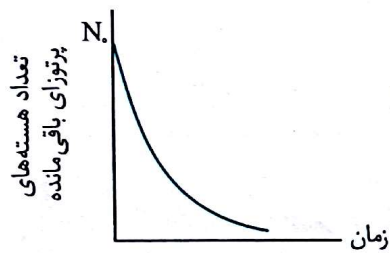


واپاشی پرتوزا و نیمه عمر

محاسبه جرم یا تعداد هسته‌های باقی‌مانده و واپاشیده شده

با گذشت زمان، ایزوتوپ‌های پرتوزا واپاشیده می‌شوند. فرض کنید در لحظه $t = 0$ مقدار هسته‌های مادر پرتوزا برابر N_0 باشد. نمودار تعداد هسته‌های باقی‌مانده بر حسب زمان مطابق شکل است، یعنی با گذشت زمان تعداد هسته‌های مادر پرتوزا به صفر میل می‌کند.



نیمه عمر: مدت زمانی را که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر به نصف برسند، نیمه عمر می‌گویند. نیمه عمر را با نماد $T_{\frac{1}{2}}$ نمایش می‌دهند. بنابراین اگر تعداد هسته‌های اولیه N_0 باشد، تعداد هسته‌های باقی‌مانده مطابق جدول زیر می‌باشند:

زمان	۰	$T_{\frac{1}{2}}$	$2T_{\frac{1}{2}}$	$3T_{\frac{1}{2}}$	...
تعداد هسته‌های باقی‌مانده	N_0	$\frac{N_0}{2}$	$\frac{N_0}{4}$	$\frac{N_0}{8}$	...

رابطه نیمه عمر: طبق توضیحات قبل تعداد هسته‌های باقی‌مانده (N) پس از گذشت تعداد n نیمه عمر به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

اگر مدت زمان t سپری شده باشد، n از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

به جای N_0 می توان جرم اولیه را به صورت m_0 و به جای N می توان جرم باقی مانده را به صورت m قرار دهیم:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

نیمه عمر عنصری ۲۰ دقیقه است. پس از گذشت چه مدتی $\frac{1}{16}$ هسته ها فعال باقی می ماندند؟

پاسخ: ابتدا تعداد نیمه عمر سپری شده را به دست می آوریم: $N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} N_0 = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{t}{20} \Rightarrow t = 80 \text{ min}$$

حالا رابطه زمان کل را با نیمه عمر می نویسیم:

نیمه عمر عنصری ۴ ساعت است. پس از گذشت چند ساعت ۸۷/۵ درصد هسته ها واپاشیده می شوند؟

پاسخ: اگر ۸۷/۵ درصد هسته ها واپاشیده شوند، ۱۲/۵ درصد هسته ها فعال باقی می ماندند.

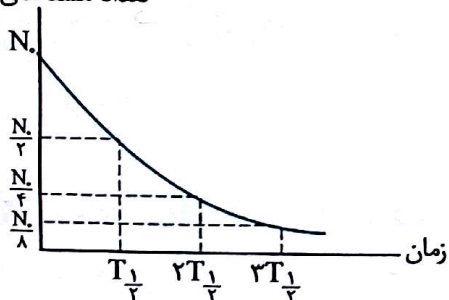
$$N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{12.5}{100} N_0 = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \frac{t}{4} \Rightarrow t = 12 \text{ ساعت}$$

نمودار جرم یا تعداد هسته ها بر حسب زمان

اگر نمودار تعداد هسته های مادر پرتوزا را بر حسب زمان رسم کنیم، مطابق شکل مقابل خواهد شد.

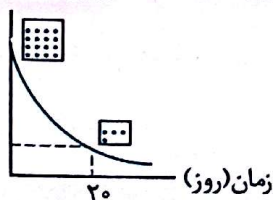
تعداد هسته های فعال



نمودار هسته های فعال بر حسب زمان برای عنصری به صورت طرحواره، مطابق شکل مقابل است. نیمه

عمر این عنصر چند روز است؟

تعداد هسته های فعال



پاسخ: طبق نمودار پس از گذشت ۲۰ روز، $\frac{1}{4}$ هسته های اولیه فعال باقی مانده اند.

$$N = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N_0}{4} = N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 2$$

یعنی ۲۰ روز معادل ۲ نیمه عمر است. بنابراین هر نیمه عمر ۱۰ روز است.

تعریف

نیمه عمر $T_{\frac{1}{2}}$ مدت زمانی است که طی آن نیمی از هسته‌های پرتوزا واپاشیده می‌شوند.

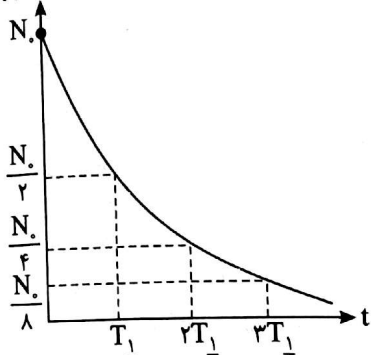
تعداد هسته‌های پرتوزا

نیمه‌عمر هسته‌های پرتوزای مختلف، متفاوت است و به نوع هسته بستگی دارد.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow \text{تعداد نیمه عمرها}$$

تعداد هسته‌های پرتوزای اولیه

$$n = \frac{t \rightarrow \text{زمان واپاشی}}{T_{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{نیمه عمر}}$$



نمودار تعداد هسته‌های پرتوزا بر حسب زمان

آزاد پزشکی - ۹۰

تست ۳ اگر جرم یک عنصر رادیواکتیو پس از ۷۰ روز به $\frac{1}{32}$ جرم اولیه‌اش برسد، نیمه‌عمر آن چند روز است؟

۱۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

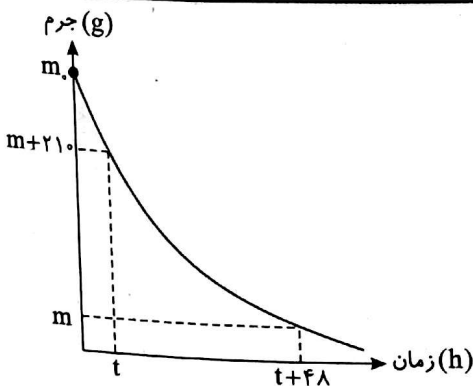
$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{m = \frac{1}{32} m_0} \frac{1}{32} m_0 = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \frac{70}{5} = 14 \text{ روز}$$

پاسخ ابتدا تعداد نیمه‌عمرها را به دست می‌آوریم.

حال نیمه‌عمر را حساب می‌کنیم:

بنابراین گزینه (۱) درست است.



تست ۴ نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا ۱۲ ساعت است و نمودار $W-t$ برای آن مطابق شکل

می‌باشد. m چند گرم است؟

۱۴ (۱)

۲۸ (۲)

۵۵ (۳)

۷ (۴)

در بازه t تا $t+48$ یعنی در مدت ۴۸h که معادل $\frac{48}{12} = 4$ نیمه‌عمر است، جرم ماده پرتوزا از مقدار $m+210$ به m رسیده است از این رو:

$$m+210 \xrightarrow{12h} \frac{m+210}{2} \xrightarrow{12h} \frac{m+210}{4} \xrightarrow{12h} \frac{m+210}{8} \xrightarrow{12h} \frac{m+210}{16}$$

که مقدار آخری برابر m است.

$$\frac{m+210}{16} = m \Rightarrow 16m = m+210 \Rightarrow 15m = 210 \Rightarrow m = 14g$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

تست ۵

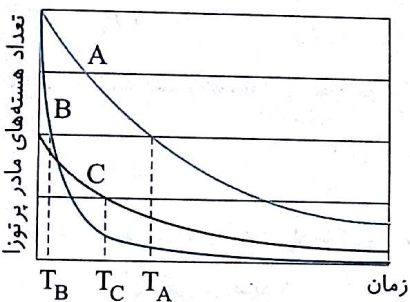
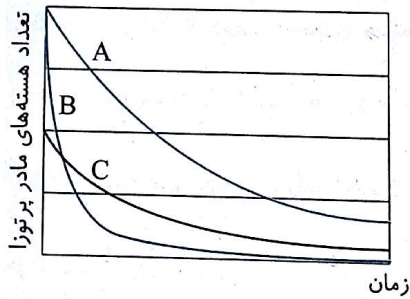
شکل مقابل نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را برحسب زمان نشان می‌دهد. ترتیب نیمه‌عمر این سه نمونه کدام گزینه زیر است؟ (T نیمه‌عمر است).

(۱) $T_A < T_B < T_C$

(۲) $T_B < T_C < T_A$

(۳) $T_B < T_A < T_C$

(۴) $T_C < T_B < T_A$

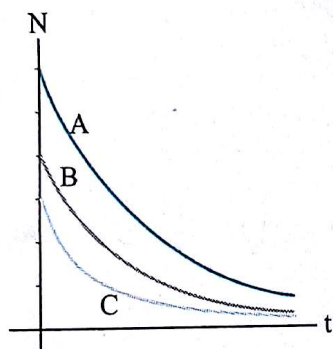


پاسخ

در نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های مادر پرتوزای عنصر نصف می‌شود که با توجه به خط‌های نمودار، نیمه‌عمر سه هسته به صورت شکل روبه‌رو می‌باشد. بنابراین $T_B < T_C < T_A$ است.

بنابراین گزینه (۲) درست است.

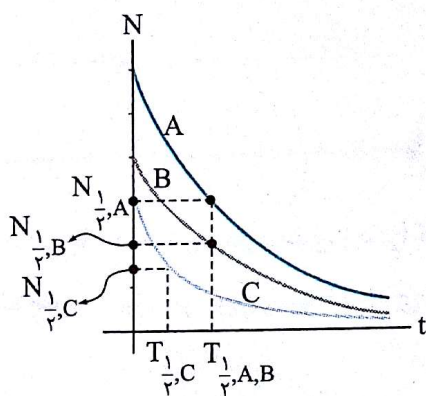
مثال نمودار تعداد هسته‌های فعال بر حسب زمان برای سه هسته پرتوزا مطابق شکل است. نیمه‌عمر این سه ماده را با هم مقایسه کنید.



پاسخ باید بررسی کنیم که تعداد هسته‌های هر کدام از این سه ماده در چه مدت به نصف مقدار اولیه رسیده است. برای این کار از نصف تعداد هسته‌های اولیه هر کدام خطی موازی محور زمان رسم می‌کنیم تا نمودار را در یک نقطه قطع کند. زمان متناظر با هر کدام از این نقاط، نیمه‌عمر آن ماده را نشان می‌دهد.

با این توضیح و با توجه به نمودار داریم:

$$T_{\frac{1}{2},C} < T_{\frac{1}{2},A} = T_{\frac{1}{2},B}$$



مثال پاسخ

مثال نیمه عمر یک عنصر پرتوزا ۵ روز است. در مدت ۲۰ روز چه کسری از هسته های اولیه آن باقی می ماند؟

پاسخ **روش اول** می دانیم ۲۰ روز برابر با ۴ نیمه عمر (۴ تا ۵ روز) این ماده پرتوزا است؛ بنابراین:

تعداد نیمه عمر	۱	۲	۳	۴
هسته باقی مانده	$\frac{1}{2} N_0$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} N_0 = \frac{1}{4} N_0$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} N_0 = \frac{1}{8} N_0$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} N_0 = \frac{1}{16} N_0$

یعنی پس از ۴ نیمه عمر یا ۲۰ روز، $\frac{1}{16}$ هسته های اولیه همچنان فعال و پرتوزا باقی می ماند.

روش دوم استفاده از رابطه $N = \frac{N_0}{2^n}$ است. ابتدا تعداد نیمه عمرهای گذشته را حساب می کنیم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{20}{5} = 4$$

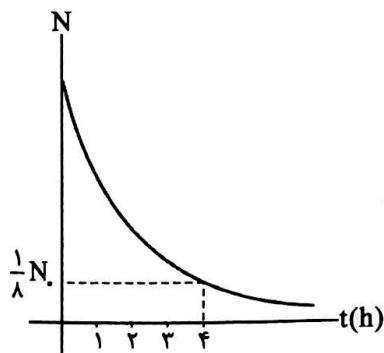
$$N = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16} = \frac{1}{16} N_0 \Rightarrow N = \frac{1}{16} N_0$$

حالا می توانیم مقدار هسته های باقی مانده را حساب کنیم:

مثال پاسخ

مثال نمودار روبه رو تعداد هسته های فعال باقی مانده بر حسب زمان را برای بیسموت

^{212}Bi نشان می دهد. نیمه عمر بیسموت چند ساعت است؟ (نوبی ریاضی - فرداد ۹۲)



پاسخ با توجه به نمودار، پس از ۴ ساعت، یک هشتم هسته های اولیه هنوز فعال هستند؛ یعنی در $t = 4 \text{ h}$ ، $N = \frac{1}{8} N_0$ است:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

می دانیم $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ است؛ پس:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \frac{4}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \text{ h}$$

همان طور که در خلاصه نکات قبل مشاهده کردید، برخی از مواد رادیواکتیو پرتوزایی کرده و با گذشت زمان جرمشان کاهش می‌یابد. در فیزیک مدت زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسد را نیمه‌عمر گویند و آن را با $T_{\frac{1}{2}}$ نمایش می‌دهند.

نکات مهم و کاربردی

① جرم باقی‌مانده از ماده پرتوزا پس از n نیمه‌عمر برابر است با:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \text{ یا } m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

m : جرم باقی‌مانده، m_0 : جرم اولیه، n : تعداد نیمه‌عمر

در رابطه فوق برای محاسبه n داریم:

$$\left. \begin{array}{l} t: \text{مدت زمان پرتوزایی} \\ T_{\frac{1}{2}}: \text{نیمه‌عمر} \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

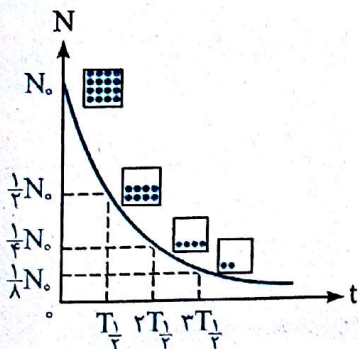
۲ هر چه نیمه عمر یک ماده پرتوزا کمتر باشد، میزان تشعشع آن بیشتر است. به بیان دیگر، ماده با نیمه عمر کمتر در مدت زمان کمتری نصف می شود، زیرا بیشتر تشعشع می کند.

۳ اگر تعداد اولیه هسته های ماده پرتوزا N_0 باشد، پس از گذشت زمان t ، تعداد هسته های باقی مانده برابر است با:

۴ مطابق نمودار زیر، با گذشت هر نیمه عمر، نیمی از هسته های ماده پرتوزای اولیه واپاشی می کنند.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

تعداد نیمه عمر : n : تعداد نیمه عمر ، $N = \frac{N_0}{2^n}$



۵ حالا بریم با حل چندتا تمرین، روی بحث به نگاه عمقی تر داشته باشیم ...

تمرین ۱ پس از گذشت سه نیمه عمر، از یک ماده پرتوزا با جرم m_0 ، چه جرمی از این ماده پرتوزا واپاشیده می شود؟

پاسخ برای پاسخ به این تمرین از دو روش زیر استفاده می کنیم:

۱ روش فرمول:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{n=3} m = \frac{m_0}{2^3} = \frac{m_0}{8}$$

جرم باقی مانده : $m = \frac{m_0}{2^n}$ گذشت سه نیمه عمر $n=3$

$\frac{1}{8} m_0$ از ماده اولیه باقی مانده و $\frac{7}{8} m_0$ از آن واپاشی شده است.

۲ روش مفهومی: با توجه به این که بعد از گذشت هر نیمه عمر جرم ماده باقی مانده نصف می شود، بعد از گذشت سه نیمه عمر می توان نوشت:

$$m_0 \xrightarrow{\text{نیمه عمر اول}} \frac{m_0}{2} \xrightarrow{\text{نیمه عمر دوم}} \frac{m_0}{4} \xrightarrow{\text{نیمه عمر سوم}} \frac{m_0}{8}$$

$\frac{1}{8} m_0$ جرم باقی مانده و $m_0 - \frac{1}{8} m_0 = \frac{7}{8} m_0$ جرم واپاشی شده

تمرین ۲ نیمه عمر یک ماده پرتوزا ۶۰۰۰ سال است. تقریباً چند درصد از یک نمونه این ماده پس از ۵ نیمه عمر واپاشیده می شود؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹۴ (۴) ۹۷ (تجربی دافل ۹۱)

پاسخ مقدار ماده باقی مانده از یک ماده پرتوزا پس از n نیمه عمر، از رابطه زیر به دست می آید:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} m = \frac{1}{32} m_0 = \frac{1}{32} m_0$$

مقدار ماده باقی مانده : $m = \frac{m_0}{2^n}$ $n=5$

$$m_0 \xrightarrow{1} \frac{1}{2} m_0 \xrightarrow{2} \frac{1}{4} m_0 \xrightarrow{3} \frac{1}{8} m_0 \xrightarrow{4} \frac{1}{16} m_0 \xrightarrow{5} \frac{1}{32} m_0$$

روش دیگر : $m_0 \xrightarrow{1} \frac{1}{2} m_0 \xrightarrow{2} \frac{1}{4} m_0 \xrightarrow{3} \frac{1}{8} m_0 \xrightarrow{4} \frac{1}{16} m_0 \xrightarrow{5} \frac{1}{32} m_0$

در این صورت درصد جرم ماده واپاشیده شده برابر است با:

تقریباً ۹۷٪ ماده اولیه واپاشیده شده است. $\Rightarrow \frac{31}{32} m_0 \approx 0.97 m_0$ جرم باقی مانده - جرم اولیه = جرم واپاشیده شده

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

نکته مهم: جدول زیر را نگاه کنید و سعی کنید روند آن را به خاطر بسپارید. با تسلط بر این جدول، درصد بالایی از سؤالاتی که در کنکور می آید به سرعت قابل پاسخ دادن می باشد.

تعداد نیمه عمر	۰	$t_1 = 1T$	$t_2 = 2T$	$t_3 = 3T$	$t_4 = 4T$	$t_5 = 5T$
جرم باقی مانده	m_0	$\frac{1}{2} m_0$	$\frac{1}{4} m_0$	$\frac{1}{8} m_0$	$\frac{1}{16} m_0$	$\frac{1}{32} m_0$
درصد جرم باقی مانده	۱۰۰٪	۵۰٪	۲۵٪	۱۲.۵٪	۶.۲۵٪	۳٪
جرم واپاشی شده	۰	$\frac{1}{2} m_0$	$\frac{3}{4} m_0$	$\frac{7}{8} m_0$	$\frac{15}{16} m_0$	$\frac{31}{32} m_0$
درصد جرم واپاشی شده	۰	۵۰٪	۷۵٪	۸۷.۵٪	۹۳.۷۵٪	۹۷٪

به طور مثال اگر از شما بپرسند که چه مدت زمانی طول می کشد تا ۷۵ درصد از جرم ماده اولیه متلاشی شود، این گونه پاسخ می دهید:

۷۵ درصد متلاشی شده $\Leftarrow$ ۲۵ درصد $(= 100 - 75)$ از ماده باقی مانده $\Leftarrow$ ۲۵ درصد یعنی $\frac{1}{4}$ برابر $\Leftarrow$ یعنی اول $\frac{1}{4}$ برابر شده و سپس $\frac{1}{4}$ برابر $\Leftarrow$ ۲ نیمه عمر را طی کرده ایم.

تمرین ۳: از ۱۲ گرم از یک نوع ماده رادیواکتیو، پس از ۱۸ روز، $\frac{1}{5}$ گرم ماده تجزیه نشده باقی مانده است. نیمه عمر این ماده چند روز است؟

(یاقی دافل ۸۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ روش فرمول:

$T = ?$: نیمه عمر $\Rightarrow$ روز $t = 18$ ، $m = \frac{1}{5} \text{ gr}$: جرم باقی مانده ، $m_0 = 12 \text{ gr}$: جرم اولیه

نیمه عمر این ماده برابر است با:

$$\text{روز } T = 6 \Rightarrow \text{نیمه عمر} \Rightarrow \frac{18}{T} = 3 \Rightarrow 2^3 = 8 = \frac{12}{\frac{1}{5}} = \frac{12}{\frac{1}{5}} \Rightarrow 2^{\left(\frac{18}{T}\right)} = \frac{12}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{12}{2^{\left(\frac{18}{T}\right)}} = \frac{1}{5} \Rightarrow m = \frac{m_0}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}} \Rightarrow \text{جرم باقی مانده}$$

روش مفهومی: باتوجه به این که با گذشت هر نیمه عمر مقدار ماده باقی مانده نصف می شود، داریم:

$$12 \text{ gr} \xrightarrow{T} 6 \text{ gr} \xrightarrow{T} 3 \text{ gr} \xrightarrow{T} \frac{1}{5} \text{ gr}$$

بنابراین برای تبدیل ۱۲ gr به $\frac{1}{5} \text{ gr}$ باید سه نیمه عمر سپری شود، پس می توان نوشت:

$$3T = 18 \Rightarrow \text{روز } T = 6 \Rightarrow \text{نیمه عمر}$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

چند نکته اول نکته‌های زیر را بخوانید:

۱ گفتیم یک ماده پرتوزا بدون دخالت عوامل خارجی و به طور خودبه‌خودی دچار تغییر می‌شود. به زبانی دیگر میزان پرتوزایی یک ماده پرتوزا به شرایط محیطی وابسته نیست. یعنی عامل‌هایی مثل تغییر در میدان‌های الکتریکی یا مغناطیسی، تغییر دما و تغییر فشار و ... اثری بر میزان پرتوزایی ندارند.

۲ میزان پرتوزایی یک ماده پرتوزا فقط به دو عامل مهم زیر وابسته است:

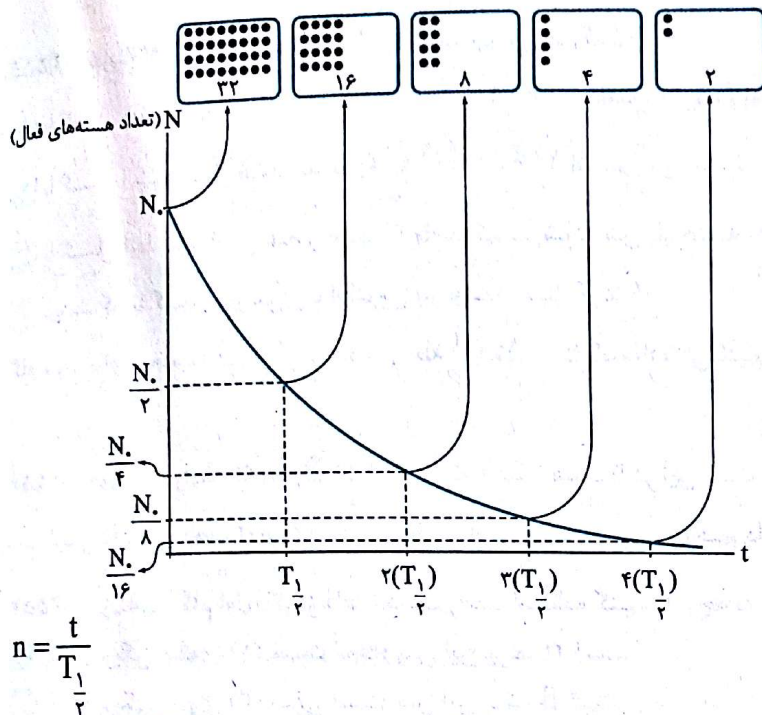
(الف) تعداد هسته‌های فعال موجود (N)

(ب) نوع و ساختمان هسته پرتوزا

۳ با توجه به نکته‌های بالا می‌توانیم بگوییم که در بازه زمانی معین، درصد مشخصی از یک ماده پرتوزای خاص (مستقل از این که در چه شرایط محیطی قرار دارد) واپاشیده می‌شود.

ما از این ویژگی استفاده می‌کنیم و یک کمیت به نام نیمه‌عمر می‌سازیم:

تعریف نیمه‌عمر: «نیمه‌عمر مدت زمانی است که نیمی از هسته‌های مادر در یک ماده پرتوزا، به دختر تبدیل شوند یا به زبانی دیگر نیمه‌عمر مدت زمانی است که تعداد هسته‌های مادر یک ماده پرتوزا نصف شود.»



نیمه‌عمر ^{212}Po ، ^{209}Po و ^{128}Te ۰/۳۰ μs، ۱۰۲ سال و نیمه‌عمر ^{128}Te حدود 8×10^{24} سال است. در شکل روبه‌رو نمودار تعداد هسته فعال (N) یک ماده پرتوزا را برحسب زمان مشاهده می‌کنید. این نمودار نشان می‌دهد که در هر بازه زمانی یک نیمه‌عمر ($T_{1/2}$) نیمی از هسته‌های ماده پرتوزا فعال باقی می‌مانند و نیمی دیگر واپاشیده می‌شوند.

اگر اندکی دقت کرده باشید، حتماً متوجه شده‌اید که در این جا با یک تصاعد هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{2}$ روبه‌رو هستیم. بنابراین اگر m_0 و N_0 به ترتیب جرم و تعداد هسته‌های پرتوزای نخستین و m و N به ترتیب جرم و تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده پس از گذشت زمان t باشند، داریم:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{m}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

در این رابطه n برابر تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده است:

تست در فاجعه دردناک چرنوبیل، یکی از ایزوتوپ‌هایی که در محیط‌زیست پراکنده شده، ^{131}I بود. نیمه‌عمر این ایزوتوپ ۸ روز است. پس از گذشت ۳۲ روز از حادثه چند درصد از هسته‌های ^{131}I فعال باقی‌مانده بود؟

۹۳/۷۵ (۴)

۲۵ (۳)

۶/۲۵ (۲)

۷۵ (۱)

پاسخ گزینه ۲ طراح نسبت $\frac{N}{N_0}$ را خواسته است، پس داریم:

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{32}{8}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} \Rightarrow \text{درصد هسته‌های فعال باقی‌مانده} = 6.25\%$$

تست در جریان یک حفاری باستان‌شناسی، یک اجاق پخت و پز کشف شد. اگر کربن ۱۴ موجود در زغال، $\frac{1}{64}$ مقدار عادی کربن ۱۴ باشد، سن تقریبی اجاق چند سال است؟ (نیمه‌عمر کربن ۱۴، ۵۷۳۰ سال است.)

۸۰۰۰ (۴)

۶۸۰۰۰ (۳)

۳۴۰۰۰ (۲)

۱۷۰۰۰ (۱)

پاسخ گزینه ۲ طراح نسبت $\frac{N}{N_0}$ را داده است و t را می‌خواهد:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \Rightarrow n = 6$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 6 = \frac{t}{5730} \Rightarrow t = 34380 \text{ سال} \Rightarrow t \approx 34000 \text{ سال}$$

علی خان محمدری

دیپرو مدرس فیزیک

تقویتی - کنکور

خصوصی - نیمه خصوصی

قبولی تضمینی امتحانهای

۰۹۱۲۷۴۲۱۱۲۷