



@JozvehElmos

(۱) دو مورد از معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۳ نمره)

الف) $(x + y)dy + (x - y)dx = 0$ ب) $y' + y \operatorname{tg} x = 2 \cos^2 x$

ج) $y = xy' + \sqrt{y'^2 - 1}$

(۲) جواب عمومی دو مورد از معادلات دیفرانسیل زیر را بدست آورید. (۳ نمره)

الف) $y'' + 8y' + 12y = 40 \sin 2x$ ب) $y^{(4)} - y = e^{3x}$

ج) $xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = 0$

(از بین سوالات ۳ تا ۱۰ فقط به ۷ مورد پاسخ دهید. هر سوال ۲ نمره می باشد)

(۳) مقادیر α و β را طوری پیدا کنید که تابع $\mu(x, y) = x^\alpha y^\beta$ یک عامل انتگرال ساز برای معادله زیر باشد.

$$y(x^4 y - 1)dx + x(xy^4 - 1)dy = 0$$

(۴) معادله منحنی را بدست آورید که از نقطه $(3, 2)$ بگذرد و عمود بر منحنی در نقطه (x, y) دارای شیب $\frac{2xy}{y^2 - x^2}$ باشد.

(۵) با استفاده از روش تغییر پارامتر معادله زیر را حل کنید.

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$$

(۶) در معادله زیر نقاط غیرعادی و همچنین منظم یا نامنظم بودن آنها را مشخص کنید.

$$x^2(x + 3)y'' - 4(x + 3)y' - 9xy = 0$$

(۷) فرض کنید $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله $y'' + xy' + y = 0$ باشد. نشان دهید $a_{n+2} = \frac{na_n}{(n+1)(n+2)}$.

(۸) الف) تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = x^2 e^{4x} \cos x$ را بدست آورید.

ب) تبدیل معکوس تابع $F(p) = \frac{p}{p^2 - 3p + 2}$ را بدست آورید.

(۹) معادله انتگرالی $y(x) = e^x - \int_0^x e^{x-t} y(t) dt$ را حل کنید.

(۱۰) دستگاه $X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} X$ را حل کنید. $X = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$ و y و z توابعی بر حسب x هستند.

(۱۱) (پاداش) سه جمله اول بسط تابع زیر را بر حسب چندجمله ایهای لژاندر بدست آورید. (۱ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

موفق باشید