

دفترچه

شماره

۳



دفترچه شماره ۳

آزمون ۵ اردیبهشت ماه ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم تجربی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۶۰ دقیقه	۴۵ سؤال
۲	زمین شناسی	۱۵	۱۴۱	۱۵۵		۶۰ دقیقه

این آزمون نمره منفی دارد

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{-8 \times 27^{\frac{2}{3}}}{-3\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{-2^3 \times 3^2}{-3 \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{-2^3 \times 3^2}{-3 \times 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{5}{6}}} = 4 \times 3^{\frac{5}{6}}$$

- (۱) $-\frac{12}{\sqrt{3}}$
(۲) $-\frac{12\sqrt{3}}{9}$
(۳) $12\sqrt{3}$ ✓
(۴) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

۱۱۲- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که اولین عدد هر دسته مربع کامل باشد:

$\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7, 8\}, \{9, 10, \dots, 15\}, \dots$

میانگین سه عدد آخر دسته دهم کدام است؟

$\{100, \dots, 118, 119, 120\}$ دسته دهم

- (۱) ۱۱۷
(۲) ۱۱۸
(۳) ۱۱۹ ✓
(۴) ۱۲۰

۱۱۳- در یک دنباله هندسی صعودی، $\alpha_1 = 2m$ ، $\alpha_2 = m-1$ و $\alpha_7 = m - \frac{1}{4}$ است. جمله بیست و پنجم چند برابر جمله شانزدهم است؟

$$(m-1)^2 = (m-\frac{1}{4})(2m) \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 2m^2 - \frac{1}{2}m$$

$$m^2 + \frac{1}{2}m - 1 = 0 \rightarrow m = \frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1 \text{ و } m = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$$

$$q = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_{25}}{a_{17}} = q^8 = (q^2)^4 = 2^4 = 16$$

- (۱) $\frac{9}{4}$
(۲) $\frac{27}{64}$ ✓
(۳) $\frac{1}{8}$
(۴) $-\frac{1}{8}$

۱۱۴- حاصل ضرب ریشه‌های معادله رادیکالی $\sqrt{3x^2+x-1} + \sqrt{3x^2+x-3} = 2$ کدام است؟

$$\sqrt{t-2} = \sqrt{t} - \sqrt{t}$$

$$t-2 = t - 2\sqrt{t} + t$$

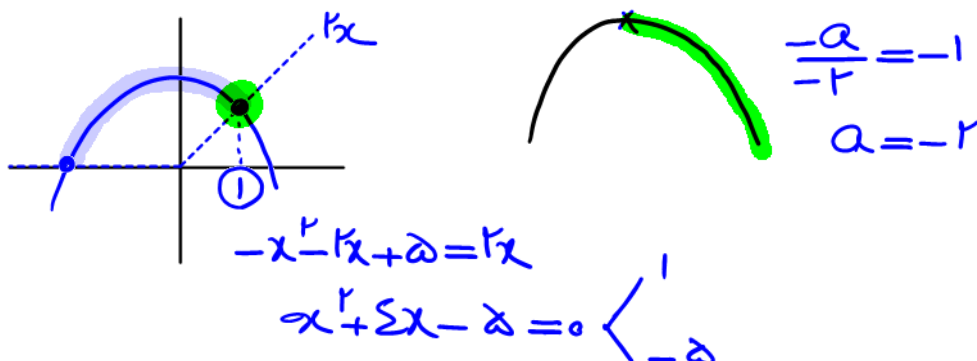
$$-2 = -2\sqrt{t} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$$

$$\begin{cases} 3x^2+x-1 = \frac{9}{16} \\ 3x^2+x-\frac{13}{5} = 0 \end{cases}$$

$$P = -\frac{13}{16}$$

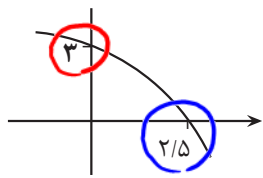
- (۱) $-\frac{7}{6}$
(۲) $-\frac{13}{12}$ ✓
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) $\frac{17}{16}$

۱۱۵- بازه $[-1, 1]$ بزرگ‌ترین بازه ای است که در آن نمودار تابع $y = -x^2 + x + 5$ نزولی بوده و از تابع $y = x + |x|$ بالاتر است. حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟



- (۱) -۷
(۲) ۱
(۳) -۱ ✓
(۴) ۳

۱۱۶- شکل مقابل نمودار تابع $y = c + \log_r^{ax+b}$ است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



$$\left. \begin{aligned} c + \log_r b &= 3 \\ c + \log_r (5a+b) &= 0 \end{aligned} \right\} \log_r \frac{b}{5a+b} = 3 \Rightarrow \frac{b}{5a+b} = r^3$$

$$b = 5a + 1b \rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{5}$$

(۴) $-\frac{9}{20}$

(۳) $-\frac{7}{20}$ ✓

(۲) $\frac{9}{20}$

(۱) $\frac{7}{20}$

۱۱۷- اگر نمودار تابع $y = -\sqrt{x-1} + 1$ از نقطه $(-1, 10)$ بگذرد، کدام نقطه زیر قطعاً روی نمودار تابع $y = \frac{1}{4}f(2x+1)$ قرار ندارد؟

(۱) $(-2, \frac{3}{4})$

(۲) $(1, 3)$

(۳) $(-1, \frac{3}{4})$ ✓

(۴) $(0, 3)$

$f(-3) = 3 \leftarrow f^{-1}(3) = -3$

۱۱۸- اگر داشته باشیم $f(\sin x) = 1 + \cos^2 x + \cot^2 x$ ، آنگاه حاصل $f(\frac{1}{4}) - f(\frac{3}{4})$ کدام است؟ آزمون وی ۱ پی

$$f(\sin x) = 1 - \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$f(x) = 1 - x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$f(\frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{16} + 16 = \frac{255}{16}$

$f(\frac{3}{4}) = 1 - \frac{9}{16} + \frac{16}{9} = \frac{101}{36}$

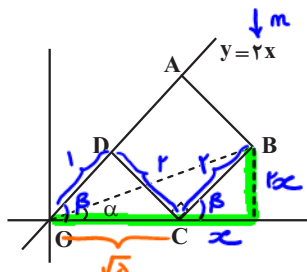
(۱) $\frac{101}{36}$

(۲) $\frac{85}{12}$ ✓

(۳) $\frac{89}{9}$

(۴) $\frac{356}{18}$

۱۱۹- در شکل مقابل OA بر روی خط $y = 2x$ قرار دارد. در صورتی که ABCD مربع باشد، مقدار $\tan(\alpha)$ کدام است؟



$$\begin{aligned} rx' + x' &= r' \\ x' &= \frac{r'}{2} \\ x &= \frac{r\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{r\sqrt{2}}{2}}{\frac{r\sqrt{2}}{2}} = 1$$

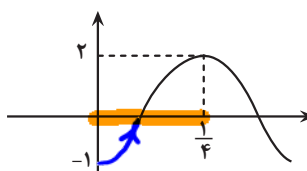
(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{7}$

(۱) $\frac{4}{7}$ ✓

$$\cos \alpha = 1 - r \sin \alpha$$



$$y = -\frac{a}{r} \cos(b\pi x) + \frac{a}{r} + c$$

$$y = c + a \left(\frac{1 - \cos(b\pi x)}{r} \right)$$

$a = 3, c = -1, b = \pm 1$

(۴) فقط یک

(۳) ± 1

(۲) فقط ۲

(۱) ± 2 ✓

۱۲۰- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^2 x \cdot \sin x = \sin^2 x$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

(۱) ۴ ✓

(۲) ۲

(۳) ۶

(۴) ۳

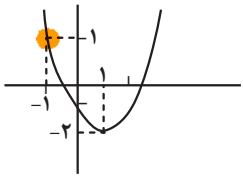
$$\sin^2 x = \sin x$$

$$x = k\pi + x \Rightarrow x = k\pi$$

$$x = k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{(k+1)\pi}{2}$$

$x = 0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

۱۲۲- شکل زیر نمودار سهمی $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|f(x)|}{f(x+2)}$ چند برابر $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{f(x)}$ است؟



$$y = a(x-1)^2 - 2$$

$$1 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|f(x)|}{f(x+2)} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

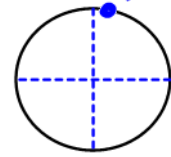
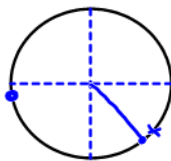
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

۱۲۳- از بین حدهای زیر، حاصل چند حد برابر $-\infty$ است؟ [] ، نماد جزء صحیح است.

(الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\sin x - \cos x]}{\sin 2x} = \frac{[-1]}{0^+} = -\infty$

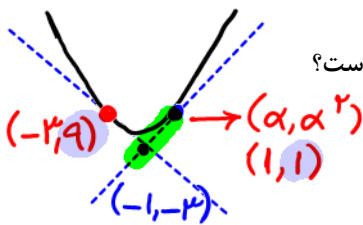
(ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{[\tan^{-1} x]}{\tan x} = \frac{[-1]}{0^+} = -\infty$

(ج) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{[\frac{2x}{\pi}] + 3}{\cos x} = \frac{[-1] + 3}{0^-} = \frac{2}{0^-} = -\infty$



۱۲۴- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} - [x] & x < 2 \\ a & x = 2 \\ 2 & x > 2 \end{cases}$ پیوسته است؟ [] ، نماد جزء صحیح است.

$$x=2 \begin{cases} 2-1 \\ a \\ 2 \end{cases}$$

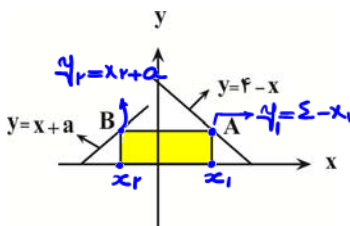


۱۲۵- مجموع عرض‌های نقاط تماس در خطوط مماس بر منحنی $y = x^2$ که از نقطه $A(-1, -2)$ می‌گذرند، کدام است؟

$\alpha^2 + 3 = 2\alpha \Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha - 3 = 0$

$\alpha + 1 = -3$

۱۲۶- یک ضلع مستطیل واقع بر محور x و دو رأس دیگر آن، یکی بر روی خط $y + x = 4$ در ناحیه اول و دیگری بر روی خط $y = x + a$ در ربع دوم قرار دارد. اگر بیشترین مساحت مستطیل ۱۸ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟



$$S = (x_1 - x_2)(x_2 - x_1)$$

$$= (x_1 + a - x_2)(x_2 - x_1)$$

$$x_2 = 4 - a, x_1 = 4$$

$$x_2 + a = x_1 \Rightarrow x_2 = x_1 - a$$

$$x_2 = 4 - a, x_1 = 4$$

$$x_2 + a = x_1 \Rightarrow x_2 = x_1 - a$$

$$x_2 = 4 - a, x_1 = 4$$

۱۲۷- اگر میانگین و واریانس داده‌های a و $a+2$ و $a+4$ و $a+6$ با یکدیگر برابر باشند، انحراف معیار داده‌های a و $2a$ و $3a$ و $4a$ و $5a$ کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{2a + 4a + 6a + 8a + 10a}{5} = 4a$$

$$s^2 = \frac{1}{5} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} (2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2) = 20$$

$$s = 2\sqrt{5}$$

$$\bar{x} = \frac{2a + 4a + 6a + 8a + 10a}{5} = 4a$$

$$s^2 = \frac{1}{5} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} (2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2) = 20$$

$$s = 2\sqrt{5}$$

۱۲۸- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز می توان نوشت، به طوری که مجموع ارقام آن زوج باشد؟

$$\frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3} \frac{4}{4} = 24$$

$$\frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3} \frac{4}{4} = 24$$

$$\frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3} \frac{4}{4} = 24$$

- (۱) ۸۶۴
(۲) ۸۸۸
(۳) ۹۱۲ ✓
(۴) ۹۳۶

۱۲۹- اگر در پرتاب ۲ تاس مجموع اعداد رو شده اول باشد، با چه احتمالی اندازه اختلاف اعداد رو شده کوچکتر یا مساوی ۱ است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{5}{7}$
(۳) $\frac{3}{5}$ ✓
(۴) $\frac{2}{7}$

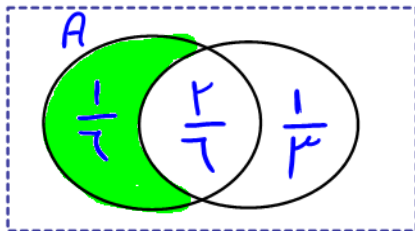
$$\frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3} \frac{4}{4} = \frac{9}{15}$$

(۱,۱) ← (۱,۲) (۲,۳) (۳,۴) (۴,۵) (۵,۶) (۶,۷) (۷,۸)
(۲,۱) (۳,۲) (۴,۳) (۵,۴) (۶,۵) (۷,۶) (۸,۷)

۱۳۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم: $P(A) = 2P(A-B) = \frac{1}{4}$ ، احتمال رخ دادن حداقل یکی از

پیشامدها کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{6}$
(۲) $\frac{4}{6}$
(۳) $\frac{5}{6}$ ✓
(۴) $\frac{7}{12}$



$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

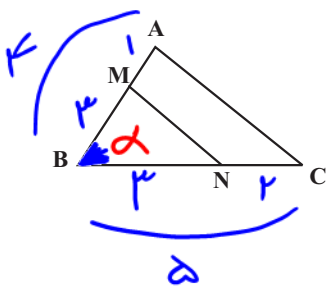
۱۳۱- نقطه A روی خط $y = x - 1$ قرار دارد و فاصله اش از خط $3x + 4y - 1 = 0$ برابر یک است. قریبه A نسبت به خط $y = x$ کدام می تواند باشد؟

$$\frac{|3x + 4y - 1|}{5} = 1 \Rightarrow |3x + 4y - 1| = 5$$

$$\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 5 \\ 3x + 4y - 1 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 6 \\ 3x + 4y = -4 \end{cases}$$

- (۱) (-۱, ۰) ✓
(۲) (۰, -۱)
(۳) (۱, -۱)
(۴) (-۱, ۱)

۱۳۲- در شکل داده شده، $AB = 4AM$ و $BC = \frac{5}{4}NC$ است. مساحت مثلث BMN چند برابر مساحت مثلث ABC می باشد؟

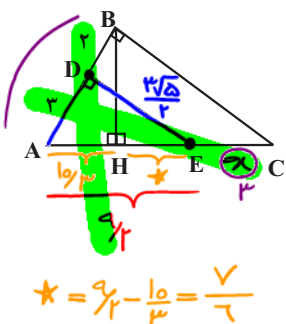


$$\frac{AB}{AM} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{BMN}{ABC} = \frac{1}{20}$$

- (۱) $\frac{2}{20}$
(۲) $\frac{9}{20}$ ✓
(۳) $\frac{6}{20}$
(۴) $\frac{3}{20}$

۱۳۳- در مثلث قائم الزاویه مقابل، اگر $BC \parallel DE$ و $DE = \frac{3\sqrt{5}}{4}$ و ارتفاع وارد بر وتر باشد، اندازه EH کدام است؟



$$\frac{1}{4} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AE = \frac{3}{4}$$

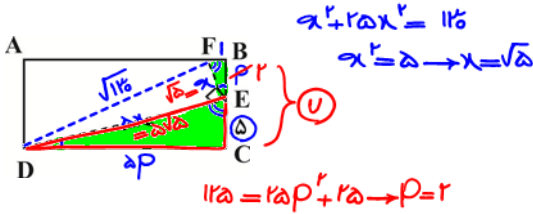
$$AC = 3 \Rightarrow x = 3$$

$$AH = \frac{10}{4}$$

$$EH = \frac{3}{4} - \frac{10}{4} = \frac{7}{4}$$

- (۱) ۱
(۲) $\frac{7}{6}$ ✓
(۳) $\frac{3\sqrt{5}}{6}$
(۴) $\frac{5\sqrt{5}}{6}$

۱۳۴- در مستطیل ABCD، $DE = \delta FE$ و $DF = \sqrt{130}$ می باشد AD کدام است؟



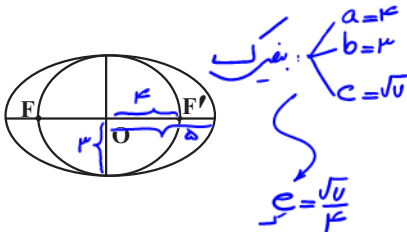
۱ (۴)

۷ (۳) ✓

۵ (۲)

۲ (۱)

۱۳۵- مطابق شکل داخل یک بیضی به کانون های F و F'، بیضی کوچکتری به قطر کانونی FF' قرار گرفته است. اگر خروج از مرکز بیضی بزرگ $\frac{4}{5}$ باشد، خروج از مرکز بیضی کوچک کدام است؟



$\frac{\sqrt{1}}{5}$ (۴)

$\frac{\sqrt{7}}{4}$ (۳) ✓

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۳۶- مجموع اعضای برد تابع $f = \{0, b)(b, 4)(b^2 - 4b + 4)(2, 3)\}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} b^2 - 4b + 4 &= b \\ b^2 - 4b + 4 &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=4 \end{cases} \rightarrow \{1, 4, 1, 3\} \rightarrow 9$$

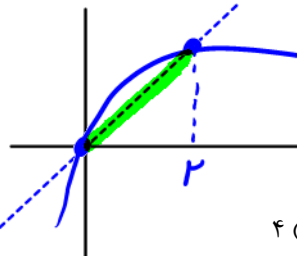
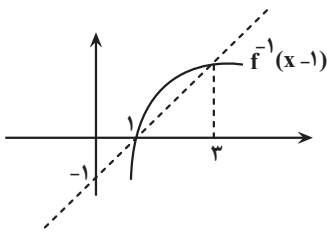
۹ (۱)

۸ (۲)

۷ (۳) ✓

۱۱ (۴)

۱۳۷- اگر نمودار تابع $y = f^{-1}(x-1)$ به صورت زیر و دامنه تابع $y = \sqrt{x-f(x)}$ برابر $[a, b]$ باشد، مقدار $b+a$ کدام است؟ (تابع f یکنوا است.)



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

۱۳۸- به ازای کدام مجموعه ی مقادیر m ، از معادله ی $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می شود؟

$$m=1 \rightarrow x - 2\sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0 \rightarrow 0, 4$$

$m > 1$ (۱)

$m < 1$ (۲)

$1 \leq m < 2$ (۳) ✓

هیچ مقدار m (۴)

$$m=2 \rightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = 0 \rightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 = 0 \rightarrow 1$$

$$m=0 \rightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \rightarrow x=4$$

۱۳۹- به هریک از ریشه های معادله $x^2 - (m-1)x + 2m = 0$ یک واحد اضافه می کنیم. اگر مجموع مربعات دو عدد حاصل برابر یک باشد، m کدام است؟

$$(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2 = 1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2(\alpha + \beta) + 1 = 0$$

$$S^2 - 2P + 2(S) + 1 = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 2m + 2m - 2 + 1 = 0$$

$$m^2 - 2m = 0 \rightarrow m = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$$

است؟

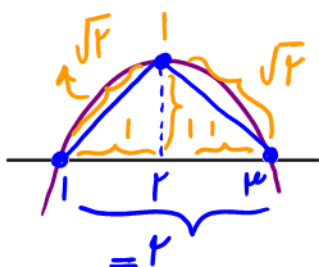
۱ (۱) ✓

۴ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

۱۴۰- اگر رأس سهمی $y = -x^2 + 4x - 3$ و نقطه A و B محل تلاقی سهمی با محور طول ها باشند، محیط مثلث ABC کدام است؟



$$\Rightarrow P = 2 + 2\sqrt{2}$$

۱ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$2 + 2\sqrt{2}$ (۳) ✓

$2 - \sqrt{2}$ (۴)