

KOMBINATORIKA ELEMENTLARI

Kombinatorika matematikaning biror to'plam elementlarini qandaydir shartlar asosida tanlash va joylashtirish haqidagi bo'limidir.

Qoidalar: 1. QO'SHISH: A; B; ... to'plamlar elementlari soni a; b; ... bo'lsa, jami tanlashlar soni $a+b+...$ bo'ladi.

Mashq: a) A guruhda 15 ta B guruhda 20 ta bola bor. Ulardan bitta bolani necha usulda tanlash mumkin?

Yechish: $15+20=35$. **Javob:** 35.

b) Bir savatda 20 ta ikkinchisida 13 ta olma bor. Ulardan bitta olmani necha usulda tanlash mumkin?

Yechish: $20+13=33$. **Javob:** 33.

c) 1, 2, 3, 4 va 5 raqamlaridan necha xil ikki xonali son tuzish mumkin?

Yechish: har bir raqam o'nlar xonasida bo'lgan ikki xonali sonlar 5ta. (11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, ...)

Jami: $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ ta **Javob:** 25

2. KO'PAYTIRISH: A to'plam elementlari n ta, B to'plam elementlari m ta bo'lsa, ulardan bittadan olib tuzilgan juftliklar soni $n \cdot m$ ta bo'ladi.

Mashq: a) Sinfda 12 ta o'g'il bola va 16 ta qiz bola bor. Ulardan bir o'g'il bola va bir qiz boladan iborat juftlikni necha xil usulda tanlash mumkin?

Yechish: $12 \cdot 16 = 192$. **Javob:** 192.

b) Do'konda 6 xil olma 5 xil uzum va 4 xil nok bor. Ularning har biridan 1 kg dan jami 3 kg mevani necha usulda tanlash mumkin?

Yechish: $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ **Javob:** 120.

c) Necha 4 xonali sonda faqatgina 1 ta 5 raqami bor?

Yechish: 5 raqami birinchi o'rinda bo'lsa, qolgan o'rinlarda $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$ xil holat bo'ladi. 5 raqami ikkinchi o'rinda bo'lsa, qolgan o'rinlarda $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ xil holat bo'ladi (birinchi honada 0 mumkin emas). Xuddi shunday 5 raqami uchinchi o'rinda bo'lsa, qolgan o'rinlarda $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ xil holat bo'ladi va 5 raqami to'rtinchi o'rinda bo'lsa, qolgan o'rinlarda $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ xil holat bo'ladi.
Jami: $729 + 648 + 648 + 648 = 2673$ **Javob:** 2673

TAKRORSIZ O'RIN ALMASHTIRISHLAR.

n ta elementdan tuzilgan o'rin almashtirishlar soni $P_n = n!$ ga teng bo'ladi. (bunda $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$)

Mashq: a) 6 ta odamni 6 ta stulga nech xil o'tqizish mumkin?

Yechish: $P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$. **Javob:** 720.

b) 5 ta xatni 5ta konvertga necha xil usulda joylash mumkin?

Yechish: $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. **Javob:** 120.

c) 4 ta kitobni 4 ta bolaga necha usulda tarqatish mumkin?

Yechish: $P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. **Javob:** 24.

TAKRORSIZ O'RINLASHTIRISHLAR.

Ta'rif: m ta elementdan tuzilgan takrorsiz o'rinlashtirish deb shu elementlardan k tadan tuzilgan o'rinlashtirishlarga aytiladi va A_m^k kabi belgilanadi. $A_m^k = m(m-1)(m-2) \cdots (m-k+1)$.

Mashq: a) 30 ta o'quvchisi bor sinfdan boshliq, yordamchi va kotibni necha usulda saylash mumkin?

Yechish: $A_{30}^3 = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$. **Javob:** 24360

b) 8 ta turli kitobdan 4 tasini necha usulda tanlash mumkin?

Yechish: $A_8^4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$. **Javob:** 1680.

c) To'rtta elementdan takrorlanmaydigan nechta juftlik tuzish mumkin?

Yechish: $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$. **Javob:** 12. (ab; ac; ad; ba; bc; bd;

ca; cb; cd; da; db; dc.)

TAKRORSIZ KOMBINATSIYALAR.

Ta'rif: m ta elementli X to'planning k ta elementli qism to'plamlari shu elementlardan k tadan olib tuzilgan takrorsiz kombinatsiyalari deyiladi va C_m^k kabi belgilanadi.

$$C_m^k = \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots k} \quad \text{yoki} \quad C_m^k = \frac{A_m^k}{k!}.$$

Mashq: a) 4 ta a, b, c, d elementlardan 2 tadan olib tuzilgan har xil guruhlar soni nechta?

Yechish: $C_4^2 = \frac{4\cdot 3}{1\cdot 2} = 6$ **Javob:** 6. ($\{a,b\}; \{a,c\}; \{a,d\}; \{b,c\}; \{b,d\} \{c,d\}$)

b) 20 o'quvchidan 3 kishilik qo'mitani necha usul bilan tanlash mumkin?

Yechish: $C_{20}^3 = \frac{20\cdot 19\cdot 18}{1\cdot 2\cdot 3} = 1140$ **Javob:** 1140 .

c) A, B, C, D va E nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotadi. Necha kesma hosil bo'ladi?

Yechish: $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$ **Javob:** 10 .

c') A, B, C, D va E nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotadi. Nechta nur hosil bo'ladi?

Yechish: $A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$ **Javob:** 20 .

TAKRORLI O'RIN ALMASHTIRISHLAR.

Ta'rif: takrorsiz o'rin almashtirishlar deb tarkibida a_1 harfi k_1 marta, a_2 harfi k_2 marta,, a_m harfi k_m marta qatnashuvchi va uzunligi $k = k_1 + k_2 + \dots + k_m$ bo'lgan har qanday k talikka aytiladi. Ular soni $P(k_1, k_2, \dots, k_m)$ kabi

belgilanadi.
$$P(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_m!}.$$

Mashq: 3 ta a , 2 ta b va 1 ta c lardan nechta 6 talik so'z tuzish mumkin?

Yechish:
$$P(3, 2, 1) = \frac{6!}{3! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{720}{6 \cdot 2 \cdot 1} = 60$$
 Javob: 60

TAKRORLI O'RINLASHTIRISHLAR.

Ta'rif: m elementli X to'planning elementlaridan tuzilgan va kompotentalari takrorlanadigan k taliklar m elementdan k tadan olib tuzilgan takrorli o'rinlashtirishlar deyiladi va $\bar{A}_{m,k}^k$ kabi belgilanadi. $\bar{A}_{m,k}^k = m^k$.

Mashq: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 raqamlaridan nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish: $\bar{A}_9^3 = 9^3 = 729$ **Javob:** 729 .

TAKRORLI KOMBINATSIYALAR.

Ta'rif: har biri m turning biriga tegishli n ta elementdan

tuzilgan tartiblanmagan to'plamga har xil m ta elementdan n

tadan olib tuzilgan takrorlanadigan kombinatsiyalar deyiladi va

ular soni f_m^n kabi belgilanadi. $f_m^n = C_{m+n-1}^n$

Mashq: a) 4 ta a, b, c, d elementlardan 2 tadan olib tuzilgan elementlari takrorlanuvchi har xil guruhlar soni nechta?

Yechish: $f_4^2 = C_{4+2-1}^2 = C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$ **Javob:** 10.

($\{a,a\}; \{a,b\}; \{a,c\}; \{a,d\}; \{b,b\}; \{b,c\}; \{b,d\}; \{c,c\}; \{c,d\}; \{d,d\}$)

NYUTON BINOMI

$$(x+a)^n = C_n^0 \cdot x^n + C_n^1 \cdot x^{n-1} \cdot a + C_n^2 \cdot x^{n-2} \cdot a^2 + \dots + C_n^n \cdot a^n$$

$$\text{bunda } C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots k}$$

Xossasi:

$$1. C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$2. C_n^k = C_n^{n-k} \quad \text{m: } C_{11}^3 = C_{11}^8$$

Mashq: 1)

$$(x+1)^5 = C_5^0 \cdot x^5 + C_5^1 \cdot x^4 + C_5^2 \cdot x^3 + C_5^3 \cdot x^2 + C_5^4 \cdot x + C_5^5 =$$
$$x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

2. $(x+a)^{12}$ ni ko'phad ko'rinishiga keltirgandagi 5- hadining koeffitsiyentini toping.

Yechish: $C_{12}^4 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 495$ **Javob:** 495.

3. $(x+a)^{18}$ ni ko'phad ko'rinishiga keltirgandagi 16- hadining koeffitsiyentini toping.

Yechish: $C_{18}^{15} = C_{18}^3 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 816$ **Javob:** 816.

Mustaqil ish

1. To'rt xil bolt va uch xil gaykadan bittadan olib necha xil juftlik tuzish mumkin? **(12)**
2. 2 ta kitob, 3 ta daftar va 4 ta qalam bor. Ulardan bittadan olinib necha xil komplektlar tuzish mumkin? **(24)**
3. 5 ta har xil daftarni uch bola o'rtasida necha xil usul bilan taqsimlash mumkin? **(243)**
4. 7 ta kitobni 7 ta bolaga necha usul bilan tarqatish mumkin? **(7!)**
5. Telefon stansiyasi mijozlarining uy telefon raqamlari 7 xonali sonlardan iborat va 524 sonidan boshlanadi. Shu stansiya nechta mijozga xizmat ko'rsatishi mumkin? **(10000)**.
6. Hech bir uchtasi bitta umumiy nuqtaga ege bolmaydigan va o'zaro kesishadigan 4 ta to'g'ri chiziq tekislikni nechta qismga ajratadi? **(11)**
7. Stolda olma, nok, o'rik va uzum bor. 2ta turli mevani necha xil usulda olish mumkin? **(6)**

8. 20 kishidan 4 vakilni necha usul bilan tanlash mumkin?

(4845)

9. Bitta aylanada yotgan 5ta nuqta ustidan nechta vatar o'tkazish mumkin? (10)

10. Hisoblang: a) $C_{12}^4 = ?$ b) $C_{10}^3 + C_8^7 = ?$ (495, 68)

11. Buxorodan Toshkentga 4 usulda (samolyot, poyezd, avtobus, yengil mashi- na) , Toshkentdan Pskentga 2 usulda (avtobus, yengil mashina) borish mumkin. Buxorodan Pskentga Toshkent orqali necha usulda borish mumkin? (8)

12. 21ta har xil harf va 10 ta turli raqamdan tarkibida avval 3 ta harf, ulardan keyin ikki raqam bo'ladigan nomerlardan nechta tuzish mumkin. (926100)

13. $(x+a)^{15}$ ni ko'phad ko'rinishiga keltirgandagi 6- hadining koeffitsiyentini toping. (5005)

14. $(x+a)^{20}$ ni ko'phad ko'rinishiga keltirgandagi 17- hadining koeffitsiyentini toping. (1140)

15. Barcha raqamlardan foydalanib necha xil 6 xonali son yozish mumkin? (900000)

16. 4 xil kitobdan necha usul bilan 7 ta kitobdan iborat to'plam tuzish mumkin? (120)

17. *Sakkizoyoq oyoqlariga avval paypoq so'ng tufli kiygizish kerak. Buni necha usulda amalga oshirish mumkin? (2 · 8!)*

18. 6 ta manzilga 6 ta xatni 2 ta xat tashuvchi olib borishi kerak. Ular bu ishni necha usulda bo'lib olishlari mumkin? (62)

19. *1, 2, 3,, 9 raqamlaridan nechta turli raqamli 5 xonali son tuzish mumkin? (15120)*

20. Sinfdagi 10ta bolaning har biri 9 ta qiz sinfdoshiga gul sovg'a qildi. Agar har bir qiz bola 5 ta gul olgan bo'lsa, sinfda nechta qiz bor? (18)

21. *Shaxmat musobaqasida 17 sportchi qatnashdi. Ular o'zaro bir martadan o'ynashlari kerak edi. Musobaqa davomida bir sportchi kasal bo'lib ketib qoldi. Natijada jami 130 ta o'yin o'ynaldi. Ketib qolgan shaxmatch nechta o'yin o'ynagan? (10)*

22. Bir kunlik dars jadvalida turli fanlar bo'yicha 3 ta dars bor. 11 ta fandan iborat bo'lgan shunday jadvallar sonini toping. (990)

23. 11 ta ishchidan 4 kishidan iborat brigadani necha usulda tuzish mumkin? **(330)**

24. 12 elementdan iborat to'plamning nechta 4 ta harxil elementli qism to'plami mavjud? **(495)**

25. Resurs markazda 30 ta kompyuter bo'lib, ularning ba'zilari o'zaro kabellar orqali bog'langan. Agar har bir kompyuterdan 6 ta kabel chiqqan bo'lsa, nechta kabel ishlatilgan? **(90)**

26. 169 dan kichik va u bilan o'zaro tub bo'lmagan nechta natural son mavjud? **(13)**

27. 10 nafar pochta xodimlaridan har biri 12 ta pochta qutisiga gazeta soldi. Ma'lumki har bir pochta qutisiga 5 ta gazeta solindi. Jami bo'lib nechta pochta qutisi bor? **(24)**

28. Hikmat bobo qarib qolganligi sababli hovlisidagi 108 qop yong'oqni omborga tashish uchun nevaralarini ishga chaqirdi. Nevaralari kelib juft-juft bo'lib bo'linishdi va har bir juftlikka 3 ta qop to'g'ri keldi. Hikmat boboning nechta nevarasi ishga kelgan? **(72)**

29. O'yin boshlanganda 10 nafar voleybol o'yinchidan nechta usul bilan 6 nafarini o'yinga tushirish mumkin? (210)

30. Yozuvida hech bo'lmaganda bitta juft son bo'lgan 6 xonali sonlar nechta? (900000 - 56 = 884375)

31. 3ta oq, 4 ta ko'k va 2ta qora shardan bir nechta sharni shunday tanlangki, ular orasida oq, ko'k va qora shar bolsin. Shunday tanlashlar soni nechta bo'ladi? (315)

$$\left((C_3^1 + C_3^2 + C_3^3) \cdot (C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4) \cdot (C_2^1 + C_2^2) = 315 \text{ ta.} \right)$$

A. K. KILICHOV