

پاسخ تشریحی کنکور ارشد ۹۵ مکانیک

ریاضیات پایه: استاد انصاری (موسسه پارسه)

ریاضی مهندسی و معادلات : دکتر شادلو (موسسه پارسه)

سیالات: استاد سرلک (موسسه پارسه)

جامدات و دینامیک ارتعاشات : مهندس طالب پور

این پاسخ تشریحی گردآوری شده توسط تیم مدیریتی

@mechexam

مرجع کنکور ارشد و دکتری مکانیک می باشد.

لینک کانال

<https://telegram.me/joinchat/BjuPEj-xCBnboYeKuYCc9Q>

لینک گروه:

<https://telegram.me/joinchat/BjuPEj86rpdYrn3ojPCdTQ>

31- گزینه 2 درست است.

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (n!)^2}{(2n)!}$$

مادامی: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{(kn)!} \simeq \left(\frac{kn}{e}\right)^k$

اگر فرض کنیم بتوان n برسانیم داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (kn)! \simeq \left(\frac{kn}{e}\right)^{nk}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n (n!)^2}{(2n)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \left(\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)^2}{\left(\frac{2n}{e}\right)^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \times \left(\frac{n}{e}\right)^{2n}}{2^{2n} \times \left(\frac{n}{e}\right)^{2n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n}{4^n} = 1$$

چون حد ضابطه سری شرط لازم همگرای را ندارد، سری واگرا خواهد بود.

$$J = \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{Gh\left(\frac{1}{n}\right)}{G\left(\frac{1}{n}\right)}$$

در $n \rightarrow \infty$ داریم $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ که بدان معنی است که می توان از همگرای استفاده نکرد.

$$J \simeq \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{1} \simeq \sum_{n=1}^{\infty} \ln 1 \simeq \sum_{n=1}^{\infty} 0 \simeq 0$$

سری J همگرا به صفر خواهد بود.

32- گزینه 3 درست است. $f(x) = \frac{4x^3}{x^2+1} \rightarrow (f^{-1})'(2) = ?$

معکوس: $x=2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow 2 = \frac{4x^3}{x^2+1}$

$4x^3 = 2x^2 + 2 \Rightarrow 4x^3 - 2x^2 - 2 = 0$ مجموع ضرایب $= 0 \rightarrow x=1$

معکوس: $(2,1) \Rightarrow$ معکوس: $(1,2)$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{\left(\frac{12x^2(x^2+1) - 2x(4x^3)}{(x^2+1)^2} \right) \Big|_{x=1}}$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{\frac{24-8}{4}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

33- گزینه 3 درست است.

$$\begin{cases} x = 2\cos 3\theta \\ y = 2\sin 3\theta \end{cases}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{-2\sin 3\theta}{-3\sin 3\theta}$$

چون خط مماس موازی محور y ها معرفی شده است باید $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$ یعنی $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$ که برای این منظور باید:

$$\sin 3\theta = 0 \Rightarrow 3\theta = k\pi \Rightarrow \theta = \frac{k\pi}{3}$$

$$\theta = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \underline{6 \text{ نقطه}}$$

34- گزینه 4 درست است.

$$F(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{t+1} dt \rightarrow F'(x) = \frac{\ln x}{x+1}$$

$$y = F(x) + F\left(\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{\frac{d}{dx}} y' = F'(x) - \frac{1}{x^2} F'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y' = \frac{\ln x}{x+1} - \frac{1}{x^2} \times \frac{\ln \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} + 1}$$

$$y' = \frac{\ln x}{x+1} - \frac{1}{x^2} \times \frac{-\ln x}{\frac{1+x}{x}}$$

$$y' = \frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x^2} \times \frac{x \ln x}{1+x} \rightarrow y' = \frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} \times \frac{\ln x}{x+1}$$

$$y' = \frac{\ln x}{x+1} + \frac{\ln x}{x(x+1)} \rightarrow y' = \frac{x \ln x + \ln x}{x(x+1)}$$

$$y' = \frac{\ln x (x+1)}{x(x+1)} \rightarrow y' = \frac{\ln x}{x}$$

$$\int \rightarrow y = \int \frac{\ln x}{x} dx \Rightarrow y = \int \frac{1}{x} \ln x dx$$

$$y = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$$

با در نظر گرفتن $C=0$ جواب $y = \frac{1}{2} (\ln x)^2$ خواهد بود.

35- گزینه 3 درست است.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$$

$$x = \frac{\pi}{2} - t \rightarrow t = \frac{\pi}{2} - x \rightarrow dx = -dt$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = 0 \\ x = 0 \rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$I = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - t)}{\sin^3(\frac{\pi}{2} - t) + \cos^3(\frac{\pi}{2} - t)} (-dt)$$

$$I = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos t}{\cos^3 t + \sin^3 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin^3 t + \cos^3 t} dt$$

چون در انتگرال معین متغیر مجازی است تفاوتی بین t و x وجود ندارد

$$\begin{cases} I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx \\ I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx \end{cases}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$$

$$I + I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} + \frac{\cos x}{\sin^3 x + \cos^3 x} \right) dx$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)} dx$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \sin 2x} dx \Rightarrow 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{2 - \sin 2x} dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 - \sin 2x} dx$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 - \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}} dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan^2 x}{2 + 2 \tan^2 x - 2 \tan x} dx \Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan^2 x}{2(\tan^2 x - \tan x + 1)} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x - \tan x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} dx \Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan^2 x}{(\tan x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} dx$$

$$\tan x = t \rightarrow (1 + \tan^2 x) dx = dt \rightarrow dx = \frac{dt}{1 + t^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \frac{\pi}{2} = t \rightarrow t = \infty \\ x = 0 \rightarrow \tan 0 = t \rightarrow t = 0 \end{array} \right\}$$

$$I = \int_0^{\infty} \frac{1 + t^2}{(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \times \frac{dt}{1 + t^2} = \int_0^{\infty} \frac{1}{(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} dt$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} \operatorname{Arctg} \frac{t - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{3}{4}}} \Big|_0^{\infty} = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Arctg} \frac{2t - 1}{\sqrt{3}} \Big|_0^{\infty}$$

$$I = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{-\pi}{6} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{4\pi}{6} \right) = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$$

36- گزینۀ ۱ درست است.

$$x \frac{\partial Z}{\partial x} + y \frac{\partial Z}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{\partial Z}{\partial x}}{\frac{\partial Z}{\partial y}} = -\frac{y}{x}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial u} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Z}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial Z}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial u} = -\frac{\partial Z}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial u} \Rightarrow \frac{\frac{\partial Z}{\partial x}}{\frac{\partial Z}{\partial y}} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial u}}{\frac{\partial x}{\partial u}}$$

$$-\frac{y}{x} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial u}}{\frac{\partial x}{\partial u}} \Rightarrow \frac{\frac{\partial y}{\partial u}}{\frac{\partial x}{\partial u}} = \frac{y}{x}$$

با توجه به گزینۀ ۱ غرض کلی
 به نظر می‌گیریم $\begin{cases} x = e^{au+\beta v} \\ y = e^{au+bv} \end{cases}$

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial u}}{\frac{\partial x}{\partial u}} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{ae^{au+\beta v}}{ae^{au+bv}} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{ay}{ax} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{a}{a} = 1 \rightarrow a = a$$

نتیجۀ بدست آمده تصریح می‌کند که باید $a = a$ باشد و البته هیچ محدودیتی برای a و β وجود ندارد لذا کامل‌ترین گزینۀ ۱ خواهد بود.

البته که گزینۀ ۲ نیز درست است ولی صفاً گزینۀ ۱ کامل‌تر است.

37- گزینه 2 درست است.

$$I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \vec{n} \, dS$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -y^3 & x^3 & -z^3 \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(3x^2+3y^2)$$

چون سطح ایجاد شده روی صفحه $2x+2y+z=3$ قرار دارد، $\vec{n}$ بردار عمود بر سطح

خارج سطح از رابطه زیر بدست می آید

$$S: 2x+2y+z-3=0$$

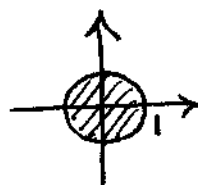
$$\vec{n} = \frac{\vec{\nabla} S}{|\vec{\nabla} S|} = \frac{2\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{2\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}}{3}$$

$$z = 3 - 2x - 2y \quad \xrightarrow{ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy} \quad ds = \sqrt{1+4+4} \, dx dy$$

$$I = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \vec{n} \, dS = \iint_D (3(x^2+y^2)\hat{k}) \cdot \frac{2\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}}{3} \, 3 \, dx dy$$

$$I = \iint_D 3(x^2+y^2) \, dx dy$$

$$D: x^2+y^2=1 \quad \text{تصویر در صفحه } xy$$



$$\xrightarrow{\text{قطبی}} I = \iint_D 3r^2 \cdot r \, dr \, d\theta = 3 \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^3 \, dr \, d\theta$$

$$I = 3 \left(\frac{r^4}{4} \Big|_0^1 \right) \left(\theta \Big|_0^{2\pi} \right) = 3 \left(\frac{1}{4} \right) (2\pi) = \frac{3\pi}{2}$$

38- گزینه 4 درست است.

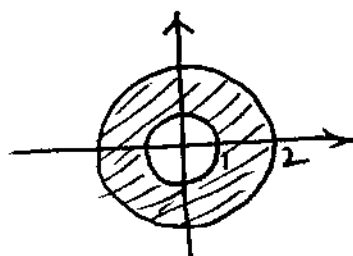
مساحت روی سهمی کون $x = 4 - y^2 - z^2$ و بالای حلقه $1 < y^2 + z^2 \leq 4$ (۰)
تفاوتی با مساحت روی سهمی کون $z = 4 - y^2 - x^2$ و بالای حلقه $1 < y^2 + x^2 \leq 4$ ندارد

$$S = \iint 1 ds$$

$$z = 4 - y^2 - x^2 \quad ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy \rightarrow ds = \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$$

$$S = \iint_D \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy$$

$$D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \quad \text{نقص در تصویر، صغیر xy}$$



$$\xrightarrow{\text{قطبی}} S = \iint_D \sqrt{1 + 4r^2} \cdot r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_1^2 r \sqrt{1 + 4r^2} dr d\theta$$

$$S = \left(\frac{1}{8} \times \frac{(1 + 4r^2)^{3/2}}{3/2} \right) \bigg|_1^2 \left(\theta \bigg|_0^{2\pi} \right)$$

$$S = \frac{1}{12} \left((1 + 4r^2) \sqrt{1 + 4r^2} \right) \bigg|_1^2 \left(2\pi \right)$$

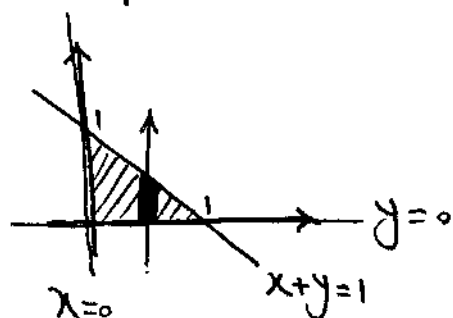
$$S = \frac{2\pi}{12} \left(17\sqrt{17} - 5\sqrt{5} \right) = \frac{\pi}{6} \left(17\sqrt{17} - 5\sqrt{5} \right)$$

39- گزینه 1 درست است.

با توجه به بسته بودن مسیر و پیوسته بودن توابع در انتگرال از قضیه گرین استفاده می‌کنیم.

$$I = \oint_C P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

$$I = \oint_C \frac{y^2}{P} dx + \frac{x^2}{Q} dy = \iint_D (2x - 2y) dx dy$$



$$I = 2 \int_0^1 \int_0^{1-x} (x-y) dy dx = 2 \int_0^1 \left(xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{1-x} dx$$

$$I = 2 \int_0^1 \left(x(1-x) - \frac{(1-x)^2}{2} \right) dx$$

$$I = 2 \int_0^1 \left(x - x^2 - \frac{1}{2} + x - \frac{x^2}{2} \right) dx$$

$$I = 2 \int_0^1 \left(-\frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2} \right) dx$$

$$I = 2 \left(-\frac{3}{2} \times \frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x \right) \Big|_0^1$$

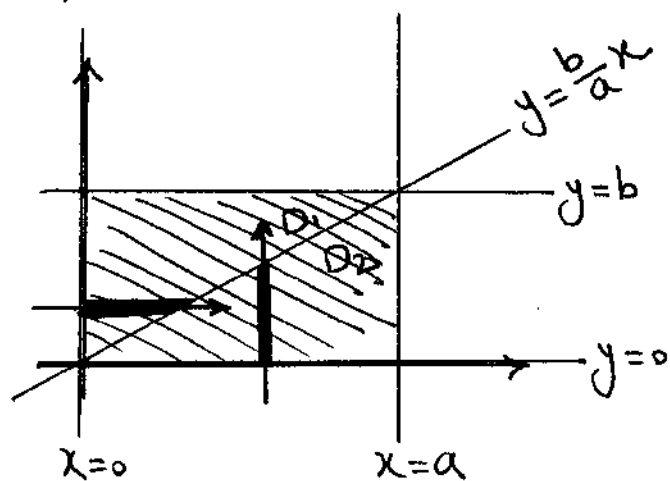
$$I = 2 \left(-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$I = \int_0^a \int_0^b e^{\max\{b^2x^2, a^2y^2\}} dy dx$$

40- گزینۀ 1 درست است.

$$b^2x^2 = a^2y^2 \xrightarrow{a, b > 0} bx = ay \rightarrow y = \frac{b}{a}x$$

خط $y = \frac{b}{a}x$ از دو نقطه $(0,0)$ و (a,b) عبور می‌کند لذا، واضح داریم:



$$D_1: y > \frac{b}{a}x \rightarrow ay > bx \rightarrow a^2y^2 > b^2x^2$$

$$D_2: y < \frac{b}{a}x \rightarrow ay < bx \rightarrow a^2y^2 < b^2x^2$$

$$I = \iint_{D_1} e^{a^2y^2} dx dy + \iint_{D_2} e^{b^2x^2} dx dy$$

$$I = \int_0^b \int_{\frac{a}{b}y}^a e^{a^2y^2} dx dy + \int_0^a \int_0^{\frac{b}{a}x} e^{b^2x^2} dy dx$$

$$I = \int_0^b e^{a^2y^2} \left(x \Big|_{\frac{a}{b}y}^a \right) dy + \int_0^a e^{b^2x^2} \left(y \Big|_0^{\frac{b}{a}x} \right) dx$$

$$I = \frac{a}{b} \int_0^b y e^{a^2y^2} dy + \frac{b}{a} \int_0^a x e^{b^2x^2} dx$$

$$I = \frac{a}{b} \left(\frac{1}{2a^2} e^{a^2y^2} \Big|_0^b \right) + \frac{b}{a} \left(\frac{1}{2b^2} e^{b^2x^2} \Big|_0^a \right)$$

$$I = \frac{1}{2ab} (e^{a^2b^2} - 1) + \frac{1}{2ab} (e^{a^2b^2} - 1) = 2 \frac{e^{a^2b^2} - 1}{2ab}$$

41- گزینه 2 درست است.

$$\begin{cases} 2xy' + 3xy - 1 = -4x^2 + \ln x \\ y(1) = \end{cases}$$

$$2xy' + 3xy - 1 = -4x^2 + \ln x \xrightarrow{(1, -1)} 2y' - 3 - 1 = -4 + 0 \rightarrow y' = 0$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dx}} 2y' + 2xy'' + 3y + 3xy' = -8x + \frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow[y'=0]{(1, -1)} 0 + 2y'' - 3 - 3 = -8 + 1 \rightarrow 2y'' = -1 \rightarrow y'' = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} y' = 0 \\ y'' = -\frac{1}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{نقطه Max نمی است}$$

$$(e^x - 3x^2y^2)y' + ye^x = 2xy^3$$

$$(e^x - 3x^2y^2)dy = (2xy^3 - ye^x)dx$$

$$\underbrace{(ye^x - 2xy^3)}_P dx + \underbrace{(e^x - 3x^2y^2)}_Q dy = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = e^x - 6xy^2 \Rightarrow \text{معادله دیفرانسیل کامل است}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = e^x - 6xy^2$$

$$u = \int P dx = \int (ye^x - 2xy^3) dx = ye^x - x^2y^3$$

$$u = \int Q dy = \int (e^x - 3x^2y^2) dy = ye^x - x^2y^3$$

$$u = \text{اجماع جوابات} \Rightarrow u = ye^x - x^2y^3$$

$$u = C \Rightarrow ye^x - x^2y^3 = C \quad \text{جواب معادله دیفرانسیل}$$

43- گزینہ 3 درست است.

$$x'' + \alpha x' + \beta x = \theta \delta(t)$$

از طریق تبدیلی لاپلاس می گیریم.

$$(s^2 X(s) - sx(0) - x'(0)) + \alpha (sX(s) - x(0)) + \beta X(s) = \theta L(\delta(t))$$

$$s^2 X(s) - sx(0) + \cancel{\alpha x(0)} + \alpha s X(s) - \cancel{\alpha x(0)} + \beta X(s) = \theta \times 1$$

$$(s^2 + \alpha s + \beta) X(s) = \theta + sx(0) \Rightarrow X(s) = \frac{\theta + sx(0)}{s^2 + \alpha s + \beta}$$

$$s^2 + \alpha s + \beta = 0 \rightarrow \Delta = \alpha^2 - 4\beta \Rightarrow \Delta = -4\left(\beta - \frac{\alpha^2}{4}\right)$$

$$\underline{\beta - \frac{\alpha^2}{4} = -\mu^2} \rightarrow \Delta = -4(-\mu^2) \rightarrow \Delta = 4\mu^2$$

$$s^2 + \alpha s + \beta = 0 \rightarrow s = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{4\mu^2}}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} s &= \frac{-\alpha + 2\mu}{2} = \mu - \frac{\alpha}{2} \\ s &= \frac{-\alpha - 2\mu}{2} = -\mu - \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow s^2 + \alpha s + \beta = \left(s - \left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)\right) \left(s - \left(-\mu - \frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$$X(s) = \frac{\theta + sx(0)}{\left(s - \left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)\right) \left(s - \left(-\mu - \frac{\alpha}{2}\right)\right)} = \frac{A}{s - \left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)} + \frac{B}{s - \left(-\mu - \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$A = \frac{\theta + sx(0)}{s - \left(-\mu - \frac{\alpha}{2}\right)} \bigg|_{s = \mu - \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow A = \frac{\theta + \left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)x(0)}{2\mu}$$

$$B = \frac{\theta + sx(0)}{s - \left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)} \bigg|_{s = -\mu - \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow B = \frac{\theta + \left(-\mu - \frac{\alpha}{2}\right)x(0)}{-2\mu}$$

$$X(s) = \frac{A}{s - (\mu - \frac{\alpha}{2})} + \frac{B}{s - (-\mu - \frac{\alpha}{2})}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{A}{s - (\mu - \frac{\alpha}{2})} + \frac{B}{s - (-\mu - \frac{\alpha}{2})} \right)$$

$$x(t) = A e^{(\mu - \frac{\alpha}{2})t} + B e^{(-\mu - \frac{\alpha}{2})t}$$

$$x(t) = \frac{\theta + (\mu - \frac{\alpha}{2})x(0)}{2\mu} e^{(\mu - \frac{\alpha}{2})t} + \frac{\theta + (-\mu - \frac{\alpha}{2})x(0)}{-2\mu} e^{(-\mu - \frac{\alpha}{2})t}$$

$$x(t) = \frac{x(0)(\mu - \frac{\alpha}{2}) + \theta}{2\mu} e^{(\mu - \frac{\alpha}{2})t} + \frac{x(0)(\mu + \frac{\alpha}{2}) - \theta}{2\mu} e^{(-\mu - \frac{\alpha}{2})t}$$

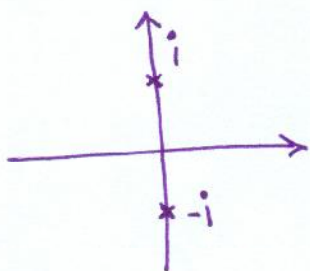
$$(1+x^2)y'' + y = 0$$

$$y'' + \frac{1}{1+x^2}y = 0 \xrightarrow{\text{نقاط تکین}} 1+x^2=0 \rightarrow x=\pm i$$

چون معادله نقطه تکین دارد گزینۀ 4 غلط است.

البته گزینۀ 3 اساساً غلط است، به عنوان مثال معادله دیفرانسیل $x^2 y'' = 0$

که در آن با تبدیل $x \rightarrow -x$ معادله هیچ تغییری نمی کند، جوابی به فرم $y = Ax + B$ دارد که شامل توان های فرد x نیز می تواند باشد.



چون معادله دیفرانسیل دارای نقطه تکین است، شعاع هگماری جواب معادله دیفرانسیل برابر با Min فاصله

نقطه x (نقطه x ، نقطه ای است که قرار است جواب

معادله دیفرانسیل به فرم سری حول آن نقطه بیان شود.) تا نقاط تکین است

لذا نمی تواند شعاع هگماری ∞ باشد یا به عبارتی برای همه x ها هگمرا باشد.

45-گزینہ 1 درست است.

$$\begin{cases} x' = \frac{3}{t}x + \frac{1}{t}y & \textcircled{I} \\ y' = -\frac{4}{t}x - \frac{1}{t}y & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad \frac{1}{t}y = x' - \frac{3}{t}x \rightarrow y = tx' - 3x$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} y' = x' + tx'' - 3x'$$

$$\textcircled{II} \quad x' + tx'' - 3x' = -\frac{4}{t}x - (x' - \frac{3}{t}x)$$

$$x' + tx'' - 3x' + \frac{4}{t}x + x' - \frac{3}{t}x = 0$$

$$tx'' - x' + \frac{1}{t}x = 0 \xrightarrow{\times t} t^2x'' - tx' + x = 0$$

$$\text{معادله مشخصه کوشی اولر: } \lambda(\lambda-1) - \lambda + 1 = 0 \rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \rightarrow (\lambda-1)^2 = 0 \rightarrow \lambda = 1$$

$$x(t) = At + Bt \ln t$$

$$\textcircled{II} \quad \frac{4}{t}x = -y' - \frac{1}{t}y \Rightarrow x = -\frac{t}{4}y' - \frac{1}{4}y$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} x' = -\frac{1}{4}y' - \frac{t}{4}y'' - \frac{1}{4}y'$$

$$\textcircled{I} \quad -\frac{1}{4}y' - \frac{t}{4}y'' - \frac{1}{4}y' = \frac{3}{t}(-\frac{t}{4}y' - \frac{1}{4}y) + \frac{1}{t}y$$

$$-\frac{1}{4}y' - \frac{t}{4}y'' - \frac{1}{4}y' + \frac{3}{4}y' + \frac{3}{4t}y - \frac{1}{t}y = 0$$

$$-\frac{t}{4}y'' + \frac{1}{4}y' - \frac{1}{4t}y = 0 \xrightarrow{\times (-4t)} t^2y'' - ty' + y = 0$$

$$\text{معادله مشخصه کوشی اولر: } \lambda(\lambda-1) - \lambda + 1 = 0 \rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \rightarrow (\lambda-1)^2 = 0 \rightarrow \lambda = 1$$

$$y = c_1t + c_2t \ln t$$

$$y = c_1 t + c_2 t \ln t \xrightarrow{\frac{d}{dt}} y' = c_1 + c_2 \ln t + c_2$$

$$x = At + Bt \ln t$$

$$\textcircled{\text{II}} \quad y' = -\frac{4}{t}x - \frac{1}{t}y$$

$$c_1 + c_2 \ln t + c_2 = -\frac{4}{t}(At + Bt \ln t) - \frac{1}{t}(c_1 t + c_2 t \ln t)$$

$$c_1 + c_2 + c_2 \ln t = -4A - 4B \ln t - c_1 - c_2 \ln t$$

$$2c_1 + c_2 + 2c_2 \ln t = -4A - 4B \ln t$$

$$-4A = 2c_1 + c_2 \rightarrow A = -\frac{c_1}{2} - \frac{c_2}{4} \rightarrow A = -\left(\frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{4}\right)$$

$$-4B = 2c_2 \rightarrow B = -\frac{c_2}{2}$$

$$y = c_1 t + c_2 t \ln t$$

$$x = -\left(\frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{4}\right)t - \frac{c_2}{2}t \ln t$$

46-گزیده 4 درست است.

$$I_n(x) = i^{-n} J_n(ix)$$

$$\xrightarrow{n=\frac{1}{2}} I_{\frac{1}{2}}(x) = i^{-\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(ix)$$

$$\underline{J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x \Rightarrow J_{\frac{1}{2}}(ix) = \sqrt{\frac{2}{\pi ix}} \sin(ix)} \quad I_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{\sqrt{i}} \sqrt{\frac{2}{\pi ix}} \sin(ix)$$

$$I_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{\sqrt{i}} \times \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \times \frac{1}{\sqrt{i}} \sin(ix)$$

$$I_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin(ix)$$

$$I_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \times i \sinh x$$

$$I_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sinh x$$

« بنام خدا »

برای هر نقطه A

تابع ریاضی هندسی منکوره کانسای (رادی ۹۵ - رتبه هندسی مکانیک)

تابع توان شماره ۴۷: نیزه! صعب است.

$$f'(z) = u_x + i v_x = v_y + i v_x$$

از آنجا که تابع کلی است بنابر این:

$$v(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} + \cosh x \cos y \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x = \frac{x^2 + y^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2)^2} + \sinh x \cos y \\ v_y = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2} - \cosh x \sin y \end{array} \right.$$

$$i \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ y=1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جایگزینی}} \left\{ \begin{array}{l} v_x = 1 \\ v_y = -\sin(1) \end{array} \right.$$

بنابر این: $f'(i) = i - \sin(1)$ (✓)

تابع توان شماره ۴۸:

$$w = z + \frac{1}{z} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = (r + \frac{1}{r}) \cos \theta \\ v = (r - \frac{1}{r}) \sin \theta \end{array} \right.$$

$$r=2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{5}{2} \cos \theta \\ v = \frac{3}{2} \sin \theta \end{array} \right. \xrightarrow{\text{حذف } \theta} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\frac{u^2}{(5/2)^2} + \frac{v^2}{(3/2)^2} = 1$$

نیزه! صعب است (✓) (✓)

بایغ سوال شماره ۴۹: نرینه ۳ صحیح است.

تکثیر اساسی) $z=0$: تکثیر تابع

$$f(z) = e^z e^{\frac{1}{z}} = (1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots) (1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!z^2} + \frac{1}{3!z^3} + \frac{1}{4!z^4} + \dots)$$

$$\frac{1}{z} = 1 + \frac{1}{1!2!} + \frac{1}{2!3!} + \frac{1}{3!4!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$$

$$I = 2\pi i \left(\frac{1}{2\pi i} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!} \quad ۳ \checkmark$$

بایغ سوال شماره ۵۰: حل اولی و دومی صحیح است

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{2} (f(x+ct) + f(x-ct)) + \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} g(\xi) d\xi & x > ct \\ H(t - \frac{x}{c}) + \frac{1}{2} (f(x+ct) - f(ct-x)) + \frac{1}{2c} \int_{-x+ct}^{x+ct} g(\xi) d\xi & x < ct \end{cases}$$

** با توجه به $f(x)$ و $g(x)$ تابع زوج و فرد و H تابع پله ای می توان نوشت:

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{2} (x+3t + x-3t) & x > 3t \\ e^{t-x/3} + \frac{1}{2} (x+3t - (3t-x)) & x < 3t \end{cases}$$

$$u(3,2) = e^{2-1} + \frac{1}{2} (3(2)) = 3 + e$$

نرینه ۳ صحیح است. $3 \checkmark$

پانچ تشریحی باکس سیالات

گنکور ارشد ۹۵ مکانیک

مهندس سرلک

لینک کانال تلگرام:



Telegram

بہت عضویت کلک کنید

پاسخ تشریحی کنکور ۹۵ (مکانیک)

۵۱- برای یک گاز آرمانی، معادله حالت $PV = RT$ و گرمای ویژه در فشار ثابت، ثابت می‌باشد ($c_p = \text{const}$). گزینه

درست کدام است؟ ($k = \frac{c_p}{c_v}$)

$$du = \frac{1}{k-1} d(PV) \quad (۱)$$

$$du = \frac{k}{k-1} d(PV) \quad (۲)$$

$$du = (k-1)d(PV) \quad (۳)$$

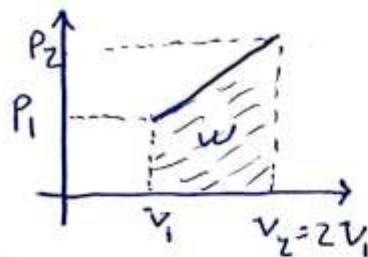
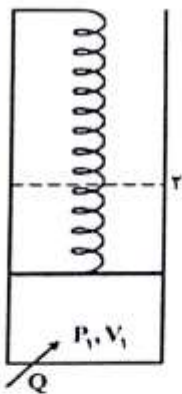
$$du = kd(PV) \quad (۴)$$

$$du = c_v dT$$

$$RT = PV \Rightarrow R dT = d(PV) \Rightarrow dT = \frac{d(PV)}{R}$$

$$du = c_v dT = \frac{c_v}{R} d(PV) = \frac{c_v}{c_p - c_v} d(PV) = \frac{1}{k-1} d(PV)$$

۵۲- سیلندر و پیستون زیر به یک فنر خطی متصل و فشار و حجم اولیه آن P_1 و V_1 است. به سیلندر حرارت می‌دهیم تا حجمش دو برابر شود. در این لحظه فشارش P_2 است. مقدار حرارت داده شده به سیلندر، کدام است؟



$$U_2 - U_1 + \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) V_2 \quad (۱)$$

$$U_2 - U_1 + \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) V_1 \quad (۲)$$

$$U_2 - U_1 + P_1 (V_2 - V_1) \quad (۳)$$

$$U_2 - U_1 + P_2 (V_2 - V_1) \quad (۴)$$

پاسخ گزینه ۲:

$$\Delta U = Q - w$$

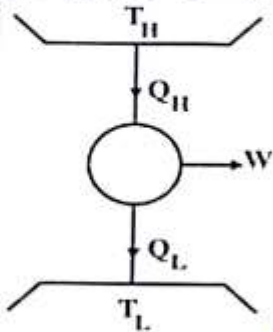
$$Q = \Delta U + w = U_2 - U_1 + w$$

که w مساحت زیر سطح نمودار است

$$w = \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) (2V_1 - V_1) = \left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) V_1$$

* وقتی نیروی فنر خطی است تغییرات نیروی وارده بر سطح پیستون خطی و در نتیجه فشار خطی است.

۵۳- در ماشین حرارتی زیر، اگر S_{gen} تولید انتروپی ناشی از برگشت‌ناپذیری عاشرن باشد، راندمان حرارتی η_{th} برابر کدام است؟



نکته: تست منوط به روش
رد گزینه‌های بی‌ساز دارد.

$$1 - \frac{T_L}{Q_L} (S_{gen} + \frac{Q_L}{T_H}) \quad (1)$$

$$1 - \frac{T_L}{Q_H} (S_{gen} - \frac{Q_H}{T_H}) \quad (2)$$

$$1 - \frac{T_L}{Q_H} (S_{gen} + \frac{Q_H}{T_H}) \quad (3)$$

$$1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (4)$$

پاسخ گزینه ۳ (صواب است در کتاب مکانیک ۱)

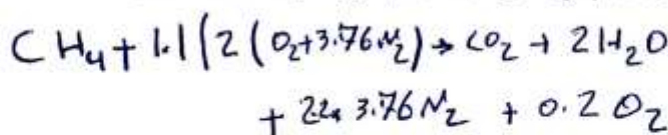
$$\eta_{th} = \frac{w_{net} - T_0 s_{gen}}{Q_H} = \frac{w_{net}}{Q_H} - \frac{T_0 s_{gen}}{Q_H}$$

$$= 1 - \frac{T_L}{T_H} - \frac{T_0 s_{gen}}{Q_H}$$

که معمولاً برای محیط را برای T_L در نظر می‌گیرند

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_L}{T_H} - \frac{T_L s_{gen}}{Q_H} \rightarrow \text{که ساده شده گزینه ۳ می‌باشد}$$

۵۴- سوخت متان (CH_4) با ده درصد هوای اضافی و سوخت اتیلن (C_2H_4) با همان مقدار درصد هوای اضافی در دو اتاق احتراق متفاوت می‌سوزند. در حاصل احتراق، تنها ترکیبات کامل وجود دارد. در خصوص دمای نقطه شبنم (T_{DP}) گازهای حاصل احتراق این دو سوخت، کدام گزینه درست است؟ (دمای محیط $25^\circ C$ است).

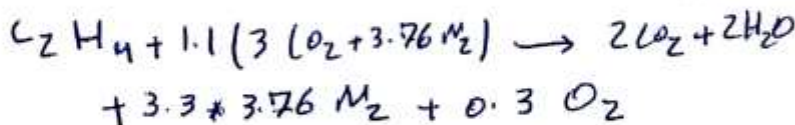


$$T_{DPCH_4} = T_{DPC_2H_4} = 25^\circ C \quad (1)$$

$$T_{DPC_2H_4} > T_{DPCH_4} \quad (2)$$

$$T_{DPCH_4} = T_{DPC_2H_4} \quad (3)$$

$$T_{DPCH_4} > T_{DPC_2H_4} \quad (4)$$



پاسخ صحیح گزینه ۴

$$P_{H_2O} /_{CH_4} = \frac{2}{2 + 1 + 2.2 \times 3.76 + 0.2}$$

$$P_{H_2O} /_{C_2H_4} = \frac{2}{2 + 2 + 2.2 \times 3.76 + 0.2}$$

که $P_{H_2O} /_{CH_4} > P_{H_2O} /_{C_2H_4}$ در نتیجه پاسخ گزینه ۴ است

۵۵- اگر گرمای نهان تبخیر یک مایع (L) را ثابت فرض کنیم، کدام عبارت، گزینه مناسبی برای فشار بخار مایع در شرایط دور از نقطه بحرانی است؟

$$\exp\left(\frac{L}{RT}\right) \quad (1)$$

$$\exp\left(-\frac{L}{RT}\right) \quad (2)$$

$$\exp\left(\frac{L}{RT^2}\right) \quad (3)$$

$$\exp\left(-\frac{L}{RT^2}\right) \quad (4)$$

پاشی صحیح گزینه ۲ است. با توجه به معادله کلاریوس کلایرون داریم:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg}}{T(v_g - v_f)} \quad , \quad v_g \gg v_f \rightarrow v_{fg} = v_g \quad \text{و} \quad v_g = \frac{RT}{P}$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg} + P}{RT^2} \rightarrow \frac{d \ln P}{dT} = \frac{h_{fg}}{RT^2} \rightarrow d \ln P = \frac{h_{fg} dT}{RT^2}$$

$$P = \exp\left(\frac{h_{fg}}{RT}\right) \quad \xrightarrow{m=1 \quad L=h_{fg}} \quad P = \exp\left(-\frac{L}{RT}\right)$$

۵۶- یک مخلوط هوا و بخار با رطوبت نسبی ϕ و دمای T و فشار کل P وارد یک فرایند تهویه مطبوع می شود. مقدار جرم بخار آب ورودی به کل جرم هوا و بخار برابر کدام است؟ (P_g فشار بخار اشباع در دمای T است.)

$$\frac{0.622 \phi P_g}{P + 0.378 \phi P_g} \quad (1)$$

$$\frac{0.622 \phi P_g}{P - P_g} \quad (2)$$

$$\frac{0.622 \phi P_g}{P - 0.378 \phi P_g} \quad (3)$$

$$\frac{0.622 \phi P_g}{P + P_g} \quad (4)$$

پاشی صحیح گزینه ۳ است.

$$k = \frac{mv}{mv + ma}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{ma}{mv} + 1 \rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{w} + 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{k} = \frac{P - \phi P_g + 0.622 \phi P_g}{0.622 \phi P_g} \\ \omega = \frac{0.622 \phi P_g}{P - \phi P_g} \rightarrow \frac{1}{w} = \frac{P - \phi P_g}{0.622 \phi P_g} \end{array} \right.$$

$$k = \frac{0.622 \phi P_g}{P - 0.378 \phi P_g}$$

۵۷- دو جسم جامد ۱ و ۲ با دماهای اولیه T_1 و T_2 به عنوان منابع (گرم و سرد) یک چرخه کارنو، به کار گرفته می شود. در نهایت دماهای این دو جسم به دمای تعادل می رسد. مقدار کار تولیدی این چرخه، کدام است؟ $T_2 > T_1$ و انرژی داخلی هر جسم از رابطه $U = mcT$ پیروی می کند. m و c برای هر دو جسم یکسان و اعداد ثابت هستند.

پاسخ صحیح گزینه ۱ است

$$mc(T_2 + T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (1)$$

$$mc(T_2 - T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (2)$$

$$mc(T_2 + T_1 + 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (3)$$

$$mc(T_2 - T_1 + 2\sqrt{T_1 T_2}) \quad (4)$$

در سیکل کارنو بازگشت ناپذیری صورت می گیرد

$$\Delta S = mc \ln \frac{T_f}{T_1} + mc \ln \frac{T_f}{T_2} = 0$$

$$T_f = \sqrt{T_1 T_2}$$

$$W = Q_H - Q_L = mc(T_2 - T_f) - mc(T_f - T_1)$$

$$= mc(T_1 + T_2 - 2T_f)$$

$$= mc(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2})$$

۵۸- اگر برای یک سیستم، رابطه $\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P = 0$ برقرار باشد. کدام گزینه در مورد این سیستم درست است؟ (سیستم تک مؤلفه ای با جرم ثابت است.)

- پاسخ صحیح گزینه ۱ است
- (۱) ظرفیت گرمایی ویژه جسم صفر است.
 - (۲) ظرفیت گرمایی ویژه جسم ∞ است.
 - (۳) ضریب انبساط حجمی جسم صفر است.
 - (۴) سیستم حاوی مایع ساب کولد است.

$$T ds = dh - v dp$$

$$ds = \left(\frac{c_p}{T}\right) dT - \frac{v}{T} dp$$

$$S = S(T, P)$$

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T dP$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_P = \frac{T}{c_p} = 0 \rightarrow c_p \rightarrow \infty$$

۵۹- دو صفحه خیلی بزرگ خاکستری و پخش کننده موازی در دمای T_1 و T_2 مفروض است. $(T_1 > T_2)$ ضرایب تشعشع دو سطح $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ می باشد. صفحه نازک سوم با همان ابعاد صفحه های ۱ و ۲ بین آنها به صورت موازی قرار می گیرد. اگر ضریب تشعشع صفحه نازک در هر دو طرف ϵ باشد، در حالت تعادل حرارتی و فقط با در نظر گرفتن انتقال حرارت تشعشعی، دمای صفحه سوم، کدام است؟

پاسخ صحیح گزینه ۴ است

$$\left| \begin{array}{c} q_1 \\ T_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} q_2 \\ T_2 \end{array} \right|$$

$$q_1 = q_2$$

$$\epsilon(T_1^4 - T_a^4) = \epsilon(T_a^4 - T_2^4) \quad \left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

$$2T_a^4 = T_1^4 + T_2^4 \quad \left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2)$$

$$T_a = \left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3)$$

۶۰- برای جریان آرام داخل لوله با قطر D ، اگر سیال از نظر هیدرودینامیکی گسترش یافته باشد، در کدام حالت از نظر حرارتی نیز حتماً گسترش یافته است؟

پاسخ صحیح گزینه ۱ است

$$Pr < 1 \quad (1)$$

$$Pr > 1 \quad (2)$$

$$RePr < 5 \quad (3)$$

$$RePr > 5 \quad (4)$$

برای $Pr < 1$ ، $X_{e,t} < X_{e,h}$

۶۱- سیالی با دمای 20° درجه سانتی گراد وارد یک لوله دما ثابت 80° درجه سانتی گراد می شود. اگر دمای خروجی سیال از لوله 60° درجه سانتی گراد باشد، درست ترین مقدار برای اختلاف دمای متوسط سیال و سطح $(T_w - T_b)$ در رابطه سرد شدن نیوتن $q = h(T_w - T_b)$ ، تقریباً چند درجه سانتی گراد است؟

۲۰ (۱) پاسخ صحیح گزینه ۲ است

۳۶ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)

$$\Delta T_{Lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$

$$\Delta T_1 = 80 - 20 = 60$$

$$\Delta T_2 = 80 - 60 = 20$$

$$\Delta T_{Lm} = 36^\circ$$

۶۲- جسمی به شکل صفحاتی با طول و عرض بزرگ در دمای اولیه یکنواخت T_1 قرار دارد. اگر یک طرف صفحه به طور ناگهانی در دمای T_0 قرار گیرد، ۲ ثانیه طول می کشد تا در طرف دیگر صفحه حس شود. اگر ضخامت صفحه دو برابر شود، چند ثانیه طول می کشد تا در طرف دیگر صفحه حس شود؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۴ (۴) بستگی به ضریب پخش حرارت (α) دارد.

پاسخ صحیح گزینه ۳ است.

$$Fo_1 = Fo_2$$

$$\frac{\alpha t_1}{L_1^2} = \frac{\alpha t_2}{L_2^2} \Rightarrow t_2 = t_1 \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^2 =$$

$$= 2 (2)^2 = 8 \text{ sec}$$

پایه تشریحی کنکور 95 (مکانیک)

۶۲- جریان سیال اطراف یک کره به قطر D را در نظر بگیرید. اگر سرعت جریان به سمت صفر میل کند، عدد نوسلت

$(Nu = \frac{hD}{k})$ ، به کدام عدد نزدیک تر است؟

- (۱) صفر
- (۲) ∞
- (۳) ۱
- (۴) ۲

پاسخ صحیح گزینه ۴ است

۶۳- هوا با سرعت u_∞ و دمای T_∞ از روی یک صفحه افقی با دمای ثابت T_w جریان دارد. اگر طول صفحه از نظر فیزیکی

بی نهایت شود ($x \rightarrow \infty$)، آنگاه مقدار عدد نوسلت موضعی در $x \rightarrow \infty$ ، کدام است؟

- (۱) به بی نهایت میل می کند، چون دمای سیال و دیوار با هم مساوی می شوند.
- (۲) به بی نهایت میل می کند، چون همه سیال در لایه مرزی به دمای دیوار می رسد.
- (۳) به صفر میل می کند، چون سرعت جریان بسیار زیاد می شود.
- (۴) به صفر میل می کند، چون ضخامت لایه مرزی حرارتی بی نهایت می شود.

پاسخ صحیح گزینه ۲ است

رابطه $x \rightarrow \infty$ میل می کند $Re_x \rightarrow \infty$ میل می کند در نتیجه برابری
آشفته خواهد بود در نتیجه Nu_x از رابطه مقابل محاسب می شود

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

در نتیجه $x \rightarrow \infty$

$$Re_x \rightarrow \infty$$

$$Nu_x \rightarrow \infty$$

۶۵- کدام معادله دیفرانسیل، بیانگر قانون بقای جرم برای جریان دوی بعدی سیال تراکم پذیر با حجم مخصوص ν و میدان

سرعت $\vec{V}$ می باشد؟
 $\nabla \cdot (\varphi \vec{F}) = (\nabla \varphi) \cdot \vec{F} + \varphi (\nabla \cdot \vec{F})$ پاسخ صحیح گزینه ۱ است.
 نکته:

$$\frac{D \ln \nu}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (1)$$

$$\frac{D \nu}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (2)$$

$$\frac{D \ln \nu}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (3)$$

$$\frac{D \nu}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

معادله بقای جرم:

مقایسه
 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{F}) \rho + \rho (\nabla \cdot \vec{V})$

$$\frac{D \rho}{Dt} + \rho (\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \Rightarrow \frac{D \rho}{Dt} = -\rho (\nabla \cdot \vec{V})$$

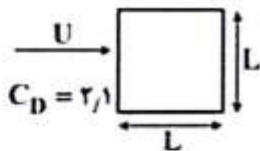
$$\rho \nu = 1 \rightarrow d\rho = -\frac{d\nu}{\nu^2}, \quad \rho = \frac{1}{\nu}$$

$$\frac{1}{\nu} \frac{D \nu}{Dt} = \frac{1}{\nu} (\nabla \cdot \vec{V}) \rightarrow \frac{1}{\nu} \frac{D \nu}{Dt} = (\nabla \cdot \vec{V})$$

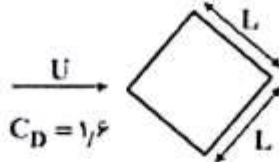
$$\frac{D \ln \nu}{Dt} = (\nabla \cdot \vec{V})$$

۶۶- جریان با سرعت U از روی میله هایی به طول بی نهایت و با مقاطع زیر عبور می کند. ضریب درگ هر شکل در کنار

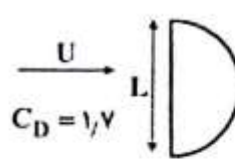
آن نوشته شده است. نیروی کدام گزینه بیشتر است؟



(الف)



(ب)



(ج)

(۲) (ب)

(۱) (الف)

(۴) هر سه دارای نیروی درگ یکسانی هستند

(۳) (ج)

پاسخ صحیح گزینه ۲ است.

$$F_D \propto C_D A$$

$$F_D \propto 2.1 L \quad \text{(الف)}$$

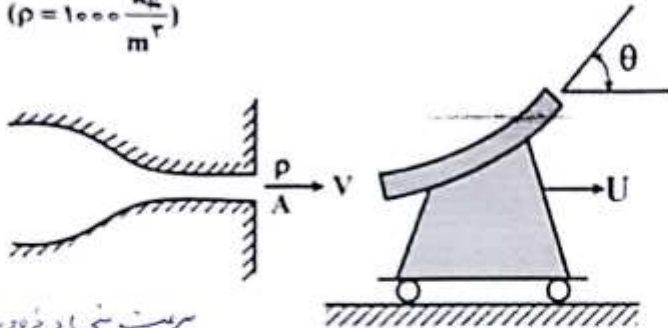
$$F_D \propto 1.6 \sqrt{2} L \quad \text{(ب)}$$

$$F_{D_1} > F_{D_2} > F_{D_3}$$

$$F_D \propto 1.7 L \quad \text{(ج)}$$

۶۷- یک جت آب با سطح مقطع 600 mm^2 و سرعت ثابت $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ مطابق شکل زیر به یک گاری برخورد می‌کند. سطح داخلی گاری، سیال را با زاویه $\theta = 60^\circ$ منحرف می‌کند. نیروی افقی لازم برای اینکه گاری با سرعت ثابت $U = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ حرکت کند؛ و سرعت مطلق سیال در خروجی گاری، کدام است؟

$$\left(\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$



سرعت سیال در خروجی

$$15\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, 76.5 \text{ N} \quad (1)$$

$$45 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 76.5 \text{ N} \quad (2)$$

$$15\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, 67.5 \text{ N} \quad (3)$$

$$45 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 67.5 \text{ N} \quad (4)$$

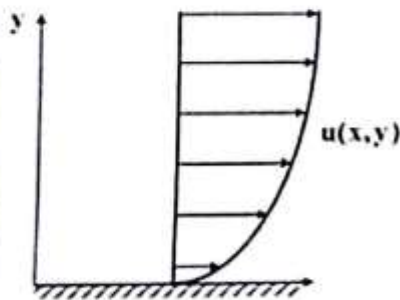
پاسخ صحیح گزینه ۳ است

$$V_2 = V - U = 15$$

$$\vec{V}_2 = \vec{U} + \vec{V}_2 = 15\vec{i} + 15(\cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j}) \rightarrow V_2 = 15\sqrt{3}$$

$$F_A = \rho A (V-U)^2 (1 - \cos \theta) = 67.5 \text{ N}$$

۶۸- اگر مؤلفه افقی سرعت یک جریان دو بعدی غیر قابل تراکم بر روی یک صفحه $u = U \left(\frac{xy}{ax^2} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right)$ باشد. مؤلفه عمودی سرعت جریان، کدام است؟



پاسخ صحیح گزینه ۱ است

چهارم بیرونشگی به صورت زیر است (تراکم ناپذیر):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$U \left(\frac{xy}{ax^2} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right) \quad (1)$$

$$U \left(\frac{xy}{ax} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right) \quad (2)$$

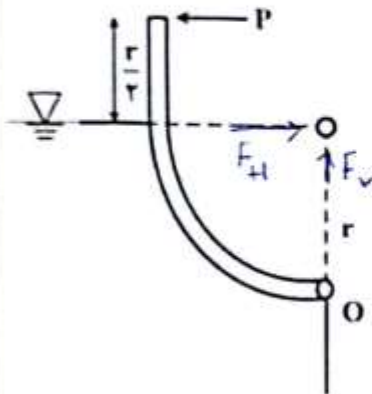
$$U \left(-\frac{xy}{ax^2} + \frac{y^2}{a^2 x^2} \right) \quad (3)$$

$$U \left(\frac{r \ln \left(\frac{y}{x} \right)}{a} + \frac{xy}{a^2 x} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = U \left(\frac{3y}{ax^2} - \frac{2y^2}{a^2 x^2} \right)$$

$$v(y) = U \left(\frac{3y^2}{2ax^2} - \frac{2y^3}{3a^2 x^2} \right)$$

۶۹- مقدار نیروی P برای متعادل نگه داشتن دریچه زیر با عرض w چقدر است؟ دریچه در نقطه O به تکه گاه لولا شده و وزن مخصوص سیال پشت دریچه γ می باشد.



پاسخ صحیح گزینه ۱ است

$$F_H = \gamma h_c A = \gamma \left(\frac{r}{2} \right) \times r w$$

$$F_H = \gamma \frac{r^2 w}{2}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$\frac{\gamma r^2 w}{2} \times r = P \times \frac{3}{2} r$$

$$P = \frac{1}{3} \gamma r^2 w$$

$$\frac{1}{2} \gamma r^2 w \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \gamma r^2 w \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \gamma r^2 w \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \gamma r^2 w \quad (4)$$

نکته: نیروها به مرکز لولا انتقال داده شود تا گشتاور نیروی محوری را محاسبه کنیم (نکته برزخ)

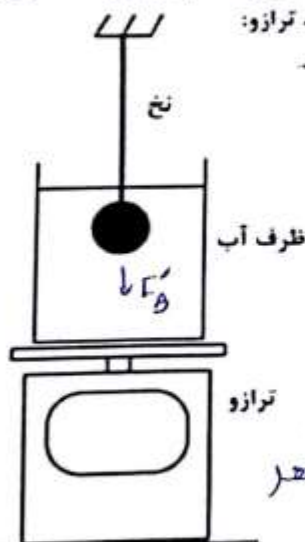
۷۰- ظرف پر از آبی را روی ترازو قرار می دهیم. پس از آنکه ترازو وزن آن را نشان داد، یک گوی کروی فولادی را به نخ می بندیم و آن را در حالی که انتهای نخ را در دست گرفته ایم به آرامی در آب فرو می بریم؛ سپس بدون آنکه گوی با کف ظرف تماس داشته باشد، صبر می کنیم تا به حالت تعادل برسد. در این حالت، ترازو:

(۱) بسته به حجم آب و گوی کروی، ممکن است وزن بیشتر یا کمتری را نشان دهد.

(۲) وزن بیشتری را نشان می دهد.

(۳) همان وزن قبلی را نشان می دهد.

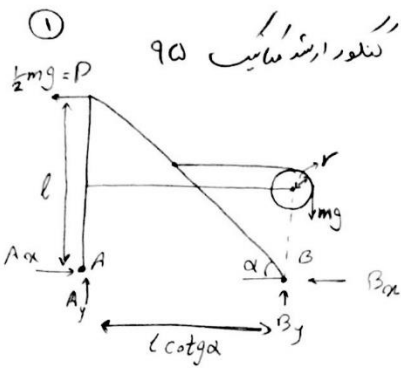
(۴) وزن کمتری را نشان می دهد.



پاسخ صحیح گزینه ۲ است

مطابق شکل اگر گوی داخل آب قرار گیرد

عکس العمل نیروی شناوری به کف ظرف وارد شده و ترازو وزن بیشتری را نشان می دهد



شکلوار شده شایب ۹۵

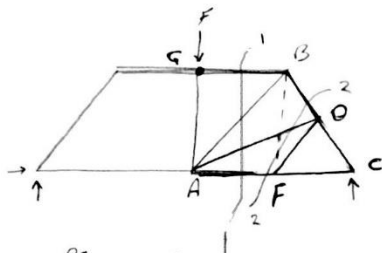
استاتیست بر حسب دقت ۱۱۰A به نای خدا

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y l \cot \alpha - mg \left(\frac{l}{10} + l \cot \alpha \right)$$

$$+ \frac{1}{2} mgl = 0$$

$$\Rightarrow B_y = mg \left(1 - \frac{2}{5} \tan \alpha \right)$$

نیز ۴



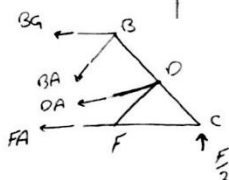
$$\left(\begin{array}{l} AF = FB = 1 \\ AF \perp FB \end{array} \right)$$

توجه: شکل ۶ مثلاً متقارن است (نسبت AF)

توجه ۲: اندازه ها به قدری داده شده اند که زوایا معلوم باشند.

توجه ۳: یادمان باشد عضو BC یک عضو صفر نیروی نیست.

ابتدا پرسش ۱-۱ را می زنیم. چون عضو BC را قطع می کنند پس این پرسش قابل قبول است.

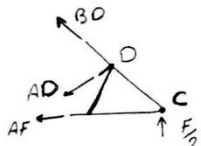


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -BG \times 1 = \frac{F}{2} \times 2 \Rightarrow BG = -F \quad (1)$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow \frac{F}{2} \times 0.5 + BA \times 0.5\sqrt{2} + BG \times 0.5 - FA \times 0.5 = 0 \quad (2)$$

بجایابی ۱

$$BA \frac{\sqrt{2}}{2} = FA \times \frac{1}{2} + \frac{F}{2} - \frac{F}{4} \quad (3)$$



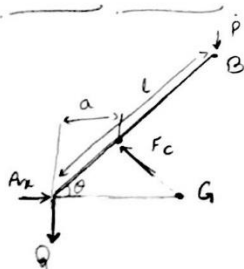
$$\sum M_D = 0 \Rightarrow \frac{F}{2} \times 0.5 = AF \times 0.5$$

$$\Rightarrow AF = \frac{F}{2} \quad (4)$$

برای پیدا کردن نیروی FA پرسش ۲-۲ را می زنیم.

$$(4) \text{ into } (3) \Rightarrow BA \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F}{4} + \frac{F}{2} - \frac{F}{4} = \frac{F}{2} \Rightarrow BA = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

نیز ۳



سوال ۷۳

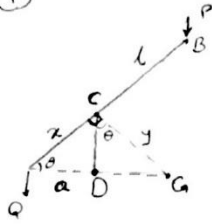
توجه ۱: ابعاد لهرده A داده نشده است پس Q حول نقطه مفصل کشادری تولید می کند.

توجه ۲: در صورت وجود یا عدم وجود اصطکاک نیروی Ax باید در نظر گرفته شود.

توجه ۳: نیروی P معلوم است و نیروی Q مجهول. پس سعی می کنیم حول نقطه G (جایی که برشور)

نیروی Ax و Fc کشادری تولید می کند.

۲)



توجه: ع: نیروی عکس العمل غلتش بر مبد AB عمود است.

برای یافتن فاصله ای افقی B تا G کافیست طول DG را بدست آوریم.

$$x \cos \theta = a \Rightarrow x = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$CD = x \sin \theta = a \tan \theta$$

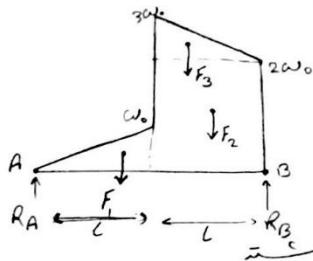
$$y \cos \theta = CD = a \tan \theta \Rightarrow y = a \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$DG = y \sin \theta = a \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = a \tan^2 \theta$$

$$\sum \mathcal{M}_G = 0 \Rightarrow P(l \cos \theta - (a + a \tan^2 \theta)) - Q(a + a \tan^2 \theta) = 0$$

$$\Rightarrow Q = P \left(\frac{l}{a} \cdot \frac{\cos \theta}{1 + \tan^2 \theta} - 1 \right) = P \left(\frac{l}{a} \cdot \cos^3 \theta - 1 \right)$$

توجه: ۱



$$R_A + R_B = F_1 + F_2 + F_3$$

سؤال ۷۴

$$F_1 = \frac{\omega_0 l}{2} ; F_2 = 2\omega_0 l ; F_3 = \frac{\omega_0 l}{2} \rightarrow \text{ساحت مثلث نیرو}$$

$$R_A + R_B = 3\omega_0 l$$

توجه: ۲: حذف می شوند.

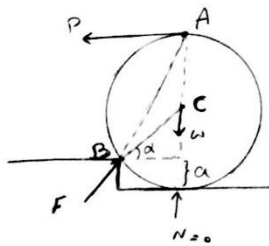
* اگر فرض کنیم چاقی توان تست کنیم داد که $R_B > R_A$ چون از وسط مبد AB نیروی بیست

در سمت تکیه گاه B قرار دارند.

$$\sum \mathcal{M}_A = 0 \Rightarrow F_1 \times \frac{2l}{3} + F_3 \times \frac{4l}{3} + F_2 \times \frac{3l}{2} = R_B \times 2l$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \omega_0 l + \frac{2}{3} \omega_0 l + 3\omega_0 l \right) = 2\omega_0 l$$

توجه: ۳



سؤال ۷۵

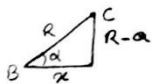
در استاتیگ هر موقع جهت از بسته ترین مقدار برای نیرو شده

(به منظور آسان تر حرکت)، نیروی عکس العمل مربوط به سطحی

که قرار است نسبت به آن حرکت داشته باشد عمود در نقطه حرکت می شود.

* نیروی F باید به صورتی وارد شود که در تقاطع استاتیکی باشد. پس عمل برقرار

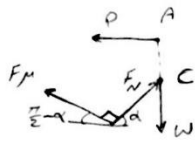
سه نیروی P، W و F در نقطه A است.



$$x^2 = R^2 - (R-a)^2 = a^2 - 2Ra \Rightarrow x = \sqrt{2Ra - a^2}$$

همانطور که می دانیم نیروی F برآیند نیروی عمود بر سطح (که در راستای BC به سمت مرکز دایره است) و اصطکاک است.

۳)



نیاز این نیروی F و تجزیه می کنیم.
نیروی عمود سطح F_N و نیروی موازی سطح F_{μ} نیروی اصطکاک

$$F_{\mu} = \mu F_N$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow P(2R-a) = W a \Rightarrow P(2R-a) = W \sqrt{2Ra-a^2} \quad (1)$$

در شغل عمودی

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N \sin \alpha + F_{\mu} \cos \alpha = W \Rightarrow F_N (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = W \quad (2)$$

در شغل افقی

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_N (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = P \quad (3)$$

$$\frac{(2)}{(3)} \Rightarrow \frac{W}{P} = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \quad (4); \quad (1): \frac{W}{P} = \frac{2R-a}{\sqrt{2Ra-a^2}}$$

$$\frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu \tan \alpha} = \frac{2R-a}{\sqrt{2Ra-a^2}}$$

توجه: می تونید عبارت رو برود و پیدا کردن μ خیلی ساده است ولی ممکن است سرچشمه کنکور برخی ها تا همینای سوال برسند و آنرا رها کنند. در مسائل این چنین شما در مثال ساده کردن عبارات هستید.

$$\tan \alpha = \frac{R-a}{\sqrt{2Ra-a^2}}; \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{2Ra-a^2}}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu \tan \alpha} = \frac{R}{\sqrt{2Ra-a^2}} + \frac{R-a}{\sqrt{2Ra-a^2}} \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha (\tan \alpha + \mu) = (1 + \sin \alpha)(1 - \mu \tan \alpha) \quad (*)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \mu \cos \alpha = 1 - \mu \tan \alpha + \sin \alpha - \mu \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \mu \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \mu \left(\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = 1 \Rightarrow \mu = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \xrightarrow{(*)} \mu = \frac{\sqrt{2Ra-a^2}}{2R-a}$$

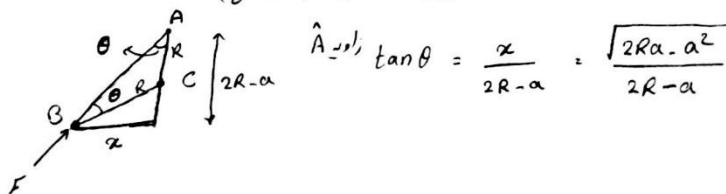
نیز می بینیم

دو روش دوم: چون می دانیم که نیروی عمود بر سطح به سمت مرکز دایره است پس جهت F_N

مستقیم است. از آنجایی که جهت نیروی کلی سطح (F) نیز معلوم است (بر دلیل تعادل) پس می توان

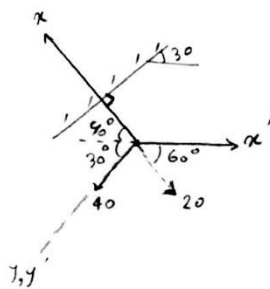
از این نکته استفاده کرد که ضریب اصطکاک ایستا برابر با tangent زاویه بین F (نیروی کشنده سطح)

و F_N نیروی عمود سطح می باشد.



$$\hat{A} \text{ زاویه } \tan \theta = \frac{a}{2R-a} = \frac{\sqrt{2Ra-a^2}}{2R-a}$$

ع



سؤال ۷۶
جهت‌های y و y' یک‌پوشیده می‌باشند و چون x و x' متعامد نیستند باید هر دو مؤلفه F را در راستای x' تجزیه کنیم.

$$F_{x'} = 20 \cos 60^\circ - 40 \cos 30^\circ = 10 - 20\sqrt{3}$$

دقت شود که F_x و $F_{y'}$ یکسان نخواهند بود. $\approx$ نزدیک ۳

سؤال ۷۷
با توجه به اینکه وزن (توزیع شتاب و جرم) یکدست است و چون محلول مانند شکر است (در حالت دد بعدی)

از شتاب استاندارد کرده و $\frac{2h}{3}$ را یک در دست است.

البته ترمیمی می‌شود جدا اول مدیول با اشتغال هندس در کتاب ما حفظ گردد.

* نکته بالا برای مدیول دارد تا باقی تعیین نیست.

$\approx$ نزدیک ۳

مقاومت مصالح
کنکور ارشد مکانیک ۹۵
بررسی دینامیک ۱۱۵ A

سؤال ۷۸
در این سؤال در $x=0$ مقدار r و θ یک مقدار و یک علامت دارند. از آنجایی که هیچ اشاری به دد بعدی بودن نداشته پس $x=0$ است. معیار ترسها بر اساس تن برش ماکزیم است.

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} = \frac{\sigma_r}{2} = \frac{\sigma_\theta}{2} \quad ; \quad \tau_{max} = \frac{\sigma_y}{2} \text{ برای شکست}$$

$$\Rightarrow \sigma_r = \sigma_y = 1 \Rightarrow \frac{3+\sqrt{3}}{8} \rho \omega^2 b^2 = \sigma_y \Rightarrow \omega = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{8\sigma_y}{(3+\sqrt{3})\rho}}$$

$\approx$ نزدیک ۳

سؤال ۷۹
در صورت سؤال ذکر شده که تنش مجاز وجود دارد. یعنی باید نیروی میله AC

$$F_{AC} = \frac{F}{\sin \theta} \Rightarrow \sigma_{AC} = \frac{F}{A \sin \theta} \quad (1)$$

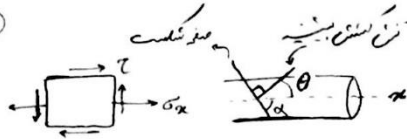
طول AB ثابت است. پس طول AC به AB رابطه می‌دهیم. $l_{AC} \cos \theta = l_{AB}$ (2) ; $V_{AC} = A l_{AC}$ (3) حجم میله AC

$$(1) \rightarrow A_{AC} = \frac{F}{\sigma_{AC} \sin \theta} \quad ; \quad \sigma_{AC} = \sigma_y \text{ برای حالت بحرانی} \Rightarrow A_{AC} = \frac{F}{\sigma_y \sin \theta}$$

$$\Rightarrow \sqrt{A_{AC}} = \frac{F l_{AB}}{\sigma_y \sin \theta \cos \theta} \quad \text{ثابت} \quad \frac{dV}{d\theta} = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$\approx$ نزدیک ۳

⑤



سوال ۸۰
برای یافتن منحنی شکست در اجسام تَرَد باید منحنی تنش مالزیم
کشش را پیدا کنیم.

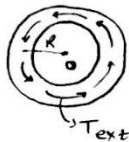
$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{\pi (30)^2 \times 10^{-6}} = 1.77 \times 10^8 \text{ Pa} \quad \sigma_x = \frac{500}{900\pi} \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot R}{J} = \frac{2T}{\pi R^3} = \frac{2 \times 376}{\pi (30)^3 \times 10^{-6}} \Rightarrow \tau = \frac{752}{27\pi}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y} = 1 \Rightarrow \theta = 22.5^\circ$$

$$\theta + 90 = 112.5^\circ \rightarrow 120 - 112.5 = 67.5^\circ$$

اگر زاویه مورد نیاز برای سادگی می توان استفاده نمود.
منحنی شکست پیرامونی بیشترین تنش محسوب است.
اگر زاویه از روابط خود سوال استفاده کنیم باید θ را مساوی منفره قرار داده پس زاویه درست آمده را با 90 جمع کنیم.
نتیجه 67.5°



سوال ۸۱ * در این سوال باید دقت کنیم که از فرمول $\tau = \frac{T \cdot R}{J}$ می توان

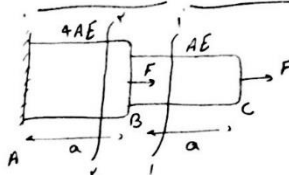
استفاده کرد چون این رابطه مقدار کرنش لایه داخلی از جسم را می دهد و می چرخد در اینجا
کسیلایه به فاصله t داریم پس باید از تقاد استفاده کنیم.

* R و r یکی هستند (مردد شعاع تا وسط شعاع هستند).

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow \tau (2\pi R t) \times r = T_{ext}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{T_{ext}}{2\pi r^2 t}$$

نتیجه 1



سوال ۸۲ چون مساحت ها تغییر نمی کنند پس نیاز به دو بخش داریم.

$$U_{total} = U_{AB} + U_{BC} = \frac{(2F)^2 a}{2(4AE)} + \frac{F^2 a}{2AE} \Rightarrow U = \frac{F^2 a}{AE}$$

نتیجه 2

سوال ۸۳ نقطه H بر روی سطح آزاد است پس هیچ تنش برشی ای تحمل نمی کند $\tau_{xy} = 0$

تنش حاصل نقطه گشاده فشرش و σ_x است و باعث ایجاد کشش در H می شود.

$$\sigma_x = \frac{M_x}{I} = \frac{(10 \times 2) \times 0.1}{\frac{1}{12} (0.1) (0.2)^3} = 30 \text{ MPa} \quad \sigma_x = 30 \text{ MPa}, \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0$$

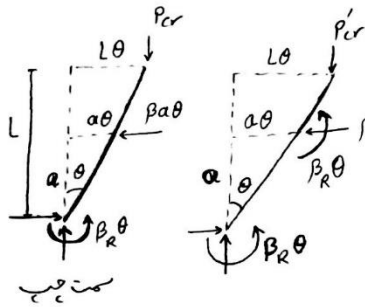
$$\sigma_{max} = 30 \quad \tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 15 \text{ MPa}$$

نتیجه 3

دقت کنید که به هیچ وجه نباید $\tau = \frac{\sqrt{I}}{A}$ را در تقارن بگیریم چون H یک نقطه است نه صفحه.

(4)

سؤال ۸۴



* تفاوتهاوت بین دو شکل فند همیشه در نقطه B است و چون فند در برابر
 کمانش مقاومت می کند (یعنی نیروی باری را بالاتر می برد) پس در نتیجه های زیاد
 دند می شود. از فندی چون در نقطه A ثابت است و تغییر زاویه
 نسبت به این نقطه سنجیده می شود و فند همیشه در نقطه B در ثبت - شکل اول
 اضافی است فقط کشش و تورول می کند (در فاصله بار کشش و تورول در زاویه فند می شود
 و چون زاویه ثابت است و با تغییر طول α تغییر می کند) پس لزوم $\frac{1}{2}$
 درست است.

$$\text{سمت چپ: } \sum M_A = 0 \quad P_{cr} L \theta - (B a \theta) \alpha - \beta_R \theta = 0 \rightarrow P_{cr} = \frac{B a^2}{L} + \frac{\beta_R}{L}$$

$$\text{سمت راست: } \sum M_A = 0 \quad P'_{cr} (L \theta) - (\beta a \theta) \alpha - \beta_R \theta - \beta_R \theta = 0$$

$$\Rightarrow P'_{cr} = \frac{\beta a^2}{L} + \frac{\beta_R}{L} + \frac{\beta_R}{L} \Rightarrow P'_{cr} = P_{cr} + \frac{\beta_R}{L}$$

لزم $\frac{1}{2}$

سؤال ۸۵

$$\textcircled{1} \left\{ \sigma = \frac{Pr}{t} \right.$$

$$\textcircled{2} \left\{ \sigma = \frac{Pr}{2t} \right.$$

$$\textcircled{1} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{max} = \frac{4r}{t} \\ \sigma_{min} = 0.8 \frac{r}{t} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = 2.4 \frac{r}{t} \\ \sigma_a = 1.6 \frac{r}{t} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{2} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{max} = 2 \frac{r}{t} \\ \sigma_{min} = 0.4 \frac{r}{t} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = 1.2 \frac{r}{t} \\ \sigma_a = 0.8 \frac{r}{t} \end{array} \right.$$

$$\sigma_{e,a} = \sqrt{\sigma_{1,a}^2 + \sigma_{2,a}^2 - \sigma_{1,a} \sigma_{2,a}} = 0.8 \sqrt{3} \frac{r}{t}$$

$$\sigma_{e,m} = \sqrt{\sigma_{1,m}^2 + \sigma_{2,m}^2 + \sigma_{1,m} \sigma_{2,m}} = 1.2 \sqrt{3} \frac{r}{t}$$

$$\frac{\sigma_{e,a}}{S_e} + \frac{\sigma_{e,m}}{S_u} \leq \frac{1}{F.S} \Rightarrow \left(\frac{0.8 \sqrt{3}}{200} + \frac{1.2 \sqrt{3}}{400} \right) r \leq \frac{t}{2}$$

$$r = \frac{3}{4} \rightarrow 100t = (0.8 + 0.6) \frac{3}{4} \sqrt{3}$$

$$t = \frac{1.05 \sqrt{3}}{100} \times 1000 \text{ mm} = 18.2 \text{ mm}$$

پسند که به عنوان کلیه کلور سرامی داده شده است
 مقدار $t = 25 \text{ mm}$ انتخاب شده است.

لزم $\frac{1}{2}$

⑦

سؤال ۸۲

بسته به مقدار تنش کرنشی که در لبه های بالایی و پایینی اتفاق می افتد.
 $\sigma_m = 0$ $\sigma_a = \frac{(F \cdot 0.6) \cdot \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} b^4} = \frac{7200 \times 10^3}{b^3} \text{ mpa}$ ①
 * b باید به صورت میلی متر وارد شود.

* روش اول: استاندارد، فرمول های داخل قدرت سوال. $S_e = k_a k_b (0.9 S_{ut}) = 0.48 \times 0.85 \times \frac{770}{2}$
 $a = \frac{(0.83 \times 770)^2}{S_e}$

$$b = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{0.83 \times 770}{S_e} \right) \quad S_f = \sigma_f = \alpha (10^4)^b$$

این می باشد بعد جمله کثرت و بدون داشتن حساب سخت یا خنک است.

* روش دوم: تست

می دانیم که در ابتدا فقط تحت تنش های وارده به طور استاتیکی باید مقاومت کند. پس تا زمانی که $S_y < (\sigma_m + \sigma_a)$ است به طور استاتیکی و مانده نمی شود و علاوه بر آن چون قرار است 10^4 سیکل کار کند:

۱) اگر مقدار a از یک حدی کمتر باشد به طور استاتیکی و مانده می شود.

۲) اگر مقدار b از یک حدی بیشتر باشد با استیک به طور استاتیکی و مانده نمی شود ولی عمر آن به صورت تخمینی می یابیم.

پس کرنشی که در حالت استاتیکی و مانده می شوند حذف می شود (در این سوال هیچ کرنشی حذف نمی شود)

پس کرنش عدد ۱ اگر در رابطه ① جای گذاری کنیم برای S_e خواهیم داشت:

$$\text{کرنش ۱} \quad \sigma_a = 409 \text{ mpa}$$

$$\text{کرنش ۲} \quad \sigma_a = 168 \text{ mpa}$$

از اینجا واضح است که کرنش های دیگر حذف شده و کرنش ۱ جواب است.

اما برای کامل کردن این نوشته باید ذکر شود که کامل کرنش ۱ تا کرنش ۲ به قدری زیاد است که امکان تقریب زیاد است.

* البته در اولیای نگارش توجه کنید که در متن سوال با این سب و با این حجم میسای داد می شود، حتما راه حل تست برای آن وجود دارد و کرنش ها به خوبی داده می شوند که بتوان با جایگذاری آن ها تقریب مناسب بدست آورد.

سؤال ۸۳

بسته به تنش در $\sigma = 0$ اتفاق می افتد.

$$\sigma_r = \sigma_\theta \Big|_{r=0} = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 r_0^2 \quad \tau = 0$$

$$\tau_{max} = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 r_0^2 \quad \sigma_r = \sigma_\theta \Big|_{r=r_0} \rightarrow \text{تنش برش ماکزیمم} \rightarrow \text{مقدار ترسها}$$

$$\Rightarrow \tau_{max}, \tau_y \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8 \sigma_f}{(3+\nu) \rho}} \times \frac{1}{r_0}$$

کرنش ۱

۸

سوال ۸۸ $\sigma_{max} = \frac{100 \times 10^3}{hl} \text{ MPa}$ $(l, h) = \text{سایه}$ $\sigma_{min} = \frac{20 \times 10^3}{hl} \text{ MPa}$ $\sigma = \frac{F}{hl}$

$\sigma_m = \frac{60 \times 10^3}{hl} \text{ MPa}$; $\sigma_a = \frac{40 \times 10^3}{hl} \text{ MPa}$; $S_u = 427 \text{ MPa}$; $S_e = 81.82 \text{ MPa}$; $n = 2.5$

$\Rightarrow \frac{427}{2.5} = \frac{60 \times 10^3}{hl} + \frac{427}{81.82} \times \frac{40 \times 10^3}{hl} = \frac{10^3}{hl} \frac{(60 + 5.2 \times 40)}{268} \Rightarrow \frac{427}{2.5} = \frac{268 \times 10^3}{hl}$

$l = \frac{2.5 \times 268 \times 10^3}{427 \times 20} = 78.7 \text{ mm} \approx 79 \text{ mm}$ گزینه ۵

دقت کنید که نکته این سوال این است که اول لازم نیست S_e را تعیین دهید و فقط می‌توانید با تقریب انجام دهید. اگر تقریب قابل قبول باشد، بین گزینه‌ها استنباط می‌شود.

سوال ۸۹ ابتدا در گزینه‌ها نگاه می‌کنیم. گزینه ۱: لوله‌ای به ضخامت ۲۰ می‌دهد. پس حذف می‌شود.

گزینه ۲: کشش در اعصاب. چون ترک‌خوردگی داریم به خاطر هیچ‌کدام از این موارد سبب رانندگی نخواهد شد.

پس بین گزینه‌های ۳ و ۴ که محتمل‌تر است بررسی می‌کنیم.

گزینه ۳: $\sigma = \frac{F}{2 \times 20 \times 20}$ MPa
↓
ضخامت عضو تعداد عضو

$n = \frac{\sigma}{S_y} \Rightarrow n = \frac{F}{200 \times 490}$

گزینه ۴: $\sigma = \frac{F}{2 \times \frac{\pi}{4} (20)^2}$ MPa

$n = \frac{F}{200 \pi \times 420}$

از مقایسه‌ی ضرایب n متوجه می‌شویم که $n_{\text{بج}} < n_{\text{اعصاب}}$ (خرج‌شده اعصاب بیشتر است) پس هیچ‌کدام صحیح نیستند.

گزینه ۲

سوال ۹۰ $\sigma = \frac{F}{A}$; $A = 0.12 \times 0.05 = 0.01 \Rightarrow \sigma = 100F$ در مواردی داده شده دقت کنید.

* $K S_e$ یعنی $K b$ بر in^2 . پس مقدار F که می‌تواند در چوب طاق است ولی در صورت سوال در چوب b خراشیده.

* اطلاعات پس داده شده است یعنی از برش پس صرف نظر شده است پس تنش لوله‌ای در عضو حساب می‌کنیم.

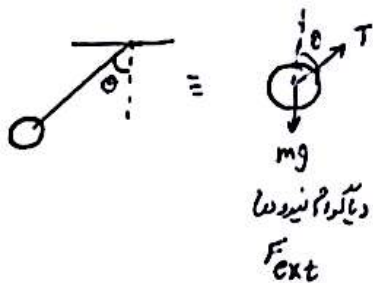
$\sigma_{max} = \frac{F}{A}$; $\sigma_{min} = 0 \Rightarrow \sigma_m = \sigma_a = \frac{F}{2A}$ استاتیکی : $\sigma_{max} = S_y \Rightarrow 100F = 110$

$\Rightarrow F = 1.1 \text{ klb}$, 1100 lb ; برای عمر بی‌نهایت : $S_e = k_e S'_e = \frac{1}{k_f} \times 0.5 S_{ut} = \frac{1}{4} \times 150$

برای عمر بی‌نهایت $\sigma_{max} \leq S_e$ پس : $\frac{F}{A} = S_e = \frac{1}{4} \times 150 \Rightarrow 100F = 37.5$

$F = 0.375 \text{ klb} = 375 \text{ lb}$ گزینه ۵

* یادتان باشد که در $S'_e = k_f k_a k_b k_c k_d k_e$ k_f حتماً فرجه‌ای که است اما این k_f که در صورت سوال ذکر شده باید در k_e حساب شود.



$$\odot \rightarrow ma$$

$$\sum F_{ext} = \sum F_{eff}$$

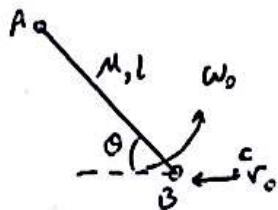
$$\text{در راستای } \alpha : T \sin \theta = ma \quad (1)$$

$$\text{در راستای } J : T \cos \theta = mg \quad (2)$$

$$(1) \div (2) \rightarrow \tan \theta = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \tan \theta$$

گزینه (۲)

پایه سوال ۹۲ فرض می‌کنیم علیه نقطه A ثابت است و B حول A دوران می‌کند پس B در جهت پاد ساعتگرد حول A دوران می‌کند. قانون پایستگی تکانه زاویه‌ای حول A می‌نویسیم.



$$\frac{1}{3} M l^2 \omega_0 + m v_0 l \sin \theta = \frac{1}{3} (M+m) l^2 \omega \quad (1)$$

مان علیه A حول A حساب کردیم. گمانه جسم c که فاصله عمودی از A فاصله کردیم.

جهت ω_0 و v_0 حول A یکجانبه هستند پس پاد ساعتگرد و دلخواه مثبت فرض کردیم.

$$(1) \rightarrow \frac{1}{3} M l^2 \omega_0 + (0.05 \text{ kg}) (\sqrt{50} l \omega_0) \sin 45 = \frac{1}{3} (1.05) l^2 \omega$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \omega_0 + 0.25 \omega_0 = \frac{1.05}{3} \omega \Rightarrow \omega = \frac{(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) 3}{1.05} \omega_0 = \frac{1 + 0.75}{1.05} \omega_0 = \frac{1.75}{1.05} \omega_0$$

نسبت به سمت راست یعنی در جهت پاد ساعتگرد (حول A) می‌چرخد. یعنی ω علیه ω_0 در جهت پاد ساعتگرد است. گزینه (۳)

پایه سوال ۹۳ میله به سطح مربع دایره مماس است. پس سرعت آن هم مماس

بر دایره دایره (یعنی عمود بر شعاع است). از هر دو سرعت عمودی رسم کرده تا مرکز آن دوران بدست آید.

(۱) ضلع روبه‌رو زاویه 30° در مثل قائم‌الزاویه، نصف وتر است (برای $\angle OAC$)

مقدار $OC = 3$ پس OA بدست می‌آید.

(۲) در مثل OAC زاویه $\hat{O}AC$ برابر 60° است پس زاویه $\hat{D}$ برابر 30° است. در این مثل AD ضلع روبه‌رو زاویه 30° ، نصف وتر است. OD و DC بدست می‌آید. پس مقدار AD نیز بدست می‌آید.

$$AD = 2\sqrt{3} \Rightarrow \omega_{CAD} = \frac{v_0}{2\sqrt{3}r} \quad ; \quad v_c = BD \omega_{AB} = 3r \times \frac{v_0}{2\sqrt{3}r} = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}$$

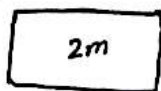
$$v_c = v_A + v_{c/A} \Rightarrow v_{c/A} = v_c - v_A = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i + \frac{1}{2} j \right) - v_0 i = \left(-\frac{1}{4} i + \frac{\sqrt{3}}{4} j \right) v_0$$

$$\omega_{AB} = \frac{|v_{c/A}|}{AC} = \frac{\frac{1}{2} v_0}{\sqrt{3}r} = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{v_0}{r}$$

گزینه (۲)

دقت کنید که ω_{CAD} و ω_{AB} برای یک‌دایره به کار برده.

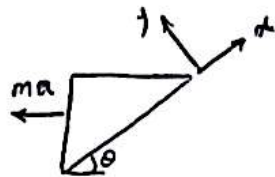
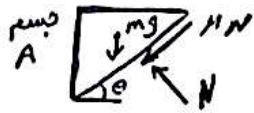
صفحه ۲



$$P = 2ma \Rightarrow ma = \frac{P}{2} \quad (1)$$

(۹۶)

ماده حرکت ندارد جهت موازی با سطح θ و عمود بر آن می نویسیم.



$$\sum F_{ext} = \sum F_{eff} \Rightarrow -\mu N - mg \sin \theta = -ma \cos \theta \quad (2)$$

$$\Rightarrow N - mg \cos \theta = ma \sin \theta \Rightarrow N = mg \cos \theta + ma \sin \theta \quad (3)$$

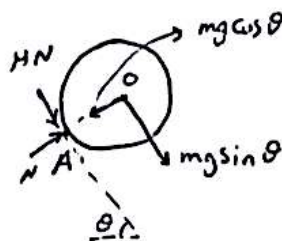
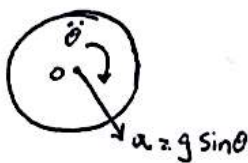
$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} \mu (mg \cos \theta + \frac{P}{2} \sin \theta) + mg \sin \theta = \frac{P}{2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2} (\cos \theta - \mu \sin \theta) = mg (\mu \cos \theta + \sin \theta) \Rightarrow P = 2mg \frac{(\mu \cos \theta + \sin \theta)}{(\cos \theta - \mu \sin \theta)}$$

گزینه ۴ یادمان باشد که $mg \cos \theta$ استیاب میباید. عموداً در حرکت می کشاید.

(۹۷) بلوک m با نیروی $mg \sin \theta$ بر روی سطح لغزنده استیاب کشیده می شود. برای اینکه نیروی اصطکاک وارد نشود باید استیاب هم استیاب خفای مرکز دایک $g \sin \theta$ باشد.

چون لغزش نداریم $\alpha = 0$.



$$\sum \tau_A = I_A \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta \cdot r = \frac{3}{2} mr^2 \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{2g \sin \theta}{3r}$$

$$\sum \tau_O = I_O \ddot{\theta} \Rightarrow \mu N \cdot r = \frac{1}{2} mr^2 \ddot{\theta} = \frac{1}{2} mr^2 \cdot \frac{2g \sin \theta}{3r} = \frac{1}{3} mg \sin \theta \cdot r$$

$$\sum F = 0 \text{ در راستای عمود بر سطح کشیدار} \Rightarrow N = mg \cos \theta \Rightarrow \mu mg \cos \theta \cdot r = \frac{1}{3} mg \sin \theta \cdot r$$

گزینه (۲)

$$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{1}{3} \tan \theta}$$

(۹۸) Pt از جنس کتان خفای است. در P به B نیرو وارد می کند خفای A و B به سمت v_B به طرف راست حرکت می کنند. جسم A حرکت غلتش خود را برخلاف جهت نیروی P آغاز می کند.

مرکز دایک A دارای سرعت است. کبی خفای برخلاف حرکت B و دایک غلتش.

$$Pt = (m_A + m_B) v_B - m_A r \dot{\theta} \quad (1)$$

پایاری کتان را دوراً حول نقطه C (نقطه تماس دایک A و صفحه B)

$$I_C \dot{\theta} - m_A v_B \cdot r = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} m_A r^2 \dot{\theta} = m_A v_B r \Rightarrow \boxed{\dot{\theta} = \frac{2v_B}{3r}} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} Pt = (m_A + m_B) v_B - m_A \left(\frac{2v_B}{3} \right) = v_B \left(\frac{1}{3} m_A + m_B \right) \Rightarrow \boxed{v_B = \frac{3Pt}{m_A + 3m_B}}$$

گزینه (۱)

سوال ۹۷

پایه سوال (۹۷) برای اینکه θ را هم در کوپله مقومه پایه سازه جرم یکون نقطه ای قرار بگیرد که با جابجایی δ_1 و δ_2 تغییر در راستای θ نداشته باشیم.

پس می توان به صورت دوبعدی در نظر گرفت

چون نیروی فنر متناسب با جابجایی آن است پس:



$$F_{s1} = F_{s2} \Rightarrow k_1 \delta_1 = k_2 \delta_2$$

$$\Rightarrow k_1 (L\theta) = k_2 (L_2\theta) \Rightarrow k_1 L_1 = k_2 L_2 \Rightarrow k_2 = \frac{1}{2} k_1$$

نکته ۲

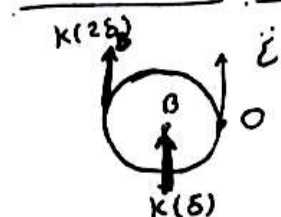
پایه سوال (۹۸) حول آن معادله حرکت می نویسیم.

تلف یک جرم است $I_0 \ddot{\theta}$

$$\sum M_O = I_0 \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow k(2\delta_B) \cdot 2r + k(\delta) r = 0$$

$$k(4\delta_B r) = -k(\delta_B - \delta_C) r \quad (1)$$



$\delta_B \rightarrow$ تغییر مکان نقطه B

$\delta_C \rightarrow$ تغییر مکان نقطه C

$\delta \rightarrow \delta_B - \delta_C$

$$\sum M_A = I_A \ddot{\theta} \Rightarrow -k(\delta) L = \frac{1}{3} m L^2 \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} m L^2 \ddot{\theta} = -kL(\delta_C - \delta_B) \quad (2)$$

پس معادله سوال ۱۲ را در نظر بگیریم.



$$(1) \rightarrow 4\delta_B = -\delta_B + \delta_C \Rightarrow \boxed{5\delta_B = \delta_C} \quad (*)$$

$$(*) \text{ in } (2) \rightarrow \frac{1}{3} m L^2 \ddot{\theta} = -kL(4\delta_B)$$

معادله را از یک جنس می کنیم. برای اینکه برابر با هم قرار دهیم θ حول A است. پس $\delta_B = \frac{\delta_C}{5}$ جایگذاری می کنیم. بهر آید $\theta = \frac{\delta_C}{L}$ خواهیم داشت.

$$\frac{1}{3} m L^2 \ddot{\theta} = -kL \left(\frac{4}{5} \delta_C \right) \Rightarrow \frac{1}{3} m L^2 \ddot{\theta} + \frac{4}{5} k L^2 \theta = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{12k}{5m}}}$$

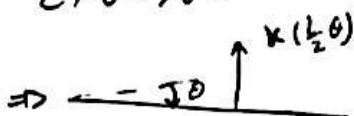
نکته ۱

پایه سوال (۹۹)

$$\sum M_O = I_0 \ddot{\theta}$$

$$I_0 = \underbrace{\frac{1}{12} m L^2}_{\text{مید}} + \underbrace{m \left(\frac{L}{2} \right)^2}_{\text{جرم دوری میله}} + m x^2$$

$$\left(\frac{1}{3} m L^2 + m x^2 \right) \ddot{\theta} = -k \left(\frac{L}{2} \theta \right) \frac{L}{2} = -k \frac{L^2}{4} \theta$$



$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3} m L^2 + m x^2 \right) \ddot{\theta} + k \frac{L^2}{4} \theta = 0 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

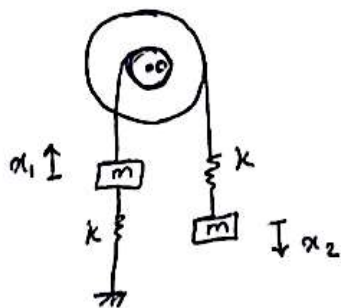
$$\omega_n^2 = \frac{k \frac{L^2}{4}}{\frac{1}{3} m L^2 + m x^2}$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 = \frac{k \frac{L^2}{4}}{\frac{1}{3} m L^2 + m x^2} \Rightarrow \frac{1}{3} m L^2 + m x^2 = \frac{k L^2}{16\pi^2} \Rightarrow m x^2 = \left(\frac{k}{16\pi^2} - \frac{1}{3} m \right) L^2$$

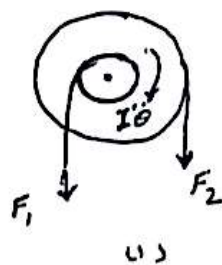
$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{k}{16\pi^2 m} - \frac{1}{3}} \cdot L$$

نکته (۴)

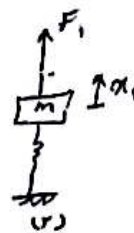
$\Sigma \tau = I \ddot{\theta}$



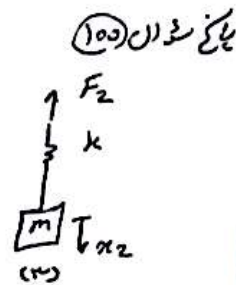
$\equiv$



+



+



$$(1) \quad m \ddot{x}_2 = -k(x_2 - 2x_1)$$

$$(2) \quad m \ddot{x}_1 = -kx_1 + F_1$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{2}mr^2\right) \ddot{\theta} = -F_1 \frac{r}{2} + k(x_2 - 2x_1)r$$

$\frac{x_1}{\frac{r}{2}}, \theta$

$$(3), (2) \rightarrow \left(\frac{1}{2}mr^2\right) \left(\frac{2\ddot{x}_1}{r}\right) + (m\ddot{x}_1 + kx_1) \frac{r}{2} = k(x_2 - 2x_1)r$$

$$\Rightarrow \left\{ \left(mr + \frac{mr}{2}\right) \ddot{x}_1 + \frac{5}{2}kx_1r - kx_2r = 0 \right.$$

$$(1) \rightarrow \left. \begin{matrix} m\ddot{x}_2 + kx_2 - 2kx_1 = 0 \end{matrix} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3m}{2} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{5}{2}k & -k \\ -2k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - m\omega^2 = 0 \Rightarrow \det \begin{bmatrix} \frac{5}{2}k - \frac{3}{2}m\omega^2 & -k \\ -2k & k - m\omega^2 \end{bmatrix} = 0 \quad \frac{1}{2}(5k - 3m\omega^2)(k - m\omega^2) = 0$$

$$\Rightarrow (5k - 3m\omega^2)(k - m\omega^2) = 0 \quad \rightarrow (20 - 3\omega^2)(4 - \omega^2) = 64$$

$$3\omega^4 - 32\omega^2 + 80 = 64 \Rightarrow 3\omega^4 - 32\omega^2 + 16 = 0 \quad \Delta' = (16)^2 - 3(16) = 16(19)$$

$$\omega^2 = \frac{16 \pm 4\sqrt{19}}{3} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{\frac{4 \pm \sqrt{19}}{3}}$$

(3) ω

منی ۵

$$\sum M_O = I_O \ddot{\theta} \quad \xrightarrow{\text{میدان چرخش}} I_O \ddot{\theta}$$

(۱۵)

الف) $F \times L - kL^2\theta - 4CL^2\dot{\theta} = 0 \Rightarrow$ ~~میدان چرخش~~ $F = kL\theta + 4CL\dot{\theta}$

Laplace: $F(s) = kL\theta(s) + 4CLs\theta(s) \Rightarrow \frac{\theta}{F} = \frac{1}{4CLs + kL} = \frac{1/L}{4\frac{3}{2}s + 3}$

$\Rightarrow \frac{3L\theta = Y}{F} = \frac{1}{1+2s}$

ب) $k(\pi L\theta)L - kL^2\theta - 4CL^2\dot{\theta} = 0 \Rightarrow kL\alpha = 2kL^2\theta + 4CL^2\dot{\theta}$

Laplace: $(2kL + 4CLs)\theta(s) = kX \Rightarrow \frac{3L\theta = Y}{X} = \frac{3}{2s + 2} = \frac{1.5}{s + 1}$

(۱۶)

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - k(x_1 - x_2)$$

m_1 جرم x_1

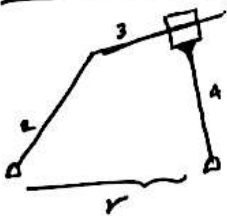
$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 + k(x_1 - x_2) + F_0 \sin \omega t$$

m_2 جرم x_2

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k)x_1 - kx_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + (k_2 + k)x_2 - kx_1 = F_0 \sin \omega t \end{cases}$$

نقشه (۱)

(۱۷)



سرکشی ۱/۲ مقدار خاصی ۴ و ۲ درون یک خط است.

$$r_2 \omega_2 e^{i\theta_2} + r_3 \omega_3 e^{i\theta_3} = r + r_4 \omega_4 e^{i\theta_4}$$

$$v_B + (v_C - v_B) = v_C + (v_C - v_C)$$

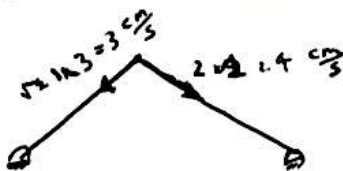
درک می‌دهم

$$\Rightarrow v_B - v_C = -(v_C - v_B) = v_B - v_C \quad \checkmark$$

نقشه (۲)

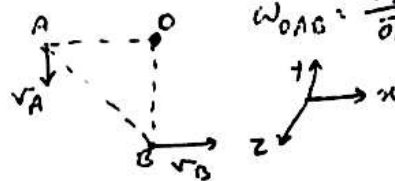
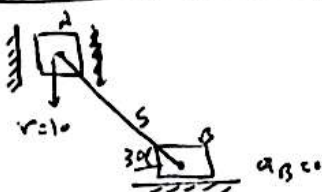
(۱۸)

پایه ۳، ۴ و ۵ در یک خط است.



نقشه (۳)

(۱۹)



$$\omega_{OAB} = \frac{v_A}{OA} = \frac{10}{7 \cos 30} = \frac{2}{\cos 30} \hat{k}$$

منی ۵

$$\sum M_O = I_O \ddot{\theta} \quad \xrightarrow{\text{میدان}} I_O \ddot{\theta}$$

(۱۵)

الف) $F \times L - kL^2\theta - 4CL^2\dot{\theta} = 0 \Rightarrow$ ~~میدان~~ $F = kL\theta + 4CL\dot{\theta}$

Laplace: $F(s) = kL\theta(s) + 4CLs\theta(s) \Rightarrow \frac{\theta}{F} = \frac{1}{4CLs + kL} = \frac{1/L}{4s + 3}$

$\Rightarrow \frac{3L\theta = Y}{F} = \frac{1}{1 + 2s}$

ب) $k(\pi L)\theta - kL^2\theta - 4CL^2\dot{\theta} = 0 \Rightarrow kL\alpha = 2kL^2\theta + 4CL^2\dot{\theta}$

Laplace: $(2kL + 4CLs)\theta(s) = kX \Rightarrow \frac{3L\theta = Y}{X} = \frac{3}{2s + 2} = \frac{1.5}{s + 1}$

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - k(x_1 - x_2)$$

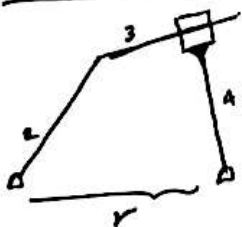
$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 + k(x_1 - x_2) + F_0 \sin \omega t$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k)x_1 = kx_2 \\ m_2 \ddot{x}_2 + (k_2 + k)x_2 - kx_1 = F_0 \sin \omega t \end{cases}$$

m_1 برای x_1
 m_2 برای x_2

(۱۴)

نقشه (۱)



$$r_2 \omega_2 e^{i\theta_2} + r_3 \omega_3 e^{i\theta_3} = r + r_4 \omega_4 e^{i\theta_4}$$

$$v_B + (v_C - v_B) = v_C + (v_C - v_C)$$

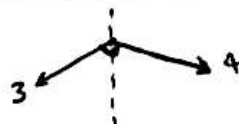
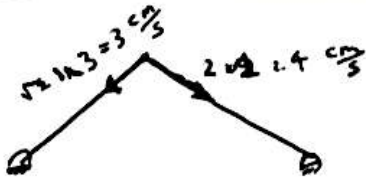
$$\Rightarrow v_B - v_C = -(v_C - v_B) = v_B - v_C \quad \checkmark$$

در نمودار

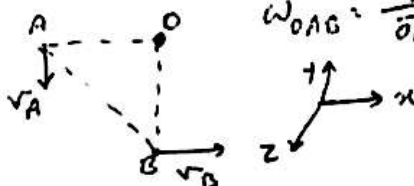
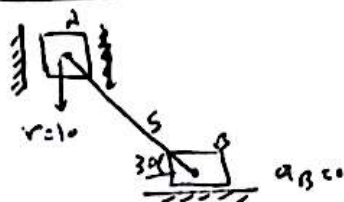
نقشه (۲)

برای ۳، ۴ و ۵ در نظر بگیرید.

نقشه ۳



$$\omega_{OAB} = \frac{v_A}{OA} = \frac{10}{7 \cos 30} = \frac{2}{\cos 30} \hat{k}$$



(۱۳)

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + (\vec{\alpha} \times \vec{r}) + 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

۱) انتخاب کریمین داریم، چون حرکت جسم B مقید است می توی که B نامرغود جای داده حرکت ندارد.

۲) عدد A در نظر گرفته شده است پس r از A به سمت B است.

$$\vec{0} = \alpha_A \hat{j} + \frac{2}{\cos 30} \hat{k} \times \left[\frac{2}{\cos 30} \hat{k} \times (\cos 30 \hat{i} - \sin 30 \hat{j}) \right] + 5 \alpha \hat{k} \times (\cos 30 \hat{i} - \sin 30 \hat{j})$$

$$\frac{10}{\cos 30} (\cos 30 \hat{j} + \sin 30 \hat{i})$$

$$\Rightarrow 0 = \alpha_A \hat{j} + \frac{20}{\cos^2 30} (-\cos 30 \hat{i} + \sin 30 \hat{j}) + 5 \alpha (\cos 30 \hat{j} + \sin 30 \hat{i})$$

$$\hat{i}: -\frac{20}{\cos 30} + 5 \alpha \sin 30 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{4}{\sin 30 \cos 30} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

$$\hat{j}: \alpha_A + \frac{10}{\cos^2 30} + 5 \alpha \cos 30 = 0 \Rightarrow \alpha_A = -\frac{10}{\frac{3}{4}} - 5 \times \frac{16\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{40}{3} - 40 = -\frac{160}{3}$$

به سمت پایین. گزینیه (۳)

۱۵۶) با قفل کردن عضو ۲ (عضوی حرکت نمیده که با یکدیگر) هیچ عضو دیگری نمی تواند حرکت کنند.

گزینه ۲

$$G(s) = \frac{k}{s^2(js+b)} \quad ; \quad H(s) = 1 \Rightarrow \frac{C}{R} = \frac{k}{s^2(js+b)+k}$$

$$1) E(s) = R(s) - C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{k}{s^2(js+b)+k} \times \frac{1}{s^2} \Big|_{s \rightarrow 0} = \frac{s^2(js+b) - k}{s^2[s^2(js+b)+k]} \Big|_{s \rightarrow 0} = \infty$$

$$2) \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \frac{k s}{s^2(js+b)} \times \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s(js+b)} = \infty$$

تایم تبدیل حلقه باز

گزینه (۳)

یادمان باشه اندک تفاوت بود از چه ما به س استفاده کنیم و ما به ی نام ترجیح دارد. * به شکل استقای دینی غایب مراجعه کنید.

۱۵۸) برای بررسی پایداری می توان از معادله GH استفاده کرد. یادمان

تعداد عضوهای سمت راست GH می شود ۱، پس تعداد درجه های قطب غرضه مایکروس آال باید بشود ۱. (حول ۱۹۵-)

گزینه ۱ صحیح است

یادمان باشه گزینیه ۲ را باید اول مثبت به محور Real قرینه کنیم و بعد تقیم بگیریم.

برای بررسی بیشتر دیدار کنید سایت کنترل به کانال @Mech-Source پیوندید.

۱۵۹) برای یافتن این سوال به دومین معروضه کنیم. در دومین تست در کانال @Mech-Source

$$1) \Rightarrow G(s), H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

$$\text{معادله مشخصه: } s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0 \quad | \quad s = j\omega \Rightarrow (j\omega)^3 + 3(j\omega)^2 + 2(j\omega) + k = 0$$

سفر γ

$$-3\omega^2 + k = 0 \Rightarrow \omega = \pm \sqrt{\frac{k}{3}}$$

$$-\omega^3 + 2\omega = 0 \Rightarrow \omega = 0, \pm \sqrt{2} \rightarrow \text{ماتریسی در مایل بالا}$$

$$k = 6$$

نقطه بدست می آید:

معیار پایداری رات (۷)

$$\begin{matrix} s^3 & 2 \\ s^2 & 3 \\ s^1 & \frac{6-k}{3} \\ s^0 & k \end{matrix}$$

برای اینکه محدوده مکان هندسی، محور موهومی را قطع کند باید یک مسطح تمام شود

در وسط آزادی رات داشته باشیم یعنی: $\frac{6-k}{3} = 0 \Rightarrow k = 6$

$$3s^2 + k = 0 \Rightarrow 3s^2 + 6 = 0 \Rightarrow s = \pm \sqrt{2}j$$

میشود از معادله کلی بدست آمده از شرط دوم استفاده می کنیم یعنی: برای رولون های قستی به دنبال مراجعه کنید.

(10)

در این محدوده اولین بخش که به از خط ثابت وجود دارد خطی؛ شیب 40 است. پس باید در صورت (s) یک عبارت از مرتبه 2 (یعنی توان 2 باشد) داشته باشیم. با مقدار $\frac{1}{T} = 0.2$ * زمان تا مغزوی بدین سوال زیر 20 ثانیه.

کدامین 1. برای پایداری محدوده برای کنترل به دنبال @ Meek-Source پیوندید.
برای پرسش و پادگی کلمات کندهی، فایل های قرار داده خواهد شد که در آن کلمات سوالات یا کنکورها همراه با توضیح قرار دارد.

پاسخ سوال ۱۰۷ با فرض $z=2$ و $b=3$.

