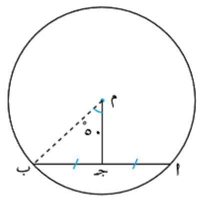


من استخدامات عكس المبرهنة:

١. حساب زوايا (من خلال زوايا المثلث وحالات تطابق المثلثات).
٢. حساب أطوال (باستخدام مبرهنة فيثاغورث - ٨٨).
٣. إثبات توازي. ٤. حساب النسبة المثلثية إذا علمت الأطوال.

تدريب:

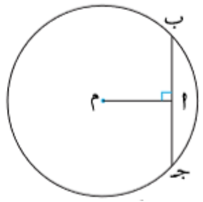
من خلال الشكل:



١. | أ جـ | = ...
٢. | م ب | = ...
٣. ق ∠ (ب جـ م) = ...
٤. ق ∠ (م ب جـ) = ...
٥. ق ∠ (م أ ب) = ...

من خلال الشكل: إذا كان |ب أ | = ٣ سم، ق ∠ (جـ م أ) = ٤٥°،

فاحسب قيمة التالي:



١. | أ جـ | = ...
٢. | م ب | = ...
٣. ق ∠ (ب جـ م) = ...
٤. ق ∠ (م ب جـ) = ...
٥. ق ∠ (م أ ب) = ...

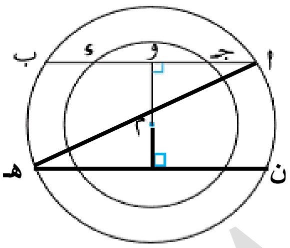
أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. أي مستقيم نازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها يكون عمودياً عليه.	○	○
٢. جميع المستقيمات النازلة من مركز الدائرة إلى أي وتر فيها تكون عمودية عليه.	○	○
٣. عندما يكون المستقيم الواصل من مركز الدائرة منصف لوتر فيها فإنه يكون معه زاوية ٩٠.	○	○
٤. وتران في دائرة واحدة متوازيان وكان هناك مستقيم ماراً من المركز عمودياً على الوتر الأول فإنه ينصف الآخر.	○	○
٥. العمود النازل من مركز الدائرة إلى أي وتر فيها طوله ثابت.	○	○
٦. العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها ينصفه.	○	○
٧. إذا وجد عمود على أي وتر فإنه نازل من مركز الدائرة.	○	○
٨. إذا وجد عمود ينصف وتر فإنه نازل من مركز الدائرة.	○	○
٩. إذا كان طول العمود النازل من مركز الدائرة على وتر = ٣ سم، نق = ٥ سم، فإن طول وتر = ٤ سم.	○	○
١٠. إذا كان طول العمود النازل من مركز الدائرة على وتر = ٢ سم، نصف الوتر = ٢ √٣ سم، فإن نق = ٤ سم.	○	○
١١. إذا كان طول وتر في دائرة = ١٢ سم، وطول القطر = ٢٠ سم، فإن طول العمود النازل من مركزها = ٨ سم.	○	○
١٢. من خلال الفقرة (أ) للشكل بالأسفل:	و م	= ٦ سم.	○	○

١٣. من خلال الفقرة (أ) للشكل بالأسفل: جتا (م د ج) = ٤ / ٥.	◯ ◯
١٤. من خلال الفقرة (أ) للشكل بالأسفل: ظا (م أ و) = ٣ / ٥.	◯ ◯
١٥. من خلال الفقرة (ب) للشكل بالأسفل: ق ∡ (أ م و) = ٤٥°.	◯ ◯
١٦. من خلال الفقرة (ب) للشكل بالأسفل: ق ∡ (م جـ و) = ٥٥°.	◯ ◯
١٧. من خلال الفقرة (ب) للشكل بالأسفل: ق ∡ (د م و) = ٤٥°.	◯ ◯
١٨. من خلال الفقرة (جـ) للشكل بالأسفل: | أ جـ | = | د ب|.	◯ ◯
١٩. من خلال الفقرة (جـ) للشكل بالأسفل: | أ جـ | = ٤ سم.	◯ ◯
٢٠. من خلال الشكل بالأسفل: $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ || $\overleftrightarrow{\text{هـ ن}}$.	◯ ◯

أ. طول | أ و | = ٨ سم ، | جـ د| = ٢ $\sqrt{١٣}$ سم،
نصف قطر الدائرة الصغرى = ٧ سم،
نصف قطر الدائرة الكبرى = ١٠ سم.
ب. ق ∡ (م أ ب) = ٣٥°، ق ∡ (م د و) = ٤٥°.
ج. | أ ب| = ٢٠ سم، | ج د | = ١٠ سم.



ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. ينصف الوتر إذا نزل عليه .... من مركز الدائرة:

١	مستقيم.	٣	عمود.
٢	مستقيمان.	٤	قاطع.

٢. يكون المستقيم القاطع للدائرة ماراً بمركزها إذا كان عمودياً على:

١	القطر.	٣	نصف القطر.
٢	الوتر.	٤	القوس.

٣. إذا كان لديك دائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ وتر فيها س منتصف هذا الوتر، فإذا كان |س أ| = ٤ سم، فإن | أ ب| = ... سم:

١	٤.	٣	٨.
٢	٦.	٤	١٢.

٤. في الدائرة م، $\overleftrightarrow{\text{هـ ن}}$ وتر فيها، س منتصف الوتر، فإذا كان ق ∡ (س م هـ) = ٣٩°، فإن ق ∡ (س ن م) = ...:

١	٤١.	٣	٥١.
٢	٩٠.	٤	٣١.

٥. الزاوية التي يصنعها المستقيم النازل من مركز دائرة على وتر فيها لكي ينصفه تساوي:

١	٣٠.	٣	٤٥.
٢	٦٠.	٤	٩٠.

٦. يمكن رسم .... على الوتر من مركزها:

١	مستقيم عمودي.	٣	مستقيمان عموديان.
٢	ثلاثة مستقيمات عمودية.	٤	أربعة مستقيمات عمودية.

٧. $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ وتر في دائرة مركزها م، $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$، | م جـ | = ٦ سم، نق = ١٠ سم، فإن | أ ب| =.............:

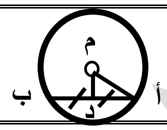
١	٦ سم.	٣	١٢ سم.
٢	٨ سم.	٤	١٦ سم.

٨. $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ وتر في دائرة مركزها م، س منتصف $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، فإذا علم أن | أ س| = ٣ سم، |س م| = ٤ سم، فإن نق=..........:

١	٣ سم.	٣	٤ سم.
٢	٥ سم.	٤	٧ سم.

٩. أب، أجـ وتران في الدائرة م، س منتصف أب، ص منتصف أجـ ، فإذا كان ق∠ (ب أ جـ) = ٦٠°، ق∠(س م ص) المنعكسة =:			
١	١٢٠.	٣	٢٤٠.
٢	٦٠.	٤	١٨٠.
١٠. أب، د جـ وتران متوازيان في الدائرة م، هـ منتصف أب، رسم هـ م فقطع د جـ في و، فإن |و جـ| = ...:			
١	| أ هـ |.	٣	| هـ ب |.
٢	| و د |.	٤	جميع ما سبق.
١١. أب وتر في دائرة مركزها م فيه ق∠ (م أ ب) = ٤٨، نصفت زاوية م أ ب بالمستقيم أ د فلاقى محيط الدائرة في د ثم نصف الوتر أب في جـ، وصل م جـ ، فإن ق∠ (م د أ) = ...:			
١	٤٨.	٣	٢٤.
٢	٤٢.	٤	٨٤.
١٢. من خلال السؤال السابق، م د .... أ ب:			
١	||.	٣	⊥.
٢	يقاطع.	٤	٢ ، ٣ معاً.
١٣. من خلال السؤال السابق، ق∠ (د م جـ) = ...:			
١	٣٠.	٣	٤٥.
٢	٦٠.	٤	٩٠.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. إذا كانت م دائرة، م جـ ⊥ أب، حيث أب وتر في الدائرة طوله = ٦ سم، فإن | أ جـ | = ٣ سم.	◯	◯
٢. من خلال الشكل المجاور إذا كان ق∠ (أ م د) = ٦٠°، فإن ق∠ (م أ د) = ٣٠°. 	◯	◯
٣. العمود النازل من مركز الدائرة على وتر فيها ينصفه.	◯	◯
٤. العمود النازل من مركز الدائرة على وتر طوله ٨ سم، يقسمه إلى جزءين طول كل منهما = ٤ سم.	◯	◯
٥. المستقيم الواصل من مركز الدائرة إلى منتصف أي وتر فيها، يكون عمودياً عليه.	◯	◯
٦. المستقيم الواصل من مركز الدائرة إلى منتصف أي وتر فيها، يرسم زاوية قياسها = ٩٠ مع هذا الوتر.	◯	◯
٧. المستقيم المقام عمودياً من منتصف وتر في دائرة يمر بمركز الدائرة.	◯	◯
٨. المستقيم المار بمركز الدائرة ومنتصف وتر فيها يصنع مع الوتر زاوية قائمة.	◯	◯
٩. المستقيم القاطع يشترك مع الدائرة في ثلاث نقاط.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
أ. العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها يقسمه إلى جزئين:			
١. متوازيين.	٢. مختلفين في الطول.	٣. متساويين في الطول.	٤. متعامدين.
ب. المستقيم الواصل من مركز الدائرة إلى منتصف إي وتر فيها يكون:			
١. عمودياً على الوتر.	٢. مماساً للدائرة.	٣. قطراً للدائرة.	٤. قاطعاً للدائرة.
ج. العمود النازل من مركز الدائرة على الوتر، يقسم الوتر بنسبة ....:			
١. ١ : ١.	٢. ٢ : ١.	٣. ١ : ٢.	٤. ١ : ٣.
د. م دائرة ، أب وتر فيها، م د ⊥ أ ب ، فإذا كان | أ ب | = ١٦ سم ، فإن | أ د | = ...:			
١. ٤ سم.	٢. ٥ سم.	٣. ٦ سم.	٤. ٨ سم.
هـ. إذا أقيم عمود طوله ٣ سم من مركز الدائرة على وتر فيها طوله ٨ سم، فإن نصف قطر الدائرة يساوي .....:			
١. ٣سم.	٢. ٤ سم.	٣. ٥سم.	٤. ١١ سم.

كل شيء تستطيع فعله، بالثقة بالله والعزيمة

إعداد: هلا المولجي

الدرس الثالث: أوتار الدائرة.

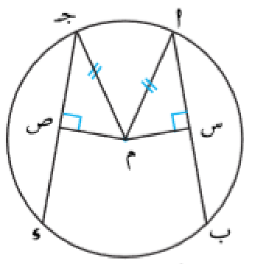
- العلاقة بين الأوتار وأبعادها عن مركز الدائرة تعبر عنها المبرهنات التالية:

مبرهنة (٥ - ٢): يمكن تسميتها بمبرهنة الأوتار:

" الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية عن مركزها".

الإثبات: ص ١٧.

من خلال المبرهنة: | أ ب | = | جـ د | " أوتار الدائرة، فإن | س م | = | م ص |.



من استخدامات المبرهنة:

١. إثبات حالات تطابق المثلثات.
٢. حساب الزوايا.
٣. حساب الأطوال.

عكس مبرهنة (٥ - ٢):

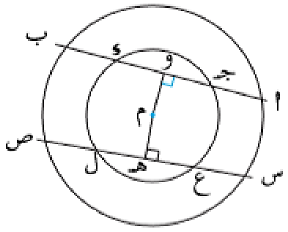
" الأوتار التي على أبعاد متساوية عن مركز الدائرة تكون متطابقة".

ملاحظة:

٥. تم استخدام حالات تطابق المثلث لإثبات المبرهنة وعكسها.
٦. قد تكون الأوتار متطابقة والأبعاد غير متساوية إذا كانت في دوائر منفصلة ذات أنصاف أقطار مختلفة (غير متطابقة).
٧. تكون الأوتار متطابقة والأبعاد متساوية في الدوائر المنفصلة إذا كانت ذات أنصاف أقطار متساوية (متطابقة).
٨. الزاوية بين وتر الدائرة وبعده عن مركزها دائماً (٩٠ °) أي أنه دائماً عمودي.
٩. كلما زاد بعد الوتر عن مركز الدائرة كلما قل طول الوتر والعكس.

تدريب: من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي مع ذكر السبب حيث | أ ب | = | س ص |،

ق ∡ (و جـ م) = ٣٠ °، | أ ب | = ٦ سم، |جـ و| = ٢سم، | و م | = ٢ سم:



| أ و | = ... ، | أ جـ | = ...

| د ب | = ... ، | هـ ل | = ...

|س ص| = ... ، | م هـ | = ...

ق ∡ (و م جـ) = ... ، ق ∡ (م ل هـ) = ...

| م أ | = ... ، نق الصغرى = ...

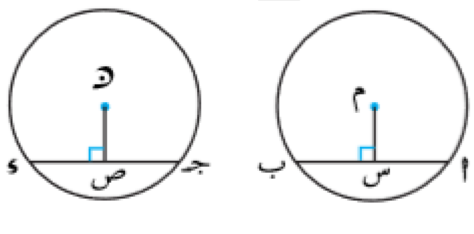
من خلال الشكل المجاور الدائرتان م ، ن متطابقتان، | أ ب | = | جـ د |:

هل | م أ | = | ن ج |؟ لماذا؟ ....

....

هل | م س | = | ن ص |؟ لماذا؟ ....

....

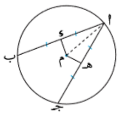
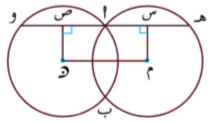
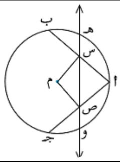


أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. أوتار الدائرة على أبعاد متساوية عن مركزها.	○	○
٢. إذا كانا $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ وترين في دائرة يكونا متطابقين إذا كانا على أبعاد متساوية عن مركزها.	○	○
٣. إذا كان للدائرة وتران متطابقان متوازيان على أبعاد متساوية يكونا هذان البعدان على استقامة واحدة.	○	○

إعداد: هلا المولجي

٤. من خلال الشكل المجاور: ق ∡ (هـ أ م) = ق ∡ (د أ م) ، حيث الأوتار متطابقة.		◯ ◯
٥. من خلال الشكل في السؤال السابق: | جـ هـ | = | أ د |.		◯ ◯
٦. من خلال الفقرة (٤): إذا كان | أ د | = ٣ سم، | أ م | = ٥ سم، فإن | هـ م | = ٤ سم.		◯ ◯
٧. من خلال الشكل المجاور: | س ص | = نصف | هـ و |.		◯ ◯
٨. من خلال الشكل في الفقرة (٧): إذا كان | هـ أ | = | أ و |، فإن ق م = ق ن.		◯ ◯
٩. إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$، $\overleftrightarrow{جـد}$ وترين متطابقين في الدائرة م، النقطتين س، ص منتصفي الوترين على الترتيب | أ ب | = ٦ سم ، فإن | جـ ص | = ٢ سم.		◯ ◯
١٠. من خلال الشكل المجاور: إذا كان | أ ب | = | أ جـ |، فإن | هـ س | = | ص و |.		◯ ◯
١١. من خلال الفقرة (١٠): | م س | ≠ | ص م |.		◯ ◯
١٢. من خلال الفقرة (١٠): إذا كان | أ ب | = ٤ سم، | م ص | = ٢ سم، فإن ق = ٢ $\sqrt{٢}$ سم.		◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. الأوتار المتطابقة على أبعاد متساوية عن مركزها تسمى مبرهنة:

١	الأوتار.	٣	دي مورجان.
٢	فيثاغورث.	٤	المماس.

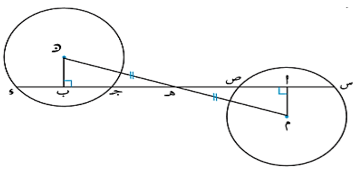
٢. إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$، $\overleftrightarrow{جـد}$ وترين متطابقين في الدائرة م، النقطتين س، ص منتصفي الوترين على الترتيب \| أ ب \| = ٤ سم، \| م ص \| = ٢ سم، فإن ظا (م أ س) = ...:

١	٤/١.	٣	٢/١.
٢	٢.	٤	١.

٣. أوتار الدائرة التي على الأبعاد المتساوية عن مركزها تكون:

١	متباينة.	٣	متوازية.
٢	متعامدة.	٤	متطابقة.

من خلال الشكل أجب عن الأسئلة التالية:



٤. من خلال الشكل: \| م أ \| = ...:

١	| أ ص |.	٣	| ب ن |.
٢	| جـ ب |.	٤	| ص هـ |.

٥. من خلال الشكل: \| س أ \| = ...:

١	| أ ص |.	٣	| جـ ب |.
٢	| ب د |.	٤	جميع ما سبق.

٦. من خلال الشكل: $\overleftrightarrow{أم}$ ‖ ....:

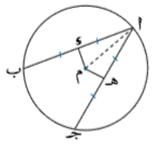
١	$\overleftrightarrow{أم}$.	٣	$\overleftrightarrow{نب}$.
٢	$\overleftrightarrow{مهـ}$.	٤	$\overleftrightarrow{هـن}$.

٧. ق ∡ (أ م هـ) = ... :			
١	ق ∡ (أ هـ م).	٣	ق ∡ (هـ ن ب).
٢	ق ∡ (ن هـ ب).	٤	ق ∡ (م أ هـ).
٨. إذا كان ق ∡ (م ص أ) = ٣٠°، فإن | م ص | = ... سم:			
١	١.	٣	٢.
٢	$\sqrt{٢}$.	٤	$\sqrt{٣}$.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ . من الشكل المرسوم جانباً | أ ب| = | أ جـ |،
فإذا كان | م د | = ٤ سم، فإن | م هـ | = ...:



١. ٣ سم.	٢. ٤ سم.	٣. ٦ سم.	٤. ٨ سم.

ب. | أ ب | = | أ جـ |، وتران متطابقان في الدائرة م، فإذا كان س، ص منتصفيهما، | م س | = $\sqrt{٥}$ سم، فإن | م ص | = ...:

١. ٢ $\sqrt{٥}$ سم.	٢. $\sqrt{٥}$ سم.	٣. ١٠ سم.	٤. ٥ سم

ج. إذا رسم وتران متطابقان في دائرتين متطابقتين، وكان بعد الأول عن مركز دائرته = ٨ سم ، فإن بعد الآخر عن مركز دائرته = ..:

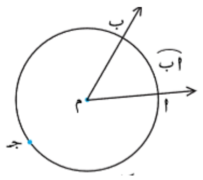
١. ٢ سم.	٢. ٤ سم.	٣. ٨ سم.	٤. ١٦ سم.

د. وتر طوله ٦ سم يبعد عن مركز الدائرة ٤ سم، فإذا كان في وتر آخر يبعد عن مركزها ٤ سم، فإن طوله = ...:

١. ١٤ سم.	٢. ٦ سم.	٣. ٨ سم.	٤. ١٠ سم.

دع عنك الكسل ....

- **مفاهيم هامة:**



١. **الزاوية المركزية:** هي الزاوية التي رأسها مركز الدائرة.

٢. **درجة قياس القوس:** هي درجة قياس زاويته المركزية المقابلة له.

معلومات هامة:

١. من خلال الشكل المجاور، أي زاوية مركزية تقسم الدائرة إلى قوسين:
   أ. قوس صغير يقابل زاوية مركزية بين (صفر و١٨٠) ← القوس (أ ب).
   ب. قوس كبير يقابل زاوية مركزية بين (١٨٠ و٣٦٠) وتكون الزاوية المركزية منعكسة ← القوس (أ جـ ب).
٢. القطر أو أكبر وتر في الدائرة يقسم الدائرة إلى قوسين درجة قياسهما وزاويتهما المركزيتان متساويتان.
٣. درجة قياس القوس الكبير= ٣٦٠ - درجة قياس القوس الصغير.
٤. درجة قياس القوس الصغير= ٣٦٠ - درجة قياس القوس الكبير.
٥. قياس الزاوية المركزية المنعكسة = درجة قياس القوس الكبير.
٦. قد تأتي تعبيرات معينة للتعبير عن قياس الزاوية المركزية مثلاً:
   الزاوية المركزية المرسومة في ثلث دائرة ← ٣٦٠ / ٣ = ١٢٠.
   الزاوية المركزية المرسومة في ربع دائرة ← ٣٦٠ / ٤ = ٩٠.
   الزاوية المركزية المرسومة في نصف دائرة ← ٣٦٠ / ٢ = ١٨٠.

مبرهنات هامة وعكسها:

(١)
" إذا تطابقت زاويتان مركزيتان تساوى قياسا قوسيهما الصغيرين ". ← الإثبات ص ٢٣.

(٢)
" إذا تساوى قياسا قوسين في دائرة تطابقت زاويتاهما المركزيتان ".

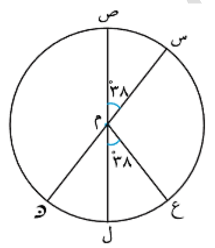
(٣)
" إذا تطابقت الأوتار في دائرة تساوت قياسات أقواسها المتناظرة ". ← الإثبات ص ٢٤، ٢٥.

(٤)
" إذا تساوت قياسات الأقواس في دائرة تطابقت أوتارها المتناظرة ".

ملاحظة:

١. لا تتغير درجة قياس القوس مهما تغير حجم الدائرة.
٢. كلما تغير طول الوتر كلما تغيرت درجة قاس القوس المناظر له وبذلك يتغير قياس زاويته المركزية.
٣. إذا تساوت أبعاد الأوتار عن مركز الدائرة تساوت قياسات الزوايا المركزية المناظرة لها.
٤. نسمي القوس الكبير بثلاثة أحرف لنميزه عن القوس الصغير.

تدريب أ: من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي:



١) سمِ القوس الكبير للزاوية (س م ع): ....

٢) سمِ القوس الصغير للزاوية (ل ن): ....

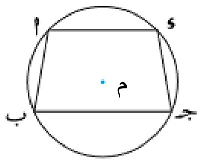
٣) ق ∡(ن م ل) = ... ، ٤) ق ∡(س م ع) = ...

٥) ق ∡(ص م ن) = ... ، ٦) قياس القوس الكبير للزاوية (ص م ن) = ...

٧) قياس القوس الصغير للزاوية (ل م ن) = ...

إعداد: هلا المولجي

تدريب ٣: أ. من خلال الشكل المجاور، ق ∡ (د م جـ) = ق ∡ (أ م ب)، ق ∡ (د م أ) = ق ∡ (جـ م ب)،



سمِّ الأوتار المتطابقة والأقواس المتطابقة.

....

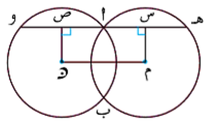
....

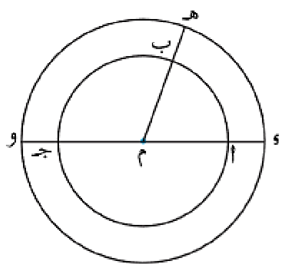
ب. هل قياس القوس (جـ د أ) = قياس القوس (ب أ د)؟ اذكر السبب.

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. الزاوية المركزية هي زاوية يقع رأسها على محيط الدائرة.	○	○
٢. درجة قياس القوس = نصف قياس الزاوية المركزية.	○	○
٣. إذا كان قياس زاوية مركزية = ٣٠، فإن درجة قياس القوس الكبير = ٣٠.	○	○
٤. إذا كان قياس القوس الكبير = ٢٠٠، فإن قياس زاويته المركزية المنعكسة = ٢٠٠.	○	○
٥. الأوتار التي على أبعاد متساوية تكون أقواسها المناظرة لها متطابقة.	○	○
٦. إذا كان | أ ب | = | جـ د | وهما وتران في الدائرة م، فإذا كانت ق ∡(أ م ب) = ٧٠، فإن ق ∡(جـ م د) = ١٤٠.	○	○
٧. من خلال الشكل المجاور: | هـ أ | = | أ و |، فإن قياس القوس (هـ أ) = قياس القوس (أ و) . 	○	○
٨. قياس الزاوية المركزية المنعكسة = ٣٦٠ ـ درجة قياس القوس الصغير.	○	○
٩. من خلال الشكل أسفل: درجة قياس القوس الصغير (د هـ) = درجة قياس القوس الصغير (أ ب).	○	○
١٠. من خلال الشكل أسفل: درجة قياس القوس (د و) = ١٨٠°.	○	○
١١. من خلال الشكل أسفل: قياس القوس الصغير (د هـ) أكبر من قياس القوس الصغير (ب جـ).	○	○
١٢. من خلال الشكل أسفل: قياس القوس الكبير (هـ و) = قياس الزاوية المركزية (هـ م و).	○	○



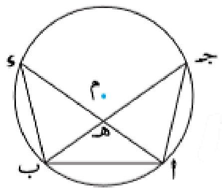
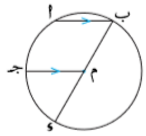
ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. درجة قياس القوس تساوي درجة قياس:

١	الوتر المناظر له.	٣	الزاوية المركزية المقابلة له.
٢	الزاوية المركزية المنعكسة.	٤	القطر المناظر له.

٢. الزاوية المركزية هي زاوية رأسها يقع على:

١	محيط الدائرة.	٣	وتر الدائرة.
٢	مركز الدائرة.	٤	منتصف نق.

٣. درجة قياس القوس المرسوم في سدس دائرة تساوي:			
١	٣٠.	٣	٦٠.
٢	١٠.	٤	٢٠.
٤. درجة قياس القوس الكبير لزاوية مركزية مرسومة في ربع دائرة:			
١	٩٠.	٣	٦٠.
٢	٢٧٠.	٤	٣٠٠.
٥. الزوايا المركزية المتساوية تقابل أقواس لها درجة قياس:			
١	متباينة.	٣	متساوية.
٢	مختلفة.	٤	متناظرة.
٦. من خلال الشكل المجاور: إذا كان | جـ أ | = | د ب | فإن قياس القوس (جـ أ) = قياس القوس (...............): 			
١	جـ د.	٣	د ب.
٢	ب أ.	٤	أ ب د.
٧. من خلال الفقرة السابقة: | أ د | = ...:			
١	| أ جـ |.	٣	| ب د |.
٢	| ب جـ |.	٤	| أ ب |.
٨. من خلال الشكل المجاور: ق ∡ (جـ م د) = ...: 			
١	ق ∡ (أ ب م).	٣	ق ∡ (ب جـ م).
٢	ق ∡ (ب أ م).	٤	١ ـ ٢ معاً.
٩. من خلال الشكل في الفقرة السابقة: قياس القوس (أ جـ) = قياس القوس ....:			
١	ب أ.	٣	ب د.
٢	جـ د.	٤	١ ـ ٢ معاً.

أسئلة وزارية

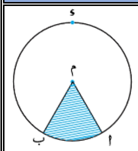
ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح خطأ
١. الزاوية المركزية يقع رأسها على محيط الدائرة.	◯ ◯
٢. درجة قياس القوس المقابل لنصف دائرة يساوي ١٨٠.	◯ ◯
٣. درجة قياس القوس المرسوم في نصف دائرة يساوي ٣٦٠.	◯ ◯
٤. إذا تم تقسيم دائرة إلى أربعة أجزاء متساوية، فإن درجة قياس كل قوس منها = ٩٠.	
٥. درجة قياس القوس في دائرة تساوي نصف قياس زاويته المركزية المقابلة له.	

ضلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
أ. إذا كانت درجة قياس القوس في دائرة = ١٨٠، فإن قياس الزاوية المركزية المقابلة له يساوي:			
١. ٩٠.	٢. ١٨٠.	٣. ٣٠.	٤. ٦٠.
ب. الزاوية المركزية المقابلة لقوس درجة قياسه = ٨٠ ، نوعها ....:			
١. منفرجة.	٢. مستقيمة.	٣. قائمة.	٤. حادة.

ج. إذا كان قياس زاوية مركزية يساوي ٨٠ فإن درجة قياس المحدد القوس بضليعها يساوي .....:			
١. ٤٠.	٢. ٦٠.	٣. ٨٠.	٤. ١٦٠.
د. إذا كان قياس زاوية مركزية = ٦٠ ، فإن درجة قياس قوسها الصغير = ...:			
١. ٣٠.	٢. ٣٠٠.	٣. ١٢٠.	٤. ٦٠.

مايوماً سعيت إلا ووجدت ما سعيت له ...

الدرس الخامس: القطاع الدائري



- **مفهوم القطاع الدائري**: هو الذي يُحدد بقوس ونصفي قطرين.

ملاحظة: من خلال الشكل المجاور:

١. القطاع الدائري المحدد بالقوس الصغير (أ ب) ونصفي القطرين (أ م ، م ب) يسمى بالقطاع الدائري الصغير.
٢. القطاع الدائري المحدد بالقوس الكبير (أ د ب) ونصفي القطرين (أ م ، م ب) يسمى بالقطاع الدائري الكبير.
٣. لا بد أن نفرق بين القطاع الدائري والقطعة الدائرية، فقد يصبح القطاع الدائري قطعة دائرية في حالة واحدة فقط إذا كانت الزاوية المركزية للقطاع الدائرية تساوي ١٨٠.
٤. لا بد أن نفرق بين درجة قياس القوس وطول القوس، حيث أن قياس القوس يعتمد على زاويته المركزية المقابلة له بينما طول القوس يعتمد على محيط الدائرة والزاوية المركزية المحددة به.
٥. يقاس طول القوس بالمتر أو ما يشتق منه.
٦. محيط الدائرة = ٢ π نق، حيث π تساوي تقريباً: ٣,١٤ أو ٢٢/ ٧.
٧. مساحة الدائرة = π نق^{٢}.

قوانين هامة:

أ. القانون المستخدم لحساب طول القوس هو:

$$\frac{\text{طول القوس}}{٢ \pi \text{ نق}} = \frac{\text{س}}{٣٦٠}$$

ومنه نجد أن:

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{س}}{٣٦٠} \times ٢ \pi \text{ نق}$$

ب. القانون المستخدم لحساب محيط القطاع الدائري هو: محيط القطاع الدائرى = ٢ نق + طول القوس

ج. القانون المستخدم لحساب مساحة القطاع الدائري هو:

$$\frac{\text{مساحة القطاع الدائري}}{\pi \text{ نق}^{٢}} = \frac{\text{س}}{٣٦٠}$$

ومنه نجد أن:

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{\text{س}}{٣٦٠} \times \pi \text{ نق}^{٢}$$

ملاحظات على القوانين:

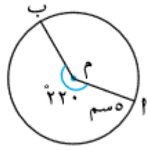
١. لكي نفرق بين القانون الأول والثالث: نجد مع طول القوس نق بدون تربيع، ونجد مع مساحة القطاع الدائري نق مع التربيع.
٢. س في القوانين تعني درجة القوس المحدد للقطاع الدائري.
٣. لدينا نوعين من القطاعات الدائرية:

أ. القطاع الدائري الصغير وزاويته المركزية هي المقابلة للقوس الصغير (س).
ب. القطاع الدائري الكبير وزاويته المركزية هي المقابلة للقوس الكبير (٣٦٠ - س).

٤. قد يرمز لـ (π) بـ (ط).
٥. قد تأتي بعض التعبيرات مع طول قوس أو محيط أو مساحة القطاع الدائري لـ (ن) من التعبيرات فيمكن حساب ذلك بالقوانين التالية: طول قوس القطاع الدائري = ن × محيط الدائرة، محيط القطاع الدائري = ن × محيط الدائرة + ٢ نق ، مساحة القطاع الدائري = ن × مساحة الدائرة.

إعداد: هلا المولجي

تدريب (١): من خلال الشكل المجاور احسب التالي حيث (ط = ٢٢ / ٧):



١) طول القوس الصغير.　　　　٢) طول القوس الكبير.
٣) محيط القطاع الدائري الصغير.　　٤) مساحة القطاع الدائري الكبير.

....

....

....

....

....

....

....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. القطاع الدائري يمكن أن يحدد بأكبر وتر في الدائرة.	◯	◯
٢. طول قوس الدائرة يساوي درجة قياس الزاوية المركزية المقابلة له.	◯	◯
٣. القطاع الدائري الكبير يحدد بزاوية مركزية منعكسة.	◯	◯
٤. محيط القطاع الدائري = نق + طول قوس.	◯	◯
٥. إذا كانت م دائرة فيها: نق = ٥ سم، ط = ٣,١٤ ، س = ٣٥ْ ، فإن محيط القطاع الدائري الصغير = ٨,٠٥ سم.	◯	◯
٦. إذا كانت م دائرة فيها: نق = ٧ سم، ط = ٢٢ / ٧، س = ٢٧٠ْ ، فإن طول القوس الصغير = ١١ سم.	◯	◯
٧. مساحة القطاع الدائري = $\frac{\text{س}}{٣٦٠} \times \pi$ نق.	◯	◯
٨. الزاوية المركزية المحددة للقطاع الدائري = $\frac{\text{طول القوس}}{\pi \text{ نق}} \times ١٨٠$.	◯	◯
٩. $\frac{\text{طول القوس}}{\pi \text{ نق}} = \frac{\text{س}}{١٨٠}$.	◯	◯
١٠. $\frac{\text{مساحة القطاع الدائري}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\text{س}}{٣٦٠}$.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. يحدد القطاع الدائري بنصفي قطرين و.................. :

١	وتر.	٣	قطر.
٢	قوس.	٤	زاوية محيطية.

٢. يحدد القطاع الدائري الصغير بزاوية مركزية:

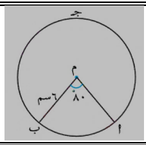
١	< ٩٠.	٣	< ١٨٠.
٢	> ٩٠.	٤	> ١٨٠.

٣. يحدد القطاع الدائري الكبير بزاوية مركزية:

١	< ٩٠.	٣	< ١٨٠.
٢	> ٩٠.	٤	> ١٨٠.

٤. طول القوس المرسوم في نصف دائرة يساوي .... نق:

١	٢ π.	٣	π.
٢	٢/ π.	٤	π / ٢

٥. طول القوس المرسوم في ربع دائرة يساوي .... نق:			
١	٢ π.	٣	π.
٢	π /٢.	٤	π / ٢
٦. مساحة القطاع الدائري المحدد في ثلاثة أرباع الدائرة يساوي ....:			
١	٣ π نق^{٢} / ٤.	٣	٣ π نق^{٢}.
٢	π نق^{٢} / ٢.	٤	π نق^{٢}.
٧. من خلال الشكل المجاور: مساحة القطاع الدائري الكبير = ...، حيث ط = ٢٢ / ٧. 			
١	٨٨ سم^{٢}.	٣	٤٤ سم^{٢}.
٢	٢٢ سم^{٢}.	٤	٦٦ سم^{٢}.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. إذا كان ل طول قطاع دائري في دائرة نصف قطرها نق محدد بزاوية مركزية قياسها س، فإن ل = $\frac{س}{٣٦٠}$ × ....:

١. π نق.	٢. ٢ π نق.	٣. π نق^{٢}.	٤. ٢ π نق^{٢}.

ب. إذا كانت س زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها نق ، فإن ٢ π نق× $\frac{س}{٣٦٠}$ = ... القطاع الدائري:

١. طول قوس.	٢. محيط.	٣. مساحة.	٤. أضلاع زاوية.

ج. إذا كان ل طول قطاع دائري في دائرة نصف قطرها نق محدد بزاوية مركزية قياسها س،فإن مساحةالقطاع الدائري= $\frac{س}{٣٦٠}$ ×...:

١. ٢ π نق.	١. π نق^{٢}.	١. π نق.	١. π^{٢} نق.

د. مساحة القطاع الدائري الذي زاويته المحيطية ٤٥ في دائرة نصف قطرها نق = ...:

١. $\frac{π}{٢}$ نق^{٢}.	٢. $\frac{π}{٤}$ نق^{٢}.	٣. $\frac{π}{٨}$ نق^{٢}.	٤. $\frac{π}{١٢}$ نق^{٢}.

و. إذا كان طول القوس المقابل لزاوية مركزية مستقيمة في دائرة = ٤٤ سم، فإن محيط الدائرة = ...:

١. ٢٢ سم.	٢. ٣٣ سم.	٣. ٤٤ سم.	٤. ٨٨ سم.

هـ. إذا كانت س زاوية مركزية في دائرة نصف قطرها نق ، فإن π نق^{٢}× $\frac{س}{٣٦٠}$ = ...:

١. طول قوس القطاع الدائري.	٢. محيط القطاع الدائري.	٣. مساحة القطاع الدائري.	٤. محيط الدائرة.

ز. إذا كان س قياس زاوية مركزية في دائرة قطرها = ٨ سم، فإن مساحة القطاع الدائري = $\frac{س}{٣٦٠}$×......... سم:

١. ٤ π.	٢. ٨ π.	٣. ١٢ π.	٤. ١٦ π.

ح. مساحة القطاع الدائري الذي زاويته المركزية ٤٥ في دائرة نصف قطرها نق = ...:

١. $\frac{π}{٢}$ نق^{٢}.	٢. $\frac{π}{٤}$ نق^{٢}.	٣. $\frac{π}{٨}$ نق^{٢}.	٤. $\frac{π}{١٢}$ نق^{٢}.

ر. إذا كانت مساحة دائرة ١٥ π سم^{٢} ، فإن قياس الزاوية المركزية في قطاع دائري مساحته ٥ π سم^{٢} يساوي ....:

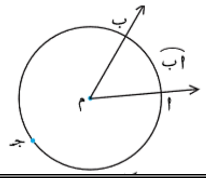
١. ١٢٠.	٢. ٩٠.	٣. ٦٠.	٤. ٣٠.

حتى وإن لم تصل إلا ما أردته .. يكفيك شرف المحاولة ..

الدرس السادس: الزاوية المحيطية " أكثر أسئلة الهندسة في الاختبار منه "

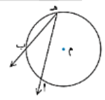
- **مفاهيم هامة:**

١. **الزاوية المحيطية:** هي الزاوية التي يقطع ضلعاها قوساً من الدائرة، ورأسها نقطة على محيط الدائرة.
٢. **قوس الزاوية المحيطية:** هو القوس المقابل للزاوية المحيطية.
٣. **القوس المنعكس للزاوية المحيطية:** هو القوس المعكوس للزاوية المحيطية.

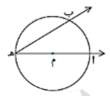


حالات مركز الدائرة مع الزاوية المحيطية:

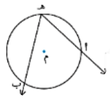
مركز الدائرة خارج الزاوية المحيطية.



مركز الدائرة على الزاوية المحيطية.



مركز الدائرة داخل الزاوية المحيطية.



علاقة الزاوية المحيطية بالزاوية المركزية والقوس المقابل لها:

سيتم توضيح هذه العلاقة من خلال بعض المبرهنات: **مبرهنة (١ - ١):**

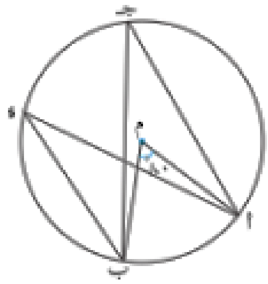
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس.
أي أن: الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ الزاوية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل.
أي أن: الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ القوس المقابل

ملاحظات على المبرهنة:

١. قياس الزاوية المركزية = ٢ × قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها بالقوس أي تساوي الضعف.
٢. قياس القوس = ٢ × قياس الزاوية المحيطية المقابلة له أي يساوي الضعف.
٣. قد تأتي تعبيرات معينة للتعبير عن قياس الزاوية المحيطية مثلاً: الزاوية المحيطية المرسومة في ثلث دائرة أو ربع دائرة أو سدس دائرة وهكذا. فنستخدم القانون التالي لإيجاد الزاوية المعبرة عن هذا التعبير:
(١ - ن) × ١٨٠ ، حيث ن هي لفظ التعبير.
٤. يختلف لفظ التعبير للزاوية المحيطية المرسومة في أو على الدائرة، مثلاً في ربع الدائرة = ١٣٥، أما المرسومة على ربع الدائرة = ٤٥.

تدريب ١: من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي:



١) ق ∠ (أ جـ ب) = ...
٢) ق ∠ (أ د ب) = ...
٣) قياس القوس الصغير (⁀أب) = ...
٣) قياس القوس الكبير (⁀أب) = ...

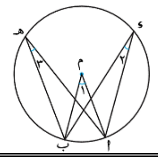
إعداد: هلا المولجي

مبرهنة (٥ - ٦):

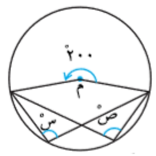
الزوايا المحيطية المشتركة في قوس واحد
من الدائرة الواحدة متطابقة

من خلال الشكل المجاور ومن خلال المبرهنة (٥ - ٦):

ق∡ (٢) = ق∡ (٣).



تدريب ٢: من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي:



١) ق∡ (س) = ...

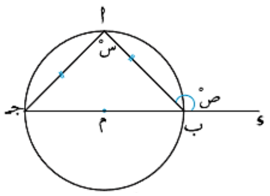
٢) ق∡ (ص) = ...

مبرهنة (٥ - ٧):

الزوايا المحيطية المرسومة في نصف دائرة
فإنها زاوية قائمة أي أنها تساوي ٩٠.

الزوايا المحيطية القائمة في دائرة فإنها
مرسومة في نصف دائرة.

تدريب ٣: من خلال الشكل المجاور أجب عن التالي:



١) ق∡ (س) = ...

٢) ق∡ (ص) = ...

٣) ق∡ (أ جـ ب) = ...

٤) ق∡ (أ ب جـ) = ...

٥) ق∡ (ب م جـ) = ...

٦) هل الزاوية (ب أ جـ) زاوية محيطية؟ ما نوعها ؟ ....

ملاحظة: الزاوية الخارجة عن المثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير الزاوية المجاورة لها.

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على محيط الدائرة.	○	○
٢. القوس المقابل للزاوية المحيطية يسمى بقوس الزاوية المحيطية.	○	○
٣. قد يقع أحد أضلع الزاوية المركزية على مركز الدائرة.	○	○
٤. قياس الزاوية المحيطية يساوي ضعف قياس الزاوية المركزية.	○	○
٥. يقابل القوس الصغير زاوية محيطية أقل من ١٨٠.	○	○
٦. إذا كانت الزاوية المركزية = ٩٠ فإن الزاوية المحيطية المنعكسة المشتركة معها في نفس القوس = ٤٥.	○	○
٧. إذا كانت الزاوية المحيطية = ٣٠ فإن قياس القوس الكبير = ٣٠٠.	○	○
٨. إذا تطابقت الأوتار فإنها تصنع أقواس الزوايا المحيطية المناظرة لها متساوية.	○	○
٩. إذا تطابقت الزوايا المحيطية فأن أبعاد الأوتار المحددة بهذه الزوايا مختلفة	○	○
١٠. الزوايا المحيطية المرسومة في نصف دائرة قياسها = ٦٠.	○	○
١١. إذا كانت س زاوية محيطية مرسومة في ربع دائرة و ص زاوية محيطية مشتركة معها في نفس القوس فإن ص=١٣٥.	○	○
١٢. دائماً الزاوية المحيطية تقطع قوساً من الدائرة.	○	○

إعداد: هلا المولجي

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. درجة قياس القوس تساوي درجة ضعف قياس:

١	الوتر المناظر له.	٣	الزاوية المركزية المقابلة له.
٢	الزاوية المركزية المنعكسة.	٤	الزاوية المحيطية المقابلة له.

٢. الزاوية المحيطية هي زاوية رأسها يقع على:

١	محيط الدائرة.	٣	وتر الدائرة.
٢	مركز الدائرة.	٤	منتصف نق.

٣. درجة قياس الزاوية المحيطية المرسومة في سدس دائرة تساوي:

١	٦٠.	٣	٣٠.
٢	٣٠٠.	٤	١٥٠.

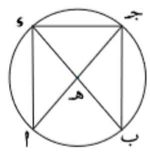
٤. درجة قياس القوس المنعكس لزاوية محيطية مرسومة في ثلاثة أرباع دائرة يساوي:

١	٩٠.	٣	١٣٥.
٢	٢٧٠.	٤	١٨٠.

٥. الزوايا المحيطية المشتركة في نفس القوس:

١	متباينة.	٣	متساوية.
٢	مختلفة.	٤	متناظرة.

٦. من خلال الشكل المجاور: إذا كان | جـ ب | = | د أ |
فإن Δ جـ هـ د مثلث:

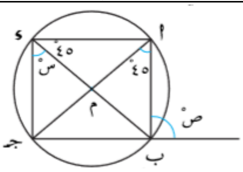


١	متساوي الساقين.	٣	مختلف الأضلاع.
٢	متساوي الأضلاع.	٤	متطابق الأضلاع.

٧. من خلال الفقرة السابقة: إذا كان ٯ ∡ (ب د أ) = ٣٠ فإن ٯ ∡ (أ جـ ب) = ...:

١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.

٨. من خلال الشكل المجاور: م مركز الدائرة،
فإن قيمة س = ...:



١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.

٩. من خلال الشكل في الفقرة السابقة: قياس القوس (ب‌جـ) = ...:

١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.

١٠. من خلال الشكل في الفقرة (٨): قيمة ص = ...:

١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.

١١. من خلال الشكل في الفقرة (٨): ٯ ∡ (ب م جـ) = ...:

١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.

إعداد: هلا المولجي

١٢. من خلال الشكل في الفقرة (٨): قياس القوس (د)= قياس القوس ....:			
١	أ ب.	٣	جـ د.
٢	ب جـ.	٤	جميع ما سبق.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي: صح خطأ

	صح	خطأ
١. إذا كان قياس الزاوية المحيطية في دائرة = ٤٤، فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها القوس= ٨٨.	◯	◯
٢. الزاوية المحيطية القائمة تقابل أكبر وتر في الدائرة.	◯	◯
٣. قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تساوي قياس قوسها المناظر.	◯	◯
٤. قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تساوي قياس زاوية مركزية مرسومة في ربع دائرة.	◯	◯
٥. قياس الزاوية المحيطية يساوي ضعف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.	◯	◯
٦. إذا كان قياس الزاوية المحيطية في دائرة = ٤٥، فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها القوس= ٤٥.	◯	◯
٧. الزاوية المحيطية التي قياسها ٩٠ تقابل زاوية مركزية مستقيمة.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

أ. إذا كان قياس زاوية مركزية في دائرة= ٧٠، فإن قياس أي زاوية محيطية تشترك معها في القوس= ....:

١. ٣٥.	٢. ٧٠.	٣. ٢٠.	٤. ١٤٠.

ب. قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة= ....:

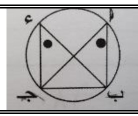
١. ٩٠.	٢. ٤٥.	٣. ١٨٠.	٤. ٣٠.

جـ. إذا كانت الزاوية المحيطية في دائرة قائمة فإن الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس= ....:

١. ١٨٠.	٢. ٩٠.	٣. ٦٠.	٤. ٣٦٠.

د. زاويتان محيطيتان وزاوية مركزية مشتركات جميعاً بنفس القوس في دائرة، إذا كان مجموع قياس الزاويتان المحيطيتان = ٩٠ ، فإن قياس الزاوية المركزية تساوي ....:

١. ٤٥.	٢. ٦٠.	٣. ٩٠.	٤. ١٨٠.

و. 

من خلال الشكل ق∠ أ ب جـ = ١٠٠، ق∠ ب جـ د = ٤٠،فإن ق∠ ب د جـ = ق∠ ب أ جـ = ...:

١. ١٠٠.	٢. ٤٠.	٣. ٨٠.	٤. ٦٠.

ح. الزاوية المركزية المشتركة بالقوس مع زاوية محيطية ....:

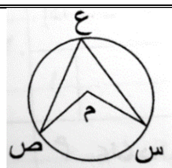
١. حادة.	٢. قائمة.	٣. منفرجة.	٤. منعكسة.

ز. الزاوية المركزية التي قياسها = ٨٠، تشترك بالقوس مع زاوية محيطية قياسها = ...:

١. ١٠.	٢. ٤٠.	٣. ٨٠.	٤. ١٦٠.

ر. إذا قياس الزاوية المحيطية = ٦٠، فإن درجة قياس القوس المقابل لها = ...:

١. ٣٠.	٢. ٦٠.	٣. ٩٠.	٤. ١٢٠.

ن. 

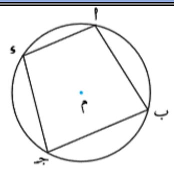
من خلال الشكل، إذا كان، من خلال الشكل ق∠ س م ص= ١٤٠، فإن ق∠ س ع ص= ....:

١. ١٤٠.	٢. ٧٠.	٣. ٤٠.	٤. ٨٠.

ابقَ قوياً في مواجهة ظروف الحياة .. فالحياة لا تحب الضعفاء ..

إعداد: هلا المولجي

الدرس السابع: الشكل الرباعي الدائري



- **مفاهيم هامة:**

١. **المضلع الدائري:** هو مضلع تقع جميع رؤوسه على محيط الدائرة أي أن رؤوسه تنتمي لدائرة واحدة.

٢. **الشكل الرباعي الدائري:** هو شكل رباعي تقع جميع رؤوسه على محيط الدائرة كما في الشكل المجاور.

٣. **الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي الدائري:** هي زاوية ناتجة عن امتداد أحد أضلاع الشكل الرباعي وتكون محصورة بين هذا الضلع والضلع المجاور.

- **ملاحظة:** ١. من خلال ما تم أخذه في الصف السابع، مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠° وذلك من خلال القانون (ن - ٢) × ١٨٠، حيث ن عدد أضلاع المضلع.

٢. من خلال الشكل: ∡ (أ) و∡ (جـ) زاويتان متقابلتان وكذلك ∡ (ب) و∡ (د).

مبرهنات هامة على الشكل الرباعي الدائري:

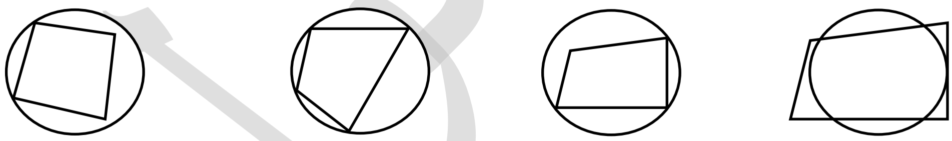
مبرهنة (٥ - ٨):

مجموع قياس الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري تساوي ١٨٠.
الإثبات: ص (٣٧).

عكس مبرهنة (٥ - ٨):

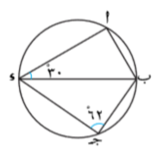
يكون الشكل رباعياً دائرياً إذا كان مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي ١٨٠.
الإثبات: ص (٣٩).

تدريب ١: من خلال الأشكال التالية ميز الشكل الرباعي الدائري:



....

تدريب ٢: من خلال الشكل المجاور احسب ما يلي:



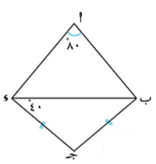
ق ∡ (ب أ د)= ....

....

ق ∡ (أ ب د)= ....

....

تدريب ٣: من خلال الشكل المجاور هل الشكل رباعي دائري؟ اذكر السبب.



....

....

....

....

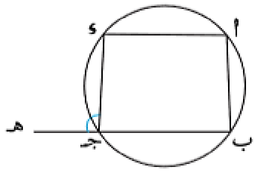
الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي الدائري:

سيتم توضيح علاقة هذه الزاوية مع الشكل الرباعي الدائري من خلال: **مبرهنة (٥ - ٩):**

الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي تساوي الزاوية المقابلة للزاوية المجاورة لها.
الإثبات: ص (٤١)

إعداد: هلا المولجي

من خلال الشكل المجاور:

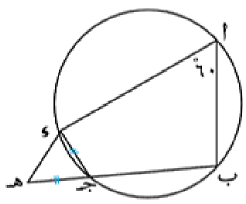


- ✓ **(جـ هـ) امتداد للضلع (ب جـ) أحد أضلاع الشكل الرباعي الدائري.**
- ✓ **∡ (د جـ هـ) زاوية خارجة عن الشكل الرباعي.**
- ✓ **∡ (د جـ ب) زاوية مجاورة للزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي.**
- ✓ **∡ (د أ ب) زاوية مقابلة للزاوية (د جـ ب).**
- ✓ **ق ∡ (د جـ هـ) = ق ∡ (د أ ب).**
- ✓ **عدد الزوايا الخارجة لأي شكل رباعي = ٨ زوايا خارجة.**

استخدامات المبرهنات:

١. **إيجاد زوايا مجهولة.**
٢. **إثبات أن الشكل رباعي دائري.**
٣. **إثبات أنواع المثلثات.**
٤. **إثبات التوازي.**

تدريب ٤: من خلال الشكل المجاور احسب التالي:



١) **ق ∡ (ب جـ د) = ...**

٢) **ق ∡ (د جـ هـ) = ...**

٣) **ق ∡ (د هـ جـ) = ...**

٣) **ق ∡ (هـ د جـ) = ...**

٤) **هل المثلث د هـ جـ متساوي الأضلاع؟ لماذا؟ ....**

....

ملاحظة:

أشكال هندسية تعتبر دائماً أشكال رباعية دائرية:
(المربع - المستطيل - شبه المنحرف متساوي الساقين - ضد متوازي الأضلاع).

إذا نتجت زوايا متناظرة أو زوايا متبادلة أو زوايا داخلية فينتج لنا التوازي والعكس صحيح.

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري في الدائرة م، فإن الشكل أ ب جـ د ∩ الدائرة م = { أ ، ب ، جـ ، د }.	○	○
٢. إذا وجدت زاويتان متقابلتان في شكل رباعي مجموعهما = ١٨٠ فإن الشكل رباعي دائري.	○	○
٣. المربع لا يمثل شكل رباعي دائري.	○	○
٤. المستطيل يمثل شكل رباعي دائري.	○	○
٥. زوايا الشكل الرباعي الدائري في دائرة تمثل زوايا محيطية.	○	○
٦. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري في الدائرة م، فإن ق ∡ (أ) + ق ∡ (ب) = ١٨٠.	○	○
٧. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري في الدائرة م، وكان ق ∡ (د) = ٧٠، فإن ق ∡ (ب) = ١٠٠.	○	○
٨. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري في الدائرة م، وكان ق ∡ (د) = ٧٠، فإن ق ∡ (أ م جـ) = ١٤٠.	○	○
٩. الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي ناتجة عن امتداد نصف قطر الدائرة.	○	○

١٠. قياس الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي تساوي قياس الزاوية المجاورة للزاوية المقابلة لها.	◯ ◯
١١. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري، وكانت ق ∡(أ) = ٨٠، فإن قياس الزاوية الناتجة عن امتداد ب جـ = ١٠٠.	◯ ◯
١٢. إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي دائري، وكانت الزاوية (أ، جـ) زوايا قائمة، فإن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$.	◯ ◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. الزاوية الناتجة عن امتداد ضلع لمضلع فتكون محصورة بينه وبين الضلع المجاور تسمى:

١	الزاوية المركزية له.	٣	الزاوية الخارجة عنه.
٢	الزاوية المركزية المنعكسة له.	٤	الزاوية المحيطية له.

٢. يُكوّن الشكل الرباعي الدائري في الدائرة زوايا:

١	محيطية.	٣	مركزية.
٢	خارجية.	٤	داخلية.

٣. إذا كان س ص ع م شكل رباعي، ليكون شكل رباعي دائري لا بد أن يكون .... = ١٨٠:

١	ق ∡ (س) + ق ∡ (ص).	٣	ق ∡ (س) + ق ∡ (ع).
٢	ق ∡ (ص) + ق ∡ (ع).	٤	ق ∡ (س) + ق ∡ (م).

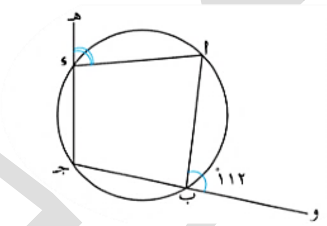
٤. الشكل الرباعي الدائري عدد الرؤوس التي تنتمي إلى الدائرة:

١	رأس.	٣	رأسان.
٢	ثلاثة رؤوس.	٤	أربعة رؤوس.

٥. عدد الزوايا الخارجة عن الشكل الرباعي:

١	٤.	٣	٨.
٢	١٦.	٤	٢٤.

٦. من خلال الشكل المجاور: ق ∡ (أ د هـ):



١	١١٢.	٣	٦٨.
٢	١٠٠.	٤	٨٠.

٧. من خلال الفقرة السابقة: ق ∡ (أ د جـ):

١	١١٢.	٣	٦٨.
٢	١٠٠.	٤	٨٠.

٨. إذا كان أ ب ج مثلث متساوي الساقين | أ ب | = | أ جـ |، س نقطة على أ ب، ص نقطة على أ جـ وكان الشكل ب جـ ص س رباعي دائري فإن:

١	أ س // أ ص.	٣	س ب // ص جـ.
٢	أ ب // أ جـ.	٤	س ص // ب جـ.

٩. من خلال الفقرة السابقة: إذا كان ق ∡ (أ س ص) = ٦٠، فإن ق ∡ (ص جـ ب) = ...:

١	٦٠.	٣	١٢٠.
٢	٧٠.	٤	١١٠.

١٠. من خلال الشكل في الفقرة (٦): ق ∡ (أ) + ق ∡ (جـ) = ...:

١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	١٨٠.

١١. من شروط الشكل الرباعي الدائري:			
١	رؤوسه تنتمي إلى دائرة واحدة.	٣	مجموع زواياه المتقابلة = ١٨٠.
٢	مجموع جميع زواياه = ٣٦٠.	٤	جميع ما سبق.
١٢. أحد الأشكال التالية لا يمثل شكل رباعي دائري:			
١	المربع.	٣	المستطيل.
٢	متوازي الأضلاع.	٤	شبه المنحرف متساوي الساقين.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:	صح	خطأ
١. قياس الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي الدائري = قياس الزاوية الداخلية المقابلة للمجاورة لها.	◯	◯
٢. إذا كان قياس الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي الدائري = ٦٠، فإن قياس الزاوية الداخلية المقابلة للمجاورة لها = ١٢٠.	◯	◯
٣. الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي الدائري تساوي مجموع قياس الزوايا الداخلية.	◯	◯
٤. مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = ٩٠.	◯	◯
٥. يكون الشكل رباعي دائري، إذا كان مجموع كل الزاويتين المتقابلتين فيه = ١٨٠.	◯	◯
٦. الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري مجموع قياسهما = ٣٦٠.	◯	◯
٧. الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان.	◯	◯

كثيرٌ من الفاشلين لم يهزموا فعلاً، ولكنهم ببساطة استسلموا...

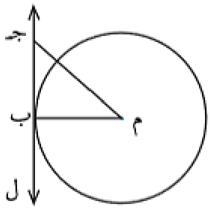
الدرس الثامن: المماس

- **تعرفنا في الدرس الأول على علاقة المستقيم بالدائرة:**

١. لا يقطع الدائرة أي لا يوجد نقاط مشتركة.

٢. يقطع الدائرة في نقطتين فيسمى قاطعاً.

٣. يقطع الدائرة في نقطة واحدة فيسمى مماساً.



- **مفاهيم** : ١. مماس الدائرة: هو مستقيم يمس الدائرة أو يقطعها في نقطة واحدة فقط كما الشكل المجاور (جـ ل) هو المماس.

٢. نقطة التماس: النقطة المشتركة بين المماس والدائرة التي يمسها كما في الشكل المجاور (ب) هي نقطة التماس.

ملاحظة هامة:

المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة من نقطة نهايته على الدائرة يكون مماساً للدائرة عند هذه النقطة.
أي أن الزاوية بين المماس ونصف القطر المار بنقطة التماس تساوي ٩٠°.

مبرهنات هامة على مماس الدائرة:

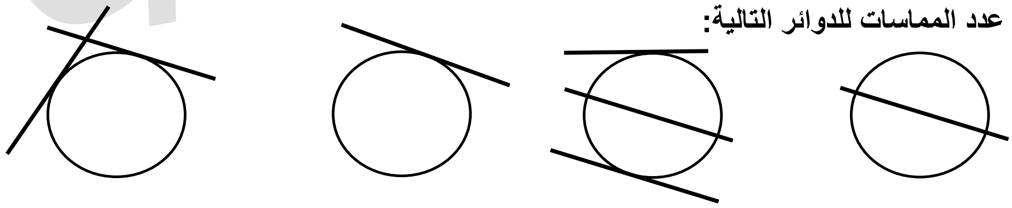
مبرهنة (٥ - ١٠): مماس الدائرة يكون عمودي على نصف القطر المار بنقطة التماس.
الإثبات: ص (٤٥).

ملاحظة على المبرهنة: نصف القطر يعتبر أقصر قطعة مستقيمة واصلة من مركز الدائرة إلى مماس الدائرة.

نتائج على المبرهنة:

- لا يمكن رسم أكثر من مماس واحد لدائرة من نقطة عليها.
- للدائرة عدد لا نهائي من المماسات.
- العمود المقام على مماس دائرة من نقطة التماس يمر بمركزها.

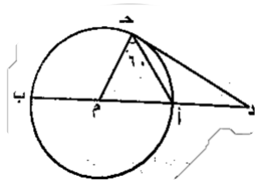
تدريب ١: ميز عدد المماسات للدوائر التالية:



....

تدريب ٢:

أ. من خلال الشكل المجاور احسب ما يلي:



ق∠ (جـ أ م)= ....

ق∠ (جـ أ د)= ....

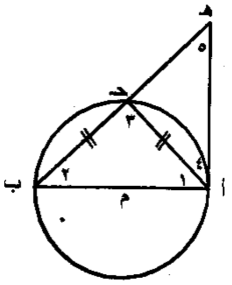
ب. هل جـ د أ مثلث متساوي الساقين؟ لماذا؟

....

....

تدريب ٣:

من خلال الشكل المجاور هل هـ جـ أ مثلث متساوي الساقين؟ اذكر السبب.



....

....

....

....

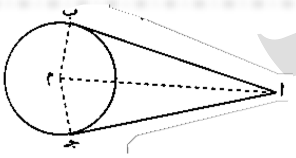
....

العلاقة بين مماسين لدائرة واحدة مرسومان من نقطة خارجها:

سيتم توضيح هذه العلاقة من خلال: **مبرهنة (٥ - ١١)**:

> **المماسان المرسومان من نقطة خارجها متطابقان.**
> الإثبات: ص (٤٧)

من خلال الشكل المجاور:



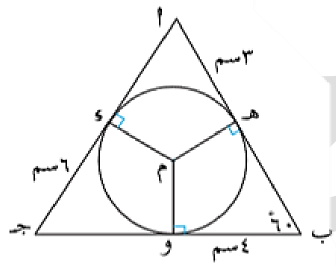
- ✓ النقطة أ نقطة خارج الدائرة.
- ✓ أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة مرسومان من النقطة أ.
- ✓ | أ ب | = | أ جـ |.

نتائج على المبرهنة:

> **المماسان المرسومان من نقطة خارج دائرة يقابلان زاويتين مركزيتين متطابقتين.**

> **القطعة المستقيمة الواصلة من مركز الدائرة ونقطة خارجها تنصف الزاوية التي ضلعاها مماسا الدائرة من تلك النقطة.**

+**تدريب ٤**: من خلال الشكل المجاور احسب التالي:



١) ق∠ (هـ م و) = ...

٢) | أ د | = ...

٣) | و جـ | = ...

٣) | هـ ب | = ...

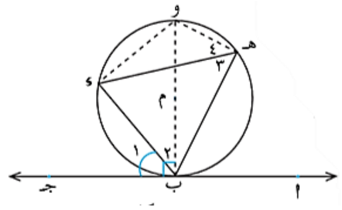
٤) إذا كان ق∠ (هـ م د) = ١٠٠، فإن ق∠ (د م و) = ...

العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المحصورة بين مماس دائرة ووتر:

سيتم توضيح هذه العلاقة من خلال: **مبرهنة (٥ - ١٢)**:

> **قياس الزاوية المحصورة بين المماس والوتر المار بنقطة التماس يساوي قياس الزاوية المحيطية المقابلة لوتر التماس من الجهة الأخرى.**
> الإثبات: ص (٤٩)

من خلال الشكل المجاور:



- ✓ ب نقطة التماس.
- ✓ د ب ، ب هـ وترا التماس.
- ✓ الزاويتان (د ب ج)، (هـ ب أ) زوايا مماسية.
- ✓ ق ∡ (د ب ج) = ق ∡ (د هـ ب).
- ✓ ق ∡ (هـ ب أ) = ق ∡ (هـ د ب).

نتيجة على المبرهنة:

إذا رسم مستقيم من إحدى نهايتي وتر يصنع معه زاوية تساوي بالقياس الزاوية المحيطية المقابلة للوتر من الجهة الأخرى كان ذلك المستقيم مماساً للدائرة.

قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المقابلة لوتر التماس.

استخدامات المبرهنات:

- إيجاد زوايا مجهولة.
- إثبات حالات تطابق المثلثات.
- إثبات أنواع المثلثات.
- إثبات التوازي.

تدريب ①: أ ب، أ جـ وتران متطابقان في دائرة، أثبت أن أ هـ // ب جـ، حيث أ هـ مماساً للدائرة.

....

....

....

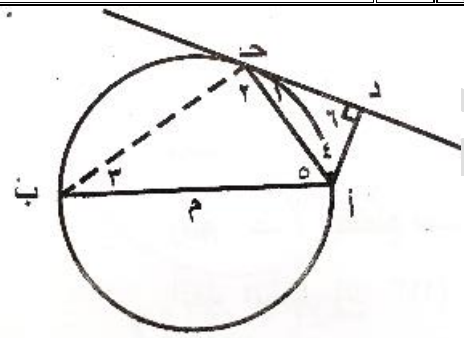
....

....

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. الزاوية بين مماس الدائرة ونصف القطر المار بنقطة التماس = ١٨٠.	○	○
٢. النقطة بين مماس الدائرة والدائرة تسمى بنقطة التماس.	○	○
٣. عدد المماسات المرسومة من نقطة التماس عدد لا نهائي.	○	○
٤. إذا كانت الزاوية بين مماس الدائرة ومستقيم يمر من نقطة التماس = ٩٠، فإن هذا المستقيم يمر بمركز الدائرة.	○	○
٥. إذا رسم مماسان لدائرة من نقطة خارجها، وكانت الزاوية المركزية المحددة بمركز الدائرة ونقاط التماس = ١٢٠، فإن قياس الزاوية المحصورة بين المماسين = ٦٠.	○	○
٦. ينتج عن المماسين المتطابقين المرسومان من نقطة خارج الدائرة مثلثين مختلفين.	○	○
٧. إذا كان قياس الزاوية المماسية = ٤٠، فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = ٤٠.	○	○
٨. عدد الأعمدة النازلة على مماس الدائرة على نقطة التماس عدد لا نهائي.	○	○
٩. الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي ناتجة عن امتداد نصف قطر الدائرة.	○	○
١٠. كلما زاد طول نصف القطر كلما زاد طول المماس.	○	○
١١. عدد الأعمدة المرسومة على نصف قطر الدائرة من نقطة على محيط الدائرة عمود واحد.	○	○
١٢. المستقيم الواصل من مركز الدائرة إلى نقطة خارجها حيث رسم منها مماسان للدائرة ينصف الزاوية المحددة بهما.	○	○

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:			
١. المماس لدائرة طول قطرها = ٨ سم، يكون على بعد .... سم من مركزها:			
١	٤.	٣	٨.
٢	٢.	٤	١٦.
٢. العمود المقام على مماس الدائرة من نقطة التماس:			
١	يمر بمركزها.	٣	ينطبق على أحد أقطار الدائرة.
٢	ينطبق على أحد أنصاف الدائرة.	٤	كل ما سبق ذكره صحيح.
٣. مماس الدائرة يكون عمودياً على:			
١	الوتر المنتهي بنقطة التماس.	٣	نصف القطر المار بنقطة التماس
٢	القطر الموازي للمماس.	٤	كل ما سبق ذكره صحيح.
٤. دائرة نصف قطرها = ٣ سم، يمكن رسم مماس لها بطول:			
١	٢٠ سم.	٣	٣٠ سم.
٢	١٠ سم.	٤	كل ما سبق ذكره صحيح.
٥. إذا رسم من مركز الدائرة مستقيم على مماسها فصنع زاوية معه = ٦٠ فستكون النسبة بين طول المماس وهذا المستقيم = ...:			
١	١ / ٢	٣	√٣ / ٢
٢	١ / √٢ .	٤	١.
٦. من خلال الشكل المجاور: ق∠ (٤): 			
١	ق∠ (٣).	٣	ق∠ (٥).
٢	ق∠ (١).	٤	ق∠ (٦).
٧. من خلال الفقرة السابقة: ق∠ (٢):			
١	ق∠ (٣).	٣	ق∠ (٥).
٢	ق∠ (١).	٤	ق∠ (٦).
٨. من خلال الفقرة (٦): ق∠ (١) = ق∠ (٣) لأنها:			
١	زاوية مركزية.	٣	زاوية محيطية.
٢	زاوية مماسية.	٤	زاوية مرسومة في نصف دائرة.
٩. من خلال الفقرة (٦): جـ أ مستقيم ينصف الزاوية:			
١	د جـ ب.	٣	د أ ب.
٢	د أ جـ.	٤	جـ أ ب.
١٠. من خلال الفقرة (٦): ق∠ (١) + ق∠ (٤) = ...:			
١	٦٠.	٣	٩٠.
٢	٣٠.	٤	٤٥.
١١. الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين:			
١	مماس ونصف قطر.	٣	مماس وقوس.
٢	مماس ووتر.	٤	مماس وقطر.

إعداد: هلا المولجي

١٢. الزاوية المركزية التي تقابل وتر التماس تساوي:

١	نصف الزاوية المحيطية المقابل له.	٣	ضعف الزاوية المحيطية المقابل له.
٢	ضعف الزاوية المماسية المحددة به.	٤	٢ ـ ٣ معاً.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. من نقطة على محيط الدائرة يمكن رسم مماسات للدائرة عددها:

١	١.	٣	٣.
٢	٢.	٤	٤.

٢. المستقيم الواصل بين مركز الدائرة ونقطة التماس يرسم مع المماس زاوية قياسها = ...:

١	٣٠.	٣	٦٠.
٢	٤٥.	٤	٩٠.

٣. المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة من نهايته يكون:

١	خارج الدائرة.	٣	وتراً للدائرة.
٢	مماساً للدائرة.	٤	قطراً للدائرة.

٤. مماسان مرسومان من نقطة خارج الدائرة يقابلان زاويتان مركزيتان، فإذا كان قياس إحدى الزاويتين المركزيتين = ٤٥، فإن قياس الأخرى = ...:

١	٤٥.	٣	١٣٥.
٢	٩٠.	٤	١٨٠.

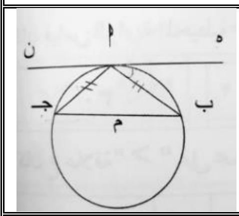
٥. ق∡ د هـ جـ = ٧٠، فإن ق∡ أ جـ د = ...:

١	٢٠.	٣	٧٠.
٢	٣٥.	٤	١٤٠.

٦. إذا كان تقاطع مستقيم مع دائرة في نقطة واحدة، فإن علاقة المستقيم بالدائرة يكون ....:

١	خارجها.	٣	قاطعاً لها.
٢	مماساً لها.	٤	يمر بمركزها.

٧. في الشكل المرسوم جانباً، إذا كان هـ ن مماساً للدائرة م ، هـ ن ∩ م = { أ }، | أ ب | = | أ جـ |، فإذا كان ق∡ هـ أ ب = ٤٠ ، فإن ق∡ ب أ جـ = ...:



١	٨٠.	٣	٦٠.
٢	١٠٠.	٤	٤٠.

ستصل إلى النهاية حتماً، فاجعلها جميلة ...

الدرس التاسع: الأوضاع المختلفة لعلاقة دائرتين

هناك ثلاث حالات للأوضاع النسبية لدائرتين

دائرتان منفصلتان
أي أن دائرة١ ∩ دائرة٢ = ∅.

دائرتان متماستان
أي أن دائرة١ ∩ دائرة٢ = نقطة واحدة.

دائرتان متقاطعتان
أي أن دائرة١ ∩ دائرة٢ = نقطتين أو أكثر.

أولاً: الدائرتان المنفصلتان

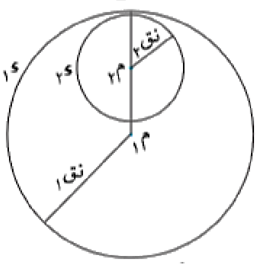
هناك حالتان للدائرتين المنفصلتين

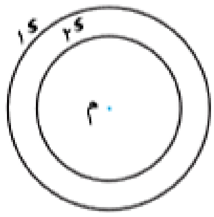
من الخارج

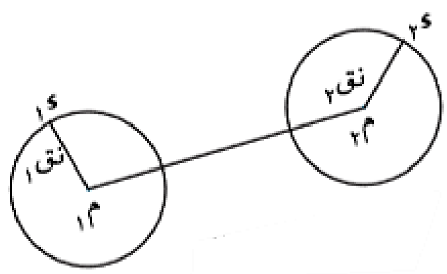
البعد بين المركزين أكبر من مجموع طولي نصفي القطرين، أي أن:
| م١ م٢| > نق١+ نق٢

من الداخل

- متحدتا المركز
  البعد بين المركزين يساوي صفر، أي أن:
  | م١ م٢| = ٠
- متداخلتان
  البعد بين المركزين أصغر من مجموع طولي نصفي القطرين،
  أي أن: | م١ م٢| > نق١+ نق٢





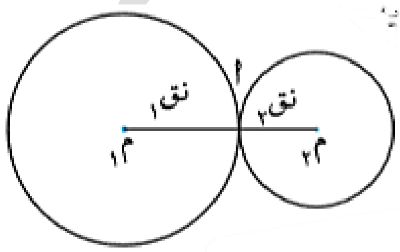


ثانياً: الدائرتان المتماستان

هناك حالتان للدائرتين المتماستين

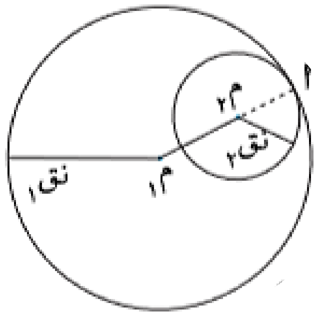
من الخارج

البعد بين المركزين يساوي مجموع طولي نصفي القطرين، أي أن:
| م١ م٢| = نق١ + نق٢



من الداخل

البعد بين المركزين يساوي الفرق بين طولي نصفي القطرين، أي أن:
| م١ م٢| = نق١ - نق٢

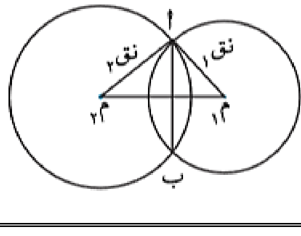


ثالثاً: الدائرتان المتقاطعتان

هناك حالتان للدائرتين المتقاطعتان

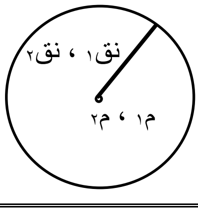
في نقطتين

البعد بين المركزين أصغر من مجموع طولي نصفي القطرين وأكبر من الفرق بين طولي نصفي القطرين ، أي أن:
نق١ - نق٢ < | م١ م٢| < نق١ + نق٢



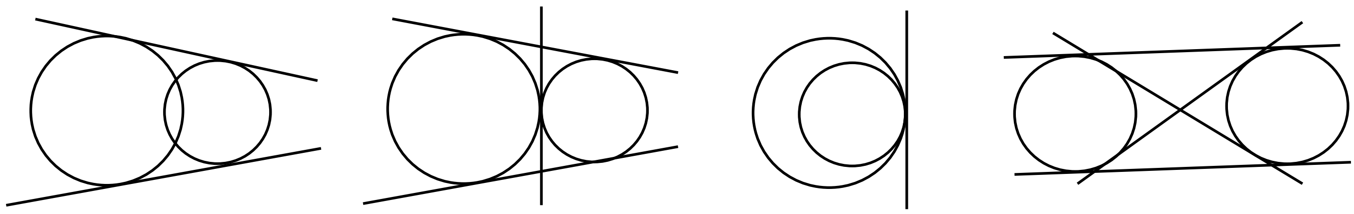
في أكثر من نقطة

ستكونا منطبقتين والبعد بين المركزين يساوي صفراً، أي أن:
| م١ م٢| = ٠، نق١ = نق٢



إعداد: هلا المولجي

عدد المماسات المشتركة لدائرتين



دائرتان متباعدتان عدد المماسات المشتركة = ٤	دائرتان متماستان من الداخل عدد المماسات المشتركة = ١	دائرتان متماستان من الخارج عدد المماسات المشتركة = ٣	دائرتان متقاطعتان عدد المماسات المشتركة = ٢

ملاحظة: ١. الدائرتان المتداخلتان (المنفصلتان من الداخل) عدد مماساتها المشتركة = ٠.

٢. الدائرتان المنطبقتان عدد مماساتها المشتركة عدد لا نهائي.

ملخص للقواعد العامة للعلاقة بين دائرتين:

نوع العلاقة بين دائرتين	القاعدة
١. المتباعدتان (منفصلتان).	١. $|م_١ م_٢| >$ نق$_١$ + نق$_٢$.
٢. المتداخلتان (منفصلتان).	٢. $|م_١ م_٢| <$ نق$_١$ + نق$_٢$.
٣. المتحدتا المركز (مشتركتا المركز) بحيث نق$_١$ $\neq$ نق$_٢$ (منفصلتان).	٣. $|م_١ م_٢| = ٠$.
٤. المتماستان من الداخل.	٤. $|م_١ م_٢| =$ نق$_١$ - نق$_٢$.
٥. المتماستان من الخارج.	٥. $|م_١ م_٢| =$ نق$_١$ + نق$_٢$.
٦. المتقاطعتان في نقطتين.	٦. نق$_١$ - نق$_٢$ $<$ $|م_١ م_٢|$ $<$ نق$_١$ + نق$_٢$.
٧. المتقاطعتان في أكثر من نقطتين (متطابقتان) بحيث نق$_١$ = نق$_٢$.	٧. $|م_١ م_٢| = ٠$.

تدريب ‌أ: اكتب الرقم من العمود (ب) في المكان المناسب من العمود (أ)، حيث نق$_١$ = ٣ سم، نق$_٢$ = ٥ سم:

(أ)	(ب)
٨. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = ٨ سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	١. متباعدتان
٩. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = ٩ سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	٢. متداخلتان
١٠. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = ٢ سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	٣. متحدتا المركز
١١. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = ١ سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	٤. متماستان من الداخل
١٢. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = ٦ سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	٥. متماستان من الخارج
١٣. إذا كان $|م_١ م_٢|$ = صفر سم، فإن الدائرتين م$_١$، م$_٢$	٦. متقاطعتان

مبرهنة (٥ - ١٢):

نقطة التماس لدائرتين تقع على خط المركزين.
الإثبات: ص (٥٥).

ملاحظة على المبرهنة: الزاوية التي يصنعها مركزي الدائرتين مع نقطة التماس = ١٨٠ أي على استقامة واحدة.

مبرهنة (٥ - ١٤):

خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه.
الإثبات: ص (٥٧).

ملاحظة على المبرهنة: الزاوية التي يصنعها الوتر المشترك بين دائرتين متقاطعتين يصنع مع خط المركزين زاوية = ٩٠.

تذكر أن:

- القطعة المستقيمة الواصلة من منتصف ضلع مثلث وتوازي ضلع آخر فإنها تنصف الضلع الثالث.
- القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعي مثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه.

تدريب ٢: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب، فإذا كان: نوم = ٣ سم، نون = ٤ سم ، والبعد المركزي = ٥ سم، فبرهن التالي:

١. م أ مماس للدائرة ن.
٢. ن أ مماس للدائرة م.

....

....

....

....

....

....

استخدامات المبرهنات:

- إيجاد زوايا مجهولة.
- إثبات حالات تطابق المثلثات.
- إثبات أنواع المثلثات.
- إثبات التوازي.

أسئلة على الدرس بطريقة الأتمتة

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

	صح	خطأ
١. إذا كانت د١، د٢ دائرتان، د١∩ د٢ = { ن ، هـ }، فإن الدائرتين متماستان.	◯	◯
٢. إذا كانت د١، د٢ دائرتان، د١∩ د٢ = ∅، فإن الدائرتين متباعدتان.	◯	◯
٣. عدد المماسات المشتركة بين دائرتين متباعدتان = ٤.	◯	◯
٤. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، | م١ م٢ | = ٤سم، وكان نو١= ٢سم، نو٢= ٣سم، فإن الدائرتين متداخلتان.	◯	◯
٥. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، | م١ م٢ | = ٧ سم، وكان نو١= ٢سم، نو٢= ٣سم، فإن الدائرتين متباعدتان.	◯	◯
٦. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، | م١ م٢ | = صفر سم ، وكان نو١= ٢سم، نو٢= ٣سم، فإن الدائرتين مشتركتا المركز.	◯	◯
٧. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، | م١ م٢ | = ١ سم ، وكان نو١= ٢سم، نو٢= ٣سم، فإن الدائرتين متماستان من الخارج.	◯	◯

إعداد: هلا المولجي

٨. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، | م١ م٢ | = ٤سم ، وكان نق١= ٢سم، نق٢= ٣سم، فإن الدائرتين متقاطعتان.	◯	◯
٩. نقطة التماس لدائرتين متماستين تصنع زاوية قائمة مع مركزي الدائرتين.	◯	◯
١٠. الوتر المشترك بين دائرتين يصنع زاوية قائمة مع خطي المركزين.	◯	◯
١١. عدد المماسات المشتركة بين الدائرتين المتداخلتين = صفر.	◯	◯
١٢. عدد الأوتار المشتركة للدائريتين المنطبقتين عدد لا نهائي من الأوتار.	◯	◯

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، وكان نق١= ٥سم، نق٢= ١٠سم، فإذا كانت الدائرتان متماستان من الداخل، فإن | م١ م٢ | = ...سم:

١	١٠.	٣	١٥.
٢	٥.	٤	٢٠.

٢. الوتر المشترك يكون .... خط المركزين:

١	عمودي على.	٣	موازي لـ.
٢	منطبق على.	٤	كل ما سبق ذكره صحيح.

٣. عدد المماسات لدائرتين متماستين من الخارج عدد مماساتها المشتركة = ...:

١	صفر.	٣	٢.
٢	٣.	٤	٤.

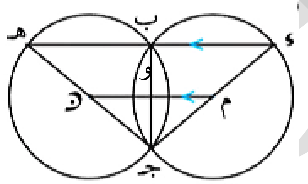
٤. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، وكان نق١= ٥سم، نق٢= ١٠سم، فإذا كانت الدائرتان متماستان من الخارج، فإن | م١ م٢ | = ...سم:

١	١٠.	٣	١٥.
٢	٥.	٤	٢٠.

٥. إذا كان م١، م٢ مركزي دائرتين، وكان نق١= ٥سم، نق٢= ١٠سم، فإذا كانت الدائرتان متحدتا المركز، فإن | م١ م٢ | = ...سم:

١	صفر.	٣	٥.
٢	١٥	٤	١٠.

٦. من خلال الشكل المجاور: ق ∠ (هـ د جـ) =:



١	ق ∠ (د هـ جـ).	٣	ق ∠ (م ن جـ).
٢	ق ∠ (ن م جـ).	٤	ق ∠ (د جـ هـ).

٧. من خلال الفقرة السابقة: و م قطعة مستقيمة عمودية على ....:

١	د جـ.	٣	هـ جـ.
٢	ب جـ.	٤	د هـ.

٨. من خلال الفقرة (٦): | د هـ | = ...:

١	| م ن |.	٣	نصف | م ن |.
٢	٢ | م ن |.	٤	٤ | م ن |.

٩. من خلال الفقرة (٦): ق ∠ (د ب جـ) =:

١	٩٠.	٣	١٨٠.
٢	٦٠.	٤	٤٥.

١٠. من خلال الفقرة (٦): إذا كان | ب جـ | = ٧ سم، فإن | ب و | = ... سم:

١	٤,٥ سم.	٣	٣,٥ سم.
٢	١٤ سم.	٤	٧ سم.

١١. الدائرتين المتماستين تشتركان في:

١	نقطة.	٣	نقطتان.
٢	عدد لا نهائي من النقاط.	٤	صفر من النقاط.

١٢. خط المركزين ينصف:

١	المماس المشترك.	٣	القطر المشترك
٢	الوتر المشترك.	٤	نصف القطر المشترك.

أسئلة وزارية

ظلل الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١. ن١، ن٢ دائرتان متماستان من الداخل، نق١= ٦ سم، نق٢= ٤ سم، فإن | ن١ ن٢ | = ...:

١	٨ سم.	٣	٣ سم.
٢	٤ سم.	٤	٢ سم.

٢. م١، م٢ دائرتان متطابقتان متماستان من الخارج، نق١= ٣ سم، فإن | م١ م٢ | = ...:

١	٣ سم.	٣	٩ سم.
٢	٦ سم.	٤	١٢ سم.

٣. م١، م٢ دائرتان نصفا قطريهما نق١، نق٢، فإذا كان | م١ م٢ | = نق١ - نق٢، فإن الدائرتين:

١	متماستان من الخارج.	٣	متقاطعتان.
٢	متماستان من الداخل.	٤	متباعدتان.

٤. دائرتان متماستان من الداخل، نصف قطر الدائرة الصغيرة = ٥ سم، وخط المركزين = ٣ سم، فإن نصف قطر الدائرة الكبيرة = ...:

١	٢ سم.	٣	٨ سم.
٢	٥ سم.	٤	١٦ سم.

٥. دائرتان متماستان من الخارج، طول نق إحداهما = ٤ سم، وطول خط المركزين = ١٣ سم، فإن نق الدائرة الأخرى = ...:

١	٤ سم.	٣	١٣ سم.
٢	٩ سم.	٤	١٧ سم.

٦. إذا كان نصفا قطري الدائرتين م١ م٢ هما نق١= ٣ سم ، نق٢ = ٥ سم ، وكان خط المركزين | م١ م٢ | = ٢ سم، فإن الدائرتين ...:

١	متماستان من الداخل.	٣	منفصلتان.
٢	متماستان من الخارج.	٤	متحدتا المركز.

انتهت الوحدة الخامسة بسلام . . أجمل ما قد تهدونه لي هو الدعاء في ظهر الغيب . . كل التوفيق لكم يا أوائل الجمهورية . .