

(اهم اشتقاقات فصول الكتاب)

س: اشتق علاقة لحساب السعة المكافئة (C_{eq}) لمجموعة متسعات مربوطة على التوازي .

ج:

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow C_{eq} \cdot \Delta V_{total} = C_1 \cdot \Delta V_1 + C_2 \cdot \Delta V_2$$

$$\therefore \Delta V_{total} = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

$$\therefore C_{eq} \cdot \Delta V = C_1 \cdot \Delta V + C_2 \cdot \Delta V \Rightarrow C_{eq} \cdot \Delta V = (C_1 + C_2) \cdot \Delta V \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

ولاي عدد من المتسعات مربوطة مع بعضها على التوازي فان:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \dots \dots C_n$$

س: اشتق علاقة لحساب السعة المكافئة (C_{eq}) لمجموعة متسعات مربوطة على التوالي .

ج:

$$\Delta V_{total} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \Rightarrow \frac{Q_{total}}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\therefore Q_{total} = Q_1 = Q_2 = Q$$

$$\therefore \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{Q}{C_{eq}} = Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

ولاي عدد من المتسعات مربوطة مع بعضها على التوالي فان:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \dots \dots \frac{1}{C_n}$$

س: يتوافر لك سلك ذو طول ثابت وترغب في الحصول على مولد بسيط يجهزك باعظم مقدار للقوة الدافعة الكهربائية . أيتطلب منك ان تجعل السلك بشكل ملف ذي لفة واحدة دائرية الشكل ؟ ام ملف ذي لفتين دائريتي الشكل ؟ عند تدوير الملف الذي تحصل عليه بسرعة زاوية معينة داخل مجال مغناطيسي منتظم ؟ وضح إجابتك .

ج:

$$\varepsilon_{ind} = NAB\omega \sin(\omega t)$$

$$\therefore \varepsilon_{ind} \propto NA \quad \omega, B \text{ ثبو}$$

$$\frac{\varepsilon_{ind2}}{\varepsilon_{ind1}} = \frac{N_2 A_2}{N_1 A_1}$$

$$\frac{\varepsilon_{ind2}}{\varepsilon_{ind1}} = \frac{2 \times \pi r_2^2}{1 \times \pi r_1^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{ind2}}{\varepsilon_{ind1}} = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2} r_1 \right)^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{ind2}}{\varepsilon_{ind1}} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \varepsilon_{ind2} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ind1}$$

أي ان القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تصبح نصف ما كانت عليه عندما يتضاعف عدد اللفات بثبوت الطول. لذلك نجعل السلك بشكل ملف ذي لفة واحدة دائرية ليتم تجهيز اعظم مقدار للقوة الدافعة الكهربائية.

برنامج نجاهك علينا
@Najahk_Alana

س : يتوافر لك سلك ذو طول ثابت وترغب في الحصول على مولد بسيط يجهزك بأعظم مقدار للقوة الدافعة الكهربائية . أيتطلب منك ان تجعل السلك بشكل ملف ذي لفة واحدة دائرية الشكل ؟ ام ملف ذي ثلاث لفات دائرية الشكل ؟ عند تدوير الملف الذي تحصل عليه بسرعة زاوية معينة داخل مجال مغناطيسي منتظم ؟ وضح إجابتك.

ج :

$$\varepsilon_{\text{ind}} = NAB\omega \sin(\omega t)$$

$$\therefore \varepsilon_{\text{ind}} \propto NA \quad \omega, B \text{ ثابتون}$$

$$\frac{\varepsilon_{\text{ind2}}}{\varepsilon_{\text{ind1}}} = \frac{N_2 A_2}{N_1 A_1}$$

$$\frac{\varepsilon_{\text{ind2}}}{\varepsilon_{\text{ind1}}} = \frac{3 \times \pi r_2^2}{1 \times \pi r_1^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\text{ind2}}}{\varepsilon_{\text{ind1}}} = \frac{3 \times \left(\frac{1}{3} r_1\right)^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\text{ind2}}}{\varepsilon_{\text{ind1}}} = 3 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \varepsilon_{\text{ind2}} = \frac{1}{3} \varepsilon_{\text{ind1}}$$

أي ان القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تصبح $\left(\frac{1}{3}\right)$ ما كانت عليه. لذلك نجعل السلك بشكل ملف ذي لفة واحدة دائرية ليتم تجهيز اعظم مقدار للقوة الدافعة الكهربائية.

س : عند دوران ملف مساحة اللفة الواحدة فيه (A) بسرعة زاوية (ω) داخل مجال مغناطيسي كثافة فيضه (\vec{B}) منتظمة . فان الفيض المغناطيسي الذي يخترق الملف يعطى بشكل دالة جيب التمام $[\Phi_B = BA \cos(\omega t)]$ في حين تعطى القوة الدافعة الكهربائية المحتثة على طرفي هذا الملف بشكل دالة جيبيية $[\varepsilon_{\text{ind}} = NAB\omega \sin(\omega t)]$ وضح ذلك بطريقة رياضية.

برنامج نجاحك علينا
@Najahk_Alana

ج :

$$\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} \Rightarrow \Phi_B = AB \cos \theta \quad , \quad \therefore \theta = \omega t$$

$$\therefore \Phi_B = AB \cos(\omega t)$$

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = -N \frac{\Delta (AB \cos \omega t)}{\Delta t} = -NAB \frac{\Delta \cos \omega t}{\Delta t} = -NA\omega B (-\sin \omega t)$$

$$\therefore \varepsilon_{\text{ind}} = NA\omega B \sin(\omega t)$$

س : اثبت ان كل من رادة الحث و رادة السعة تقاس بالاور.

ج :

$$X_L = 2\pi fL \Rightarrow X_L = \text{Hz} \cdot \text{Henry} = \frac{1}{\text{sec}} \cdot \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} = \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} = \text{ohm}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\frac{1}{\text{sec}} \cdot \text{Farad}} = \frac{1}{\text{sec}} \cdot \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \frac{\text{sec} \cdot \text{Volt}}{\text{Amper} \cdot \text{sec}} = \text{ohm}$$

س : اثبت ان المقدار المؤثر للتيار المتناوب يساوي (0.707) من مقداره الأعظم ؟

ج :

$$P_{\text{ins}} = I_R^2 R = (I_m \sin(\omega t))^2 R = I_m^2 \sin^2(\omega t) R$$

$$\therefore \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} \quad , \quad \therefore P_{\text{av}} = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

$$P_{\text{dc}} = P_{\text{av}} \Rightarrow I_{\text{dc}}^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R \Rightarrow I_{\text{dc}}^2 = \frac{1}{2} I_m^2 \quad , \quad \therefore I_{\text{dc}} = I_{\text{eff}}$$

$$\therefore I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2} I_m^2 \Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore I_{\text{eff}} = 0.707 I_m$$

س : اشتق معادلة التيار لدائرة تيار متناوب تحتوي متسعة ذات سعة صرف ؟

ج :

$$I_C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta(C \cdot V_C)}{\Delta t} = C \cdot \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = C \cdot \frac{\Delta V_m \sin(\omega t)}{\Delta t} = C V_m \frac{\Delta \sin(\omega t)}{\Delta t}$$

$$= \omega C V_m \cos(\omega t) = \frac{1}{X_C} \cdot V_m \cos(\omega t) = \frac{V_m}{X_C} \cos(\omega t)$$

$$\therefore I_C = I_m \cos(\omega t) \Rightarrow I_C = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

س : من شرط الرنين الكهربائي اثبت ان : $(\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}})$

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow \omega_r^2 LC = 1 \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{LC} \quad , \quad \therefore \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{ج :}$$

س : في تجربة يونك اشتق علاقة لحساب فاصلة الهدب .

ج :

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} (m+1 - m) = \frac{\lambda L}{d}$$

س : في حيود الضوء، اثبت ان شرط تكون الهدب المضيء الاول (غير المركزي) ان يكون عرض الشق مساويا الى $(\frac{3\lambda}{2 \sin \theta})$

ج :

$$\ell \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow \ell = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{\sin \theta} = \frac{(1 + \frac{1}{2})\lambda}{\sin \theta} = \frac{\frac{3}{2}\lambda}{\sin \theta} = \frac{3\lambda}{2 \sin \theta}$$

س: في تجربة شقي يونك اثبت ان شرط الحصول على الهداب المعتم الثالث ان يكون البعد بين الشقين: $(d = \frac{5\lambda}{2\sin\theta})$.

ج:

$$d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow d\sin\theta = (2 + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow d = \frac{\frac{5}{2}\lambda}{\sin\theta} = \frac{5\lambda}{2\sin\theta}$$

س: كيف يمكننا رياضيا تفسير السلوك المزدوج للفوتون؟

$$E = hf \text{1}$$

$$E = mc^2 \text{2}$$

ج:

$$\therefore hf = mc^2 \Rightarrow h \frac{c}{\lambda} = mc^2 \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = mc \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mc} \Rightarrow \therefore \lambda = \frac{h}{p}$$

س: اذا كان طول موجة دي برولي المرافقة لجسيم كتلته (m) هو (λ) فاثبت ان الطاقة الحركية للجسيم تعطى

$$\text{بالعلاقة الاتية: } (KE = \frac{h^2}{2m\lambda^2})$$

ج:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$\therefore KE = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow KE = \frac{1}{2}m\left(\frac{h}{m\lambda}\right)^2 = \frac{1}{2}m \frac{h^2}{m^2\lambda^2} = \frac{h^2}{2m\lambda}$$

س: افترض أن اللادقة في موضع جسيم كتلته (m) وانطلاقه (v) تساوي ضعف طول موجة دي برولي المرافقة له ،

$$\text{برهن على ان: } \left(\frac{\Delta v}{v} \geq \frac{1}{8\pi}\right) \text{ حيث } (\Delta v) \text{ هي اللادقة في انطلاق الجسيم.}$$

الحل:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow 2\lambda m \Delta v \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow 2 \frac{h}{mv} m \Delta v \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\therefore \frac{\Delta v}{v} \geq \frac{1}{8\pi}$$

س: وضح رياضيا ان اعظم تردد لفوتون الاشعة السينية يتوقف على فرق الجهد المسلط على طرفي انبوبة توليد الاشعة السينية.

ج:

$$KE_{\max} = Ve$$

$$KE_{\max} = hf_{\max} \Rightarrow \therefore hf_{\max} = Ve \Rightarrow f_{\max} = \frac{Ve}{h}$$

س : وضح رياضيا ان اقصر طول موجي لفوتون الاشعة السينية يتوقف على فرق الجهد المسلط على طرفي انبوبة توليد الاشعة السينية.

ج :

$$KE_{\max} = E \Rightarrow Ve = hf_{\max} \Rightarrow Ve = h \frac{c}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{Ve}$$

س : اذا كان فرق الطاقة بين المستويين يساوي (kT) عند درجة حرارة الغرفة احسب عدد الالكترونات (N₂) بدلالة (N₁)

ج :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-(E_2-E_1)}{kT}} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-kT}{kT}} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = e^{-1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 0.37$$

$$\therefore N_2 = 0.37N_1$$

س : وضح رياضيا انه لا يتحقق التوزيع المعكوس عندما تكون الطاقة الحرارية (kT) مساوية لطاقة الفوتون الساقط.

ج :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-(E_2-E_1)}{kT}} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-hf}{hf}} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = e^{-1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = 0.37 \Rightarrow N_2 = 0.37N_1$$

$$\therefore N_2 < N_1$$

س : اذا علمت ان نصف قطر نواة الالمنيوم (²⁷Al) يساوي ($\frac{1}{2}$) نصف قطر نواة مجهولة (X) . جد العدد الكتلي للنواة

المجهولة؟

ج :

$$R_{Al} = \frac{1}{2} R_X \Rightarrow r_o \sqrt[3]{A_{Al}} = \frac{1}{2} r_o \sqrt[3]{A_X} \Rightarrow A_{Al} = \frac{1}{8} A_X \Rightarrow 27 = \frac{1}{8} A_X$$

$$\therefore A_X = 27 \times 8 = 216$$

س : اذا علمت ان نصف قطر نواة الليثيوم (⁸Li) يساوي ($\frac{1}{3}$) نصف قطر نواة البولونيوم . جد العدد الكتلي لنواة

البولونيوم (Po)؟

ج :

$$R_{Li} = \frac{1}{3} R_{Po} \Rightarrow r_o \sqrt[3]{A_{Li}} = \frac{1}{3} r_o \sqrt[3]{A_{Po}} \Rightarrow A_{Li} = \frac{1}{27} A_{Po} \Rightarrow 8 = \frac{1}{27} A_{Po}$$

$$\therefore A_{Po} = 27 \times 8 = 216$$