



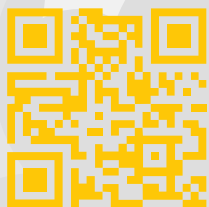
سیب ترش

بزرگترین مرکز مشاوره ای و آموزشی کشور

نسخه ۲۰

LEVELUP

فیزیک ۳



دانلود اپ سیب ترش

سیب ترش در صفحات مجازی



SIBTORSH



SIBTORSH.OFFICIAL



مرکز کنکوری سیب ترش

مدیر آموزشی : دکتر احمد رضا ورمزیار

سیب ترش : بزرگ ترین مرکز آنلاین کنکوری

نسخه ۲۰ : سوالات لول آپ

فیزیک ۳ : مثل آب خوردن ۲۰ بگیر

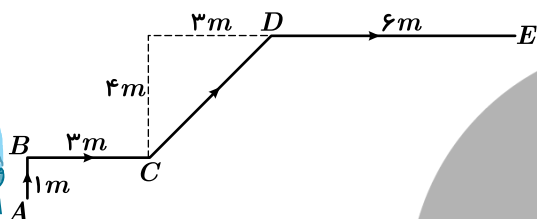
مدیر دپارتمان فیزیک : دکتر علی بزرگ زاده

فصل ۱: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت

۱) یک متحرک روی یک مسیر مستقیم از نقطه A به نقطه B می‌رود. اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک و اندازه جابه‌جایی آن به ترتیب برابر ۱۸۰ و ۱۰۰ متر باشد و متحرک تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، فاصله نقطه تغییر جهت تا نقطه وسط A و B چقدر است؟

۲) علی از نقطه A روی مسیر نشان داده شده در شکل روبه‌رو به نقطه E می‌رود.



الف) مسافت طی شده توسط علی چند متر است؟

ب) بردار جابه‌جایی علی را رسم کنید.

پ) اندازه جابه‌جایی علی چند متر است؟

ت) بردار جابه‌جایی علی را برحسب بردارهای یکه بنویسید.

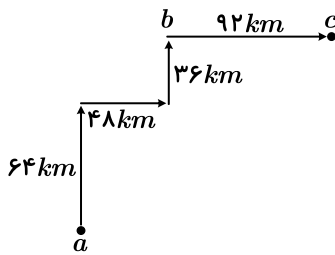
۳) یک خودرو از مسیر جنوبی یک میدان بزرگ به شعاع ۴۸ متر وارد میدان می‌شود و پس از چرخش در مسیر دایره‌ای میدان، از مسیر غربی آن خارج می‌شود. اگر تندی متوسط خودرو در حرکت در مسیر میدان ۲۷ کیلومتر باشد، اندازه سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($\pi = 3$)

۴) اتومبیلی یک میدان دایره‌شکل به شعاع $125m$ را دور می‌زند. اگر سرعت متوسط در مدتی که این اتومبیل نصف میدان را دور می‌زند، $5 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط اتومبیل را محاسبه کنید. ($\pi = 3.14$)



۵) درختی به ارتفاع $15m$ را از پایین‌ترین نقطه قطع می‌کنیم و درخت در مدت $1.5s$ بر زمین می‌افتد. سرعت متوسط بالاترین نقطه درخت در مدت زمان سقوط چند متر بر ثانیه است؟

۶) یک مرد روستایی با یک شتر از روستای (a) مطابق شکل به ترتیب $64km$ را در مدت زمان ۴ ساعت و $48km$ را در مدت زمان ۳ ساعت، $36km$ را در مدت ۲ ساعت طی می‌کند و پس از یک ساعت استراحت در روستای (b)، $92km$ دیگر را در مدت ۱۰ ساعت طی می‌کند تا به روستای (c) برسد.



الف) بردار سرعت متوسط شتر را در کل مسیر رسم کرده و بزرگی آن را محاسبه کنید.

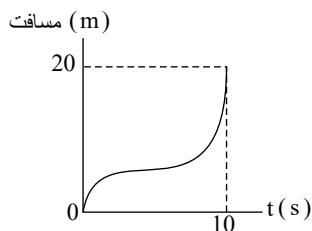
ب) تندی متوسط را حساب کنید.

۷) متحرکی در مسیری مستقیم با تندی ثابت $72 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. فرض کنید بعد از طی مسافت $1.2km$ ، تغییر جهت داده و مقداری از مسیر را با همان تندی قبل برمی‌گردد. اگر بزرگی سرعت متوسط این متحرک در کل حرکت $8 \frac{m}{s}$ باشد، طول مسیری که متحرک برگشته است تقریباً چند متر است؟

۸) نقطه‌ای روی محیط چرخ خودرویی در تماس با سطح افقی قرار دارد. اگر شعاع چرخ خودرو ۲۵ سانتی‌متر باشد، در مدت ۵ ثانیه این نقطه نیم دور می‌چرخد. سرعت متوسط حرکت این نقطه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($\pi^2 \simeq 10$)

۹) یک خودرو در میدانی بزرگ با شعاع ۱۵۰ متر، در مدت نیم‌دقیقه با تندی متوسط 15.7 متر بر ثانیه در یک سو می‌چرخد. اندازه سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3.14$)

۱۰) نمودار مسافت طی‌شده برحسب زمان متحرکی که در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای که در فاصله ۴ متری مبدأ حرکت است عوض شود، بردار سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیه اول حرکت در SI کدام است؟



۱۱) رابطه مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظه صفر آغاز شده در SI به صورت زیر است:

$$x = 2\sqrt{t} - 15$$

در چه لحظه‌ای برای دومین بار فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می‌شود؟



۱۲) رابطه مکان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند با زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر است:

$$x = -9t^2 + 36t + 28$$

الف) در چه بازه زمانی جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در چه بازه زمانی جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند؟

پ) در چه لحظه‌ای جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

ت) در چه مکانی جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

۱۳) رابطه مکان و زمان متحرکی برحسب یکاهای SI به صورت زیر است:

$$x = 4t^2 - 12t + 13$$

در محدوده زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ الف) جابه‌جایی ب) مسافت پیموده شده متحرک را به دست آورید؟

۱۴) مکان جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است).

$$x = 1.5t^3 - t + 2.5$$

الف) سرعت متوسط جسم در دو ثانیه اول حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط جسم از لحظه $t = 2s$ تا چه لحظه‌ای برابر ۷۷ متر بر ثانیه است؟

۱۵) رابطه مکان و زمان حرکتی به صورت زیر است:

$$\frac{x}{D} + \frac{t}{T} = 1$$

الف) مفهوم D و T در این حرکت چیست؟

ب) نمودار مکان - زمان این حرکت را رسم کنید.

پ) سرعت متوسط حرکت از لحظه صفر تا لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد را به دست آورید.

۱۶) سرعت جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است)

$$v = -2t^3 + 3t^2 - t + 4$$

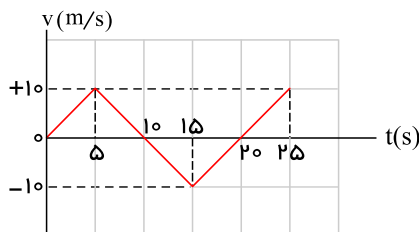
الف) شتاب متوسط جسم در پنج ثانیه اول حرکت چقدر است؟

ب) در ثانیه چندم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است؟

۱۷) نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است:

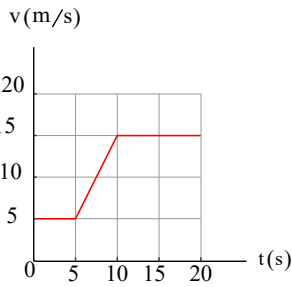
الف) نمودار شتاب - زمان این متحرک را رسم کنید.

ب) اگر $x_0 = -10m$ باشد، نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کنید.





۱۸ شکل نشان داده شده نمودار سرعت - زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.



الف) شتاب خودرو را در هریک از لحظه‌های $t = 3s$, $t = 8s$, $t = 11s$ و $t = 15s$ به دست آورید.

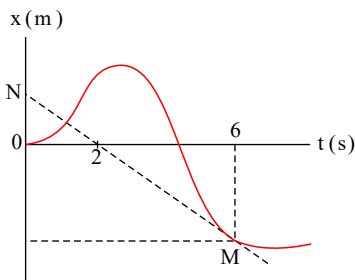
ب) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

پ) در هریک از بازه‌های زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_3 = 11s$ تا $t_4 = 20s$ خودرو چقدر جابه‌جا شده است؟

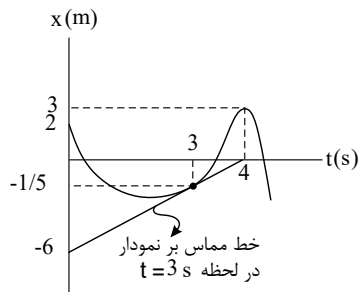
ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_3 = 11s$ تا $t_4 = 20s$ را به دست آورید.

۱۹ در شکل مقابل پاره خط MN در نقطه M بر نمودار مکان - زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک از

ابتدای حرکت تا لحظه $t = 6s$ برابر با $8m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

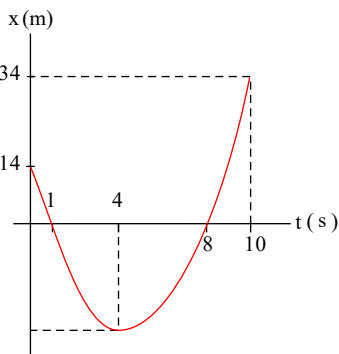


۲۰ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در ثانیه چهارم چند m/s^2 است؟



نمودار $x-t$

۲۱ در حرکت روی خط راستی که نمودار مکان - زمان آن به شکل زیر است، اندازه سرعت متوسط در مدتی که حرکت در سوی منفی



است با اندازه سرعت متوسط در مدتی که حرکت در سوی مثبت است، برابر است. الف) مکان نقطه

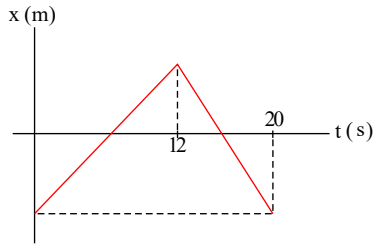
تغییر جهت را به دست آورید.

ب) مسافت پیموده شده توسط متحرک چقدر است؟

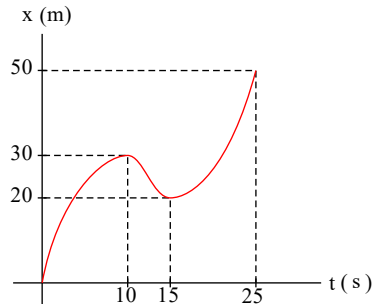
پ) تندی متوسط متحرک را حساب کنید.



۲۲) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به شکل زیر است. نسبت سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت به سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه آخر حرکت را به دست آورید.

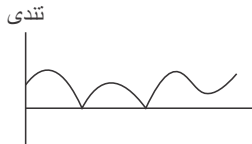


۲۳) در یک حرکت بر خط راست که نمودار مکان - زمان آن به شکل زیر است، نسبت تندى متوسط بين دو لحظه‌اى که در آن متحرک متوقف شده است، به تندى متوسط در کل زمان حرکت چند است؟

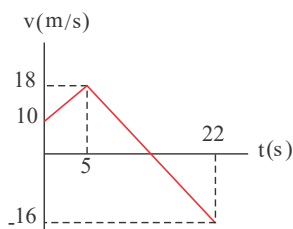


نمودار $v-t$

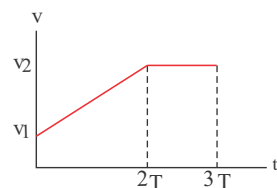
۲۴) نمودار تندى - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به شکل زیر است. متحرک حداقل و حداکثر چند بار تغییر جهت داده است؟



۲۵) شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان جسمی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. اگر در این حرکت، شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 صفر باشد، بیشترین مقدار ممکن برای $t_2 - t_1$ چقدر است؟

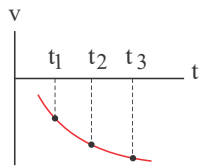


۲۶) شتاب متوسط در کل مدت زمان حرکت جسمی که نمودار سرعت - زمان آن به شکل روبه‌رو و برابر a است. شتاب متوسط جسم در نیمه اول زمان حرکت آن چقدر است؟





۲۷) نمودار سرعت - زمان متحرکی به شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 به ترتیب v_1 ، v_2 و v_3 و مقدار شتاب



متحرک در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 به ترتیب a_1 ، a_2 و a_3 باشد، کدام درست است؟ الف) $v_3 > v_2 > v_1$ و

$$a_3 > a_2 > a_1$$

$$\text{ب) } v_3 < v_2 < v_1 \text{ و } a_3 > a_2 > a_1$$

$$\text{پ) } v_3 > v_2 > v_1 \text{ و } a_3 < a_2 < a_1$$

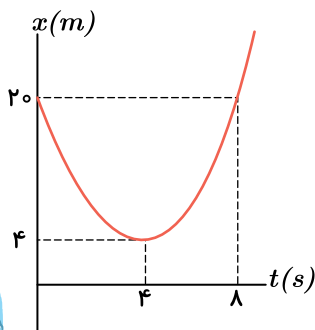
$$\text{ت) } v_3 < v_2 < v_1 \text{ و } a_3 < a_2 < a_1$$

حرکت با سرعت ثابت

۲۸) متحرکی مسیر مستقیم ۲۶۰ متری را با سرعت ثابت v طی می‌کند. اگر اندازه سرعت این متحرک 6 m/s بیشتر شود، 3 s زودتر به

مقصد می‌رسد. به ترتیب سرعت متحرک چند متر بر ثانیه و در مدت 6 s چه کسری از مسیر را می‌پیماید؟

۲۹) نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مطابق شکل مقابل است.



الف) سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

ب) سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

پ) شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه می‌باشد؟

ت) معادله مکان - زمان آن را بنویسید.

ث) نمودارهای سرعت - زمان و شتاب - زمان آن را رسم کنید.

۳۰) متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمه اول مسیر برابر با

10 m/s ، تندی متوسط متحرک در $\frac{1}{3}$ از زمان باقی‌مانده حرکت برابر با 4 m/s و تندی متوسط متحرک در بقیه مسیر برابر با 3 m/s باشد،

تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۳۱) دوندهای $\frac{1}{4}$ مسیر مستقیمی را با سرعت ثابت v و بقیه مسیر را با سرعت ثابت $2v$ بدون تغییر جهت دویده است. اندازه سرعت

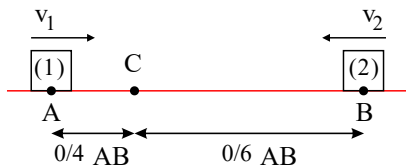
متوسط او در کل مسیر حرکت چند برابر v است؟



۳۲) پرنده‌ای روی قطاری که با سرعت ۷۲ km/h روی یک ریل افقی در حال حرکت است روی لانه خود نشسته است. در یک لحظه پرنده با سرعت ۲۵ m/s از لانه خود به سمت انتهای قطار شروع به پرواز می‌کند. با رسیدن به انتهای قطار بلافاصله با همین سرعت به محل اولیه خود پرواز می‌کند و پس از ۱۵ s از شروع پرواز به نقطه آغازش بازمی‌گردد. سرعت متوسط پرنده چند m/s است؟

۳۳) دو متحرک A و B روی محور x ها با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند و هم‌زمان با هم در لحظه $t = 0$ از مبدأ حرکت خود عبور می‌کنند. متحرک A در ثانیه دوم حرکت از مکان $x_1 = -۲۰ \text{ m}$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می‌شود و متحرک B در ۴ ثانیه دوم حرکت از مکان $x_1 = ۶۰ \text{ m}$ تا $x_2 = ۲۰ \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟

۳۴) دو متحرک ۱ و ۲ هم‌زمان مطابق شکل از دو نقطه A و B با سرعت‌های ثابت عبور کرده و در نقطه C به هم می‌رسند. زمانی که متحرک ۲ از C تا A می‌رود، چند برابر زمانی است که متحرک ۱ از C تا B می‌رود؟



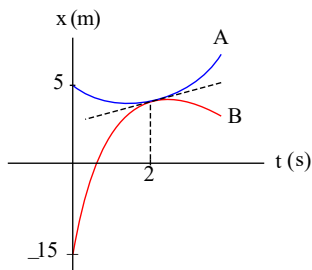
۳۵) دو متحرک A و B در مسیر مستقیم با سرعت ثابت $v_A = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $v_B = ۵۴ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ خلاف جهت هم و به سمت هم حرکت می‌کنند، اگر فاصله دو متحرک ۱۵۰ متر باشد، حداکثر چند ثانیه بعد برای دومین بار فاصله دو متحرک به ۵۰ متر می‌رسد؟

۳۶) اتومبیل A با سرعت ثابت از نقطه M روی خط مستقیم به سمت مقصد N که در فاصله ۶۰ کیلومتری آن قرار دارد حرکت می‌کند. اتومبیل B که از A ، ۱۵ کیلومتر عقب‌تر است، نیم‌ساعت دیرتر شروع به حرکت کرده ولی یک ساعت زودتر به مقصد می‌رسد. اگر سرعت اتومبیل B ، $۱۵۰ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، سرعت اتومبیل A چند $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ است؟

حرکت با شتاب ثابت

۳۷) متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از t ثانیه، ۴۰۰ m جابه‌جا می‌شود. اگر این متحرک، ۲۵۶ m آخر مسیرش را در مدت ۴ s پیموده باشد، سرعت متوسط آن در ۱۴۴ m اول مسیرش چند متر بر ثانیه بوده است؟

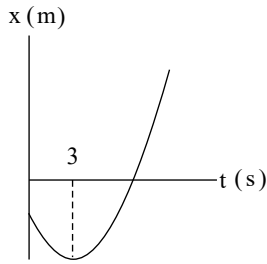
۳۸) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با شتاب ثابتی با بزرگی یکسان حرکت می‌کنند، به صورت مقابل است. بزرگی شتاب هریک چند m/s^2 است؟





۳۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x ها با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متحرک

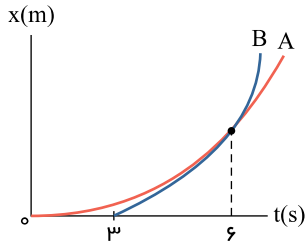
در لحظه $t = 8s$ ، برابر با $20 \frac{m}{s}$ باشد، جهت حرکت متحرک در چند متری مبدأ حرکت تغییر می‌کند؟



۴۰ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. چند ثانیه

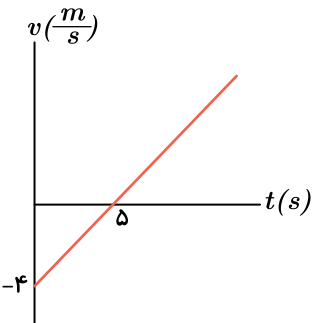
پس از شروع حرکت متحرک B ، فاصله دو متحرک به $13.5m$ می‌رسد؟ (هر دو متحرک از حال سکون با

شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کنند و $a_B = 3 \frac{m}{s^2}$)



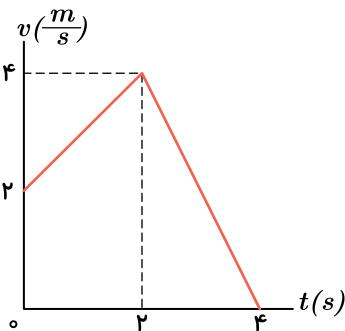
۴۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. با فرض اینکه در مبدأ زمان، متحرک در

$x = +10m$ قرار دارد، معادله حرکت را بنویسید و نمودار مکان - زمان آن را رسم کنید.



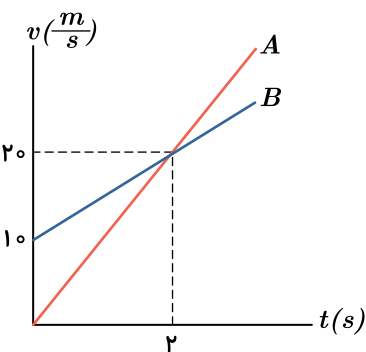
۴۲ نمودار سرعت - زمان متحرکی به صورت روبه‌رو است. اگر مکان اولیه متحرک $x_0 = 5m$ باشد،

نمودار مکان - زمان و شتاب - زمان متحرک را رسم کنید.



۴۳ نمودار سرعت - زمان دو متحرک که در مسیری مستقیم از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند،

مطابق شکل است.



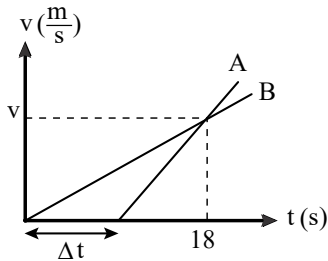


الف این دو متحرک پس از چند ثانیه دوباره به هم می‌رسند؟

ب بیشترین فاصله دو متحرک در این حرکت و تا قبل از رسیدن دوباره به هم چند متر می‌شود؟

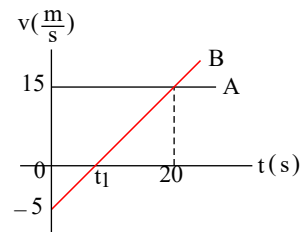
۴۴ نمودار سرعت - زمان دو اتومبیل A و B که از یک نقطه و با اختلاف زمانی Δt شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل است. اگر این

دو اتومبیل در لحظه $t' = 30s$ به هم برسند، چند ثانیه است Δt ؟



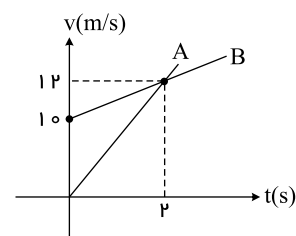
۴۵ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان هر دو از یک نقطه در مسیری مستقیم عبور کرده‌اند، به صورت زیر است.

تا لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، چند ثانیه جهت حرکت دو متحرک یکسان است؟



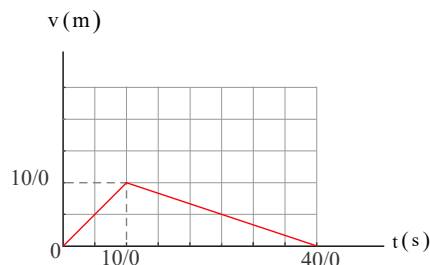
۴۶ دو متحرک A و B روی یک خط راست حرکت می‌کنند و نمودار سرعت - زمان آنها به شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 0$ متحرک A

از مبدأ مکان و متحرک B از مکان $x = 5(m)$ عبور کنند در $t = 6(s)$ فاصله آنها از یکدیگر چند متر است؟



۴۷ نمودار $v - t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی 0 تا $40s$

تا $50s$ چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در بازه زمانی 0 تا $25s$ است؟

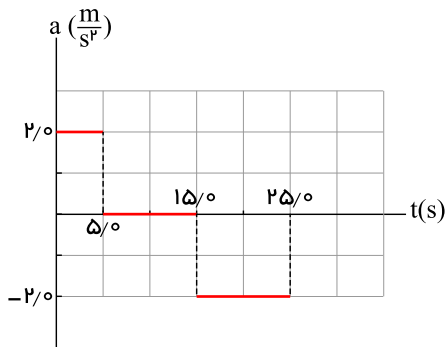


۴۸ متحرکی با شتابی ثابت و در مبدأ زمان، در جهت منفی محور x ها، از مبدأ مکان عبور کرده و پس از $12s$ ، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده

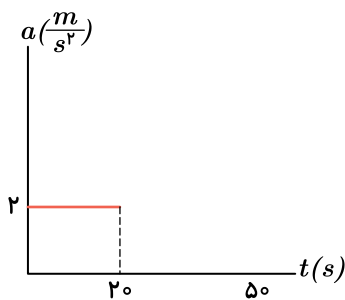
آن به ترتیب برابر با $-15m$ و $25m$ می‌شود. شتاب این متحرک چند واحد SI است؟



۴۹ شکل مقابل، نمودار شتاب - زمان یک ماشین اسباب‌بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$ ، در بازه زمانی صفر تا s ۲۵،



الف) نمودارهای سرعت - زمان و مکان - زمان این ماشین را رسم کنید.
ب) با توجه به نمودار سرعت - زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کندشونده یا با سرعت ثابت است.
پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.
ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.



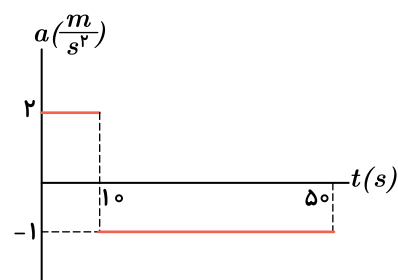
۵۰ نمودار شتاب - زمان دوچرخه‌سواری که در مسیری مستقیم (محور x) حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. دوچرخه‌سوار در مبدأ زمان از مکان 20 - متری مبدأ مکان با سرعت $2 \frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

الف) سرعت دوچرخه‌سوار در لحظه s ۲۰ چند متر بر ثانیه است؟

ب) جابه‌جایی دوچرخه‌سوار در مدت s ۵۰ پس از لحظه صفر چند متر است و دوچرخه‌سوار در این لحظه در چه فاصله‌ای از مبدأ مکان قرار دارد؟

پ) سرعت متوسط دوچرخه‌سوار در بازه زمانی صفر تا s ۵۰ چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

ت) نمودار سرعت - زمان و مکان - زمان آن را رسم کنید.



۵۱ شکل مقابل، نمودار شتاب - زمان اتومبیلی را که روی محور x حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. این متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان و دارای سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ است.

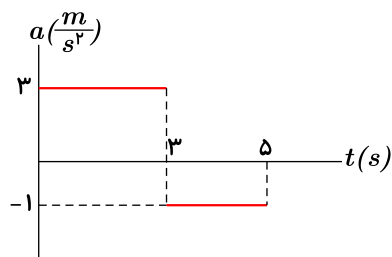
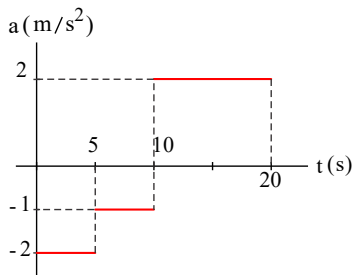
الف) جابه‌جایی اتومبیل در بازه زمانی صفر تا s ۵۰ چند متر است؟

ب) سرعت متوسط اتومبیل در این بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟



پ نمودار سرعت - زمان متحرک را در کل مدت زمان حرکت رسم کنید.

۵۲ شکل مقابل نمودار شتاب - زمان متحرکی را که با سرعت اولیه 4 m/s روی خط راست شروع به حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. در چه لحظه‌ای جسم در دورترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد؟



۵۳ نمودار شتاب - زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه متحرک برابر با $v_0 = 6 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت متوسط این متحرک در دو ثانیه دوم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۵۴ اتومبیلی که در مسیری مستقیم با سرعت $72 \frac{km}{h}$ حرکت می‌کند، مانعی را در فاصله ۱۱۲ متری خود می‌بیند و با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند. اگر زمانی که راننده مانع را می‌بیند تا پدال ترمز را فشار دهد، 0.5 s باشد، آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند؟

۵۵ بیشینه شتاب خودرویی در جاده خیس $2 \frac{m}{s^2}$ است. اگر این خودرو با سرعت $54 \frac{km}{h}$ در حرکت باشد و راننده ناگهان مانعی را در فاصله ۷۰ متری خود ببیند، آیا می‌تواند خودرو را به موقع متوقف کند؟ (زمان تأخیر در واکنش راننده را 0.5 s ثانیه در نظر بگیرید.)

۵۶ موتورسواری که با سرعت ثابت در حال حرکت است، ترمز می‌کند تا متوقف شود. اگر موتور در 2 s ثانیه اول ترمز کردن 420 cm و در 2 s ثانیه آخر ترمز کردن 20 cm پیموده باشد، سرعت آن قبل از ترمز چند متر بر ثانیه بوده است؟

۵۷ معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 8t + 15$ است. در بازه زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x بوده تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۵۸ معادله سرعت متوسط برحسب زمان یک متحرک که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $v_{av} = 8t + 10$ است. در لحظه‌ای که تندی این متحرک به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد، متحرک نسبت به نقطه شروع حرکت چند متر جابه‌جا شده است؟

۵۹ معادله سرعت برحسب مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 2\sqrt{x}$ است. اگر این متحرک در مبدأ زمان در مکان $x = 16\text{ m}$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از مکان $x = 36\text{ m}$ عبور می‌کند؟



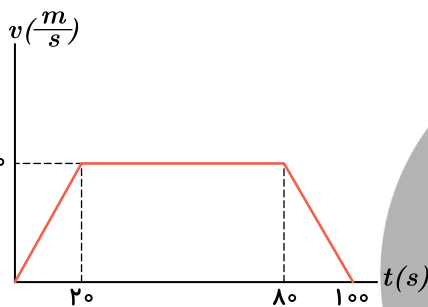
۶۰) متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه 18 m/s در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه پنجم حرکت برابر با صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در 10 ثانیه ابتدایی حرکت چند متر است؟

۶۱) متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در حرکت است و هر 2 ثانیه، 10 متر کمتر از 2 ثانیه قبل از آن حرکت می‌کند. اگر متحرک پس از 180 متر متوقف شود، اندازه سرعت آن در لحظه $t = 3(s)$ چند متر بر ثانیه است؟

۶۲) در حرکت شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی متحرک در 2 ثانیه اول، 10 متر و در 2 ثانیه سوم حرکت 26 متر است. جابه‌جایی متحرک در 6 ثانیه اول حرکت چند متر است؟

۶۳) متحرکی که با سرعت v_0 روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده است در هر 2 ثانیه، 2 متر بیشتر از 2 ثانیه قبلی حرکت می‌کند. اگر در 2 ثانیه سوم این متحرک 10 متر جابه‌جا شود، سرعت اولیه آن چند متر بر ثانیه است؟

۶۴) متحرکی که در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت در یک جهت حرکت می‌کند، در 2 ثانیه اول 56 متر و در 2 ثانیه سوم مسافت 40 متر را طی می‌کند. این متحرک از لحظه آغاز حرکت تا توقف کامل مسافت چند متر را طی می‌کند؟



۶۵) نمودار سرعت - زمان اتومبیلی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) نوع حرکت اتومبیل را در بازه‌های زمانی صفر تا $20s$ ، $20s$ تا $80s$ و $80s$ تا $100s$ تعیین کنید.

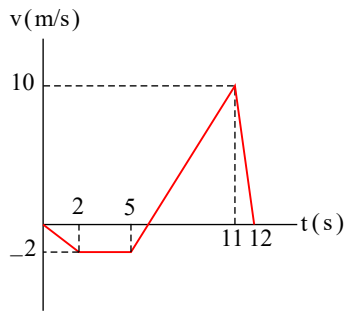
ب) در کل مدت زمان حرکت، اتومبیل چند متر جابه‌جا شده است؟

پ) سرعت متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

ت) نمودار شتاب - زمان آن را رسم کنید.



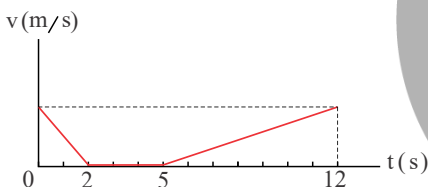
۶۶) نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x = -8m$ عبور کند، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی مشخص شده، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه خواهد بود؟



۶۷) متحرکی از حال سکون و در مسیری مستقیم با شتاب ثابت a_1 شروع به حرکت می‌کند. در لحظه $t = 6s$ شتاب حرکت متحرک تغییر می‌کند و با شتاب ثابت a_2 حرکت خود را تا لحظه‌ای که متوقف شود، ادامه می‌دهد. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در ۶ ثانیه اول $\frac{1}{3}$ کل مسافت طی‌شده توسط متحرک باشد، در کل مدت زمان حرکت چند ثانیه متحرک کندشونده است؟

۶۸) ذره‌ای که از حال سکون بر مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، در t ثانیه اول دارای سرعت متوسط $3m/s$ و در t ثانیه بعد دارای سرعت متوسط $4m/s$ و در t ثانیه آخر دارای سرعت متوسط $3m/s$ است. اگر شتاب در هر مرحله ثابت فرض شود، نوع حرکت در هر مرحله کدام است؟

۶۹) متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن به‌صورت زیر است. اگر بیشترین فاصله متحرک از مبدأ حرکت تا لحظه $t = 12s$ برابر با $63m$ باشد، مسافت طی‌شده توسط آن در مرحله تندشونده چند متر خواهد بود؟



۷۰) موتورسواری با شتاب تقریباً ثابتی از حال سکون سرعتش را به $10 \frac{m}{s}$ می‌رساند. اگر سرعت خود را حفظ کرده و مسافت $100m$ را در ۲۰ ثانیه اول طی کند، مقدار شتاب در شروع حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

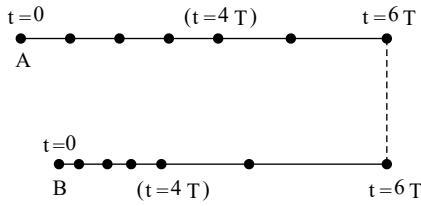
۷۱) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36 \frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

ب) نمودار مکان - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار سرعت - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۷۲) هر یک از شکل‌های زیر، مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t = 0, t = T, t = 2T, \dots, t = 6T$ نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظه $t = 4T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید:



الف سرعت اولیه کدام خودرو بیشتر است؟

ب سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است؟

پ کدام خودرو شتاب بیشتری دارد؟

۷۳ از نقطه A متحرک (۱) با سرعت ثابت $۲٫۵ \frac{m}{s}$ عبور کرده و در مسیری مستقیم به سمت نقطه B می‌رود. پس از ۵ ثانیه متحرک (۲) نیز در مسیری مستقیم، بدون سرعت اولیه و با شتاب $۲ \frac{m}{s^2}$ به دنبال متحرک (۱) به راه می‌افتد و با هم به مقصد (نقطه B) می‌رسند. فاصله AB چند متر است؟

۷۴ خودرویی در پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $۲ \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶ \frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد.

الف پس از چه مدت و با چه سرعتی خودرو دوباره به کامیون می‌رسد؟

ب هر کدام از دو متحرک در این مدت چه مسافتی را طی کرده‌اند؟

پ نمودار مکان - زمان و سرعت - زمان را برای دو متحرک رسم کنید. (محل شروع حرکت خودرو را مبدأ بگیرید.)

۷۵ در مسیری مستقیم از یک نقطه، خودروی A با سرعت ثابت $۱۶٫۲ \frac{m}{s}$ عبور می‌کند. بعد از ۱ ثانیه خودروی B بدون سرعت اولیه و با شتاب $۴ \frac{m}{s^2}$ به دنبال A به راه می‌افتد. چند ثانیه پس از شروع حرکت B ، این دو خودرو به هم می‌رسند؟

۷۶ پلیسی، دزدی را در فاصله ۲۸۸ متری خود می‌بیند که با سرعت $۶ \frac{m}{s}$ در حال فرار است. پلیس به محض دیدن دزد، با شتاب $۱ \frac{m}{s^2}$ شروع به دویدن به سمت دزد می‌کند و دزد نیز بلافاصله با شتاب ثابت $۰٫۵ \frac{m}{s^2}$ بر سرعت خود می‌افزاید.

الف چند ثانیه پس از این لحظه، پلیس دزد را می‌گیرد؟

ب نمودار - مکان زمان دزد و پلیس را رسم کنید.

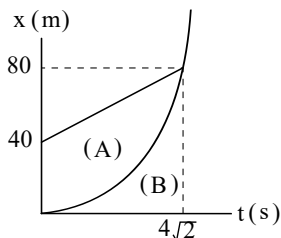


۷۷) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت $9 \frac{m}{s}$ از همان محلی که خودرو شروع به حرکت کرده بود و در همان مسیر، عبور می‌کند. چند ثانیه پس از لحظه‌ای که خودرو شروع به حرکت کرده است، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

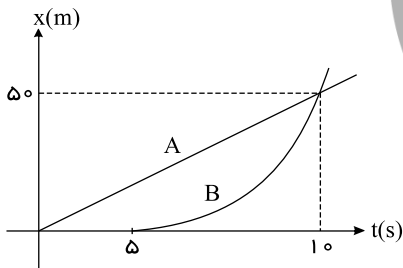
۷۸) دو متحرک با تندی‌های $16 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. در لحظه‌ای که فاصله آنها از یکدیگر به ۸۰ متر می‌رسد، هم‌زمان سرعت خود را با اندازه شتاب یکسان و ثابت کم می‌کنند تا متوقف شوند. کمینه اندازه شتاب دو متحرک برای این که به هم برخورد نکنند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۷۹) دو متحرک بر خط راست در خلاف جهت هم به هم نزدیک می‌شوند. در یک لحظه فاصله آنها ۲۸ متر است و هر دو با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت خود را تند می‌کنند. اگر در این لحظه سرعت آنها $4 \frac{m}{s}$ و $6 \frac{m}{s}$ باشد جابه‌جایی هریک، از لحظه شروع حرکت تندشونده تا وقتی به هم می‌رسند، چند متر است؟

۸۰) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر نمودار B یک سهمی باشد که در مبدأ زمان بر محور زمان مماس است، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، سرعت دو متحرک برابر می‌شود؟



۸۱) شکل مقابل نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را که روی خط راستی حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. اگر متحرک B از حال سکون با شتاب ثابت آغاز به حرکت کند؛ تندی آن در لحظه‌ای که به A می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟



سقوط آزاد

۸۲) الف) گلوله A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد، گلوله B را از ارتفاع $\frac{h}{4}$ و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلوله A به سرعت گلوله B در لحظه رسیدن به زمین چقدر است؟
ب) اگر دو گلوله هم‌زمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

۸۳) سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.
الف) اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟
ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟



۸۴ در شرایط خلأ از بالای ساختمانی به ارتفاع h گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها می‌شود. یک ثانیه قبل از برخورد گلوله با زمین بزرگی سرعت گلوله ۲۵ متر بر ثانیه می‌شود.

الف ارتفاع h چند متر است؟

ب زمان کل سقوط چند ثانیه است؟

پ سرعت متوسط گلوله از لحظه رها شدن تا رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۸۵ گلوله‌ای از ارتفاع h بالای سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله در دو ثانیه اول حرکت $\frac{1}{4}$ ارتفاع سقوط را بپیماید، باقی‌مانده مسیر را در چند ثانیه طی می‌کند؟

۸۶ سنگی را از ارتفاع y رها می‌کنیم. اگر سنگ در ثانیه آخر حرکتش مسافت ۳۵ متر را طی کند، ارتفاع y چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۸۷ در شرایط خلأ گلوله‌ای را از ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر گلوله در دو ثانیه آخر حرکتش تا رسیدن به زمین ۸۰ متر را طی کند، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۸۸ شخصی از بالای برج بلندی ابتدا گلوله‌ای را رها می‌کند، وقتی گلوله مسافت $5m$ را طی کرد، گلوله دیگری را از همان ارتفاع رها می‌کند، آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد گلوله اول به سطح زمین، فاصله بین دو گلوله:

- ۱) کاهش می‌یابد؟
- ۲) افزایش می‌یابد؟
- ۳) تغییر نمی‌کند؟

۸۹ دو گلوله به فاصله زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله بین آنها در طول حرکت ۳۵ متر باشد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۹۰ دو گلوله با فاصله زمانی ۲ ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله بین آنها در طول حرکت به ۱۰۰ متر برسد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۹۱ از بالای ساختمانی به ارتفاع ۸۰ متر در شرایط خلأ قطره‌های آب با فواصل زمانی یکسان بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. وقتی قطره پنجم شروع به حرکت می‌کند، قطره اول به زمین می‌خورد، فاصله قطره اول و دوم موقعی که قطره اول به زمین می‌رسد، چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



۹۲) گلوله A را از ارتفاع H رها می‌کنیم، یک ثانیه بعد از آنکه گلوله A به ۴۵ متری نقطه رها شدنش می‌رسد، گلوله B را از همان ارتفاع H رها می‌کنیم. ۲ ثانیه پس از شروع حرکت گلوله B ، فاصله این دو گلوله از یکدیگر چند متر می‌شود؟ (از نیروی هوا صرف‌نظر شود، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $H > 200m$ است.)

۹۳) در شرایط خلأ و در لحظه $t = 0$ ، گلوله‌ای از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. یک ثانیه پس از آن گلوله دیگری از همان ارتفاع رها می‌شود. فاصله بین دو گلوله در لحظه $t = 3s$ چند برابر فاصله بین آنها در لحظه $t = 5s$ است؟

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

قوانین حرکت نیوتون

۹۴) درباره آزمایش ذهنی گالیله تحقیق کنید.

۹۵) جسمی به جرم $10kg$ تحت تأثیر نیرو $\vec{F}_1 = (-15\vec{i} + 8\vec{j})N$ ، $\vec{F}_2 = (-21\vec{i} + 19\vec{j})N$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = (-4\vec{i} + 3\vec{j}) \frac{m}{s^2}$ را پیدا کرده است. نیروی $\vec{F}_3$ را بر حسب بردارهای یک‌ه بنویسید. (همه اندازه‌ها در SI است.)

۹۶) فرض کنید در فضایی خالی از جاذبه، دو گلوله کاملاً هم‌شکل و هم‌اندازه، یکی از چوب و دیگری از سرب در اختیار دارید. چگونه می‌توانید بدون استفاده از هر وسیله دیگر، این دو گلوله را از هم تشخیص دهید؟

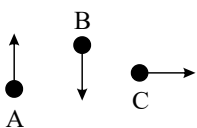
۹۷) وزنه‌های m و $(m + 2)$ کیلوگرم به ترتیب تحت تأثیر نیروهای F و $1.2F$ شتاب یکسان می‌گیرند. m چند کیلوگرم است؟

۹۸) اگر بر جسمی به جرم $5kg$ دو نیروی عمود بر هم وارد شود، شتابی معادل $4 \frac{m}{s^2}$ می‌گیرد. اگر یکی از نیروها $16N$ باشد، نیروی دیگر چند نیوتون است؟

نیروهای خاص

۹۹) چتربازی از یک وسیله پرنده تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چترباز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.

۱۰۰) مطابق شکل، سه گلوله A و B و C از یک ارتفاع با سرعت اولیه یکسان در جهت‌های مختلف پرتاب می‌شوند. اگر مقاومت هوا قابل ملاحظه باشد، بزرگی شتاب این سه متحرک را در لحظه پرتاب مقایسه کنید.





۱۰۱) چتربازی به جرم 70 kg مدتی پس از یک پرش، چترش باز می‌شود. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 1260 N افزایش می‌یابد. شتاب چتر باز را در این لحظه محاسبه کرده و ادامه حرکت چتر باز را تحلیل کنید. ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱۰۲) چتربازی به جرم 80 kg مدتی پس از یک پرش، چترش باز می‌شود. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 1280 N افزایش می‌یابد. شتاب چتر باز را در این لحظه محاسبه کرده و ادامه حرکت چتر باز را تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید. ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۱۰۳) دو گوی هم‌اندازه با جرم‌های m_1 و m_2 که $m_2 = 3m_1$ را از بالای ساختمانی به‌طور هم‌زمان رها می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت هوا که بر گوی‌ها وارد می‌شود را ثابت در نظر بگیریم، الف) تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟ ب) اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، سرعت برخورد گوی‌ها با زمین را با هم مقایسه کنید.

۱۰۴) چتر باز شماره (۱) از هواپیما به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند اما چتر باز شماره (۲) بلافاصله پس از پرش، چتر خود را باز می‌کند. حرکت چتر باز شماره (۱) را با حرکت چتر باز شماره (۲) مقایسه کنید. (سرعت حدی یک چتر باز نوعی حدود $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.)

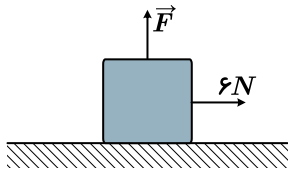
۱۰۵) دو گوی کروی با شعاع یکسان به جرم‌های $m_1 = 2\text{ kg}$ و $m_2 = 2g$ را از درون یک هواپیما که ارتفاع آن خیلی زیاد است، به‌طور هم‌زمان رها کرده‌ایم.

الف) تندی حدی کدام جسم بیشتر است؟ ب) پس از رسیدن هر دو جسم به تندی حدی، نیروی مقاومت هوای وارد بر گوی m_1 چند برابر نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم m_2 است؟

۱۰۶) شخصی روی نیروسنجی ایستاده است. اگر شخص شروع به نشستن کند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، کمتر از وزن شخص است یا بیشتر؟ توضیح دهد.

۱۰۷) کتابی به جرم m روی میز افقی قرار دارد. نیروی F به‌طور عمودی یک‌بار به طرف پایین و بار دیگر به طرف بالا به آن وارد می‌شود. نسبت نیروی تکیه‌گاه در حالت اول دو برابر حالت دوم است. F چه کسری از وزن است؟

۱۰۸) آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد $f_{s,\text{max}}$ متناسب با F_N است.

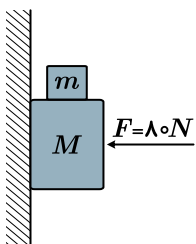


۱۰۹ جسمی به جرم $۲٫۵\text{ kg}$ ابتدا روی یک سطح افقی ساکن است. به این جسم نیروی افقی $F = ۶\text{ N}$ و نیروی قائم F' وارد می‌شود. ضریب اصطکاک‌های میان جسم و سطح عبارت‌اند از: $\mu_s = ۰٫۴$ و $\mu_k = ۰٫۲۵$. بزرگی و جهت نیروی اصطکاک وارد بر جسم را در حالت‌های زیر محاسبه کنید:

الف بزرگی F' برابر ۸ N باشد.

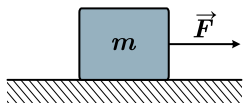
ب بزرگی F' برابر ۱۰ N باشد.

پ بزرگی F' برابر ۱۲ N باشد.



۱۱۰ در شکل زیر، $M = ۱\text{ kg}$ است و توسط نیروی افقی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته شده است. جسمی به جرم m را روی جرم M قرار می‌دهیم. ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم M و سطح دیوار $۰٫۲$ است. الف) نیروهای وارد بر جرم M را رسم کنید.

ب) بیشینه جرم m چقدر باشد تا جرم M در آستانه حرکت قرار گیرد؟ $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



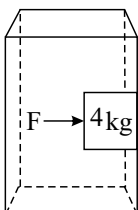
۱۱۱ در شکل مقابل جسمی به جرم ۵ kg روی سطح افقی قرار دارد، $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

الف اگر $F = ۱۷\text{ N}$ باشد، جسم حرکت نمی‌کند. نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟

ب اگر $F = ۲۰\text{ N}$ باشد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی چقدر است؟

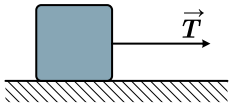
پ اگر بر جسم نیروی ۲۲ N وارد شود، جسم حرکت کرده و پس از ۸ s مسافت ۳۲ m را می‌پیماید. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی را به دست آورید.

۱۱۲ آسانسوری که در حال حرکت به سمت پایین است، با شتابی به بزرگی $۲٫۵\text{ m/s}^2$ در حال توقف است. شخصی درون این آسانسور، جسمی به جرم ۴ kg را با نیروی افقی $F = ۱۲۰\text{ N}$ به دیواره قائم آسانسور می‌فشارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی دیواره آسانسور با جسم برابر $۰٫۵$ باشد و در مدت حرکت آسانسور، جسم روی دیواره نلغزد، نیروی برآیندی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\text{ m/s}^2)$

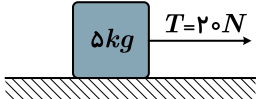




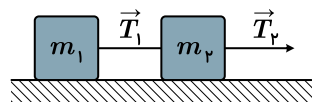
۱۱۳ در شکل مقابل، مکعبی به جرم ۵۰۰ گرم به نخ بسته شده و با سرعت ثابت $\frac{m}{s}$ روی یک سطح افقی حرکت می‌کند. پس از پاره شده نخ، وزنه پس از یک ثانیه می‌ایستد. نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟



۱۱۴ در شکل زیر، جسمی به جرم $۵kg$ از حالت سکون در مسیر افقی و در لحظه $t = ۰$ تحت تأثیر نیروی ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از $۳s$ نخ بسته شده به جسم پاره می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰.۲ است. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ایستادن طی می‌کند چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)



۱۱۵ در شکل زیر، $m_1 = ۳.۷۵kg$ ، $m_2 = ۴.۲۵kg$ و شتاب مجموعه $\frac{m}{s^2}$ به طرف راست است. نیروی کشش T_1 و T_2 را به دست آورید. (سطح بدون اصطکاک فرض شود).



۱۱۶ بندبازی به جرم $۷۰kg$ مطابق شکل از یک طناب تقریباً بدون جرم آویزان شده است. نیروهای وارد بر بندباز را در هر حالت ترسیم کنید و مقادیر آنها را بیابید. ($g \simeq ۱۰ \frac{N}{kg}$)



الف فرد به کمک طناب معلق مانده است.

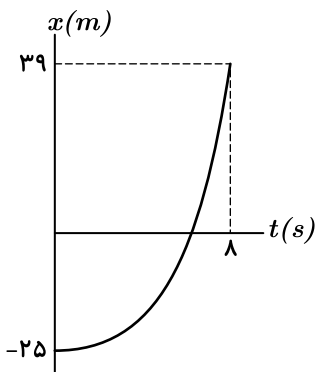
ب فرد با سرعت ثابت $\frac{m}{s}$ بالا می‌رود.

پ فرد با شتاب $\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت به سمت بالا می‌کند.



مسائل ترکیبی نیروها

۱۱۷) نمودار مکان - زمان اتومبیلی به جرم 1000 kg که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل روبه‌رو است:



الف) شتاب حرکت اتومبیل را به دست آورید.

ب) سرعت آن در لحظه عبور از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟

پ) برابند نیروهای وارد بر آن چند نیوتون می‌باشد؟

ت) اگر نیروی پیشران برابر 300 N باشد، نیروهای مقاوم بر آن چند نیوتون است؟

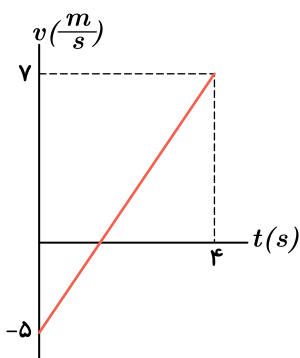
۱۱۸) اتومبیلی که مجموع جرم آن و راننده‌اش 1200 kg است با سرعت $20\frac{m}{s}$ در مسیری مستقیم حرکت می‌کند. راننده با دیدن مانعی در فاصله 112 متری با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. اگر زمان واکنش راننده 0.5 s باشد،

الف) آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند؟

ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چند ثانیه طول می‌کشد؟

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟

۱۱۹) نمودار سرعت - زمان جسمی به جرم 15 kg که روی سطح افقی حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. $(g = 10\frac{N}{kg})$





الف برابند نیروهای وارد بر جسم چند نیوتون است؟

ب اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی برابر ۰٫۵ باشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن چند نیوتون است؟

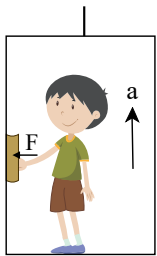
۱۲۰ دو جعبهٔ لوازم خانگی به جرم‌های $m_1 = ۲۵\text{ kg}$ و $m_2 = ۱۰۰\text{ kg}$ به یکدیگر متصل‌اند و آنها را با نیروی $F = ۴۵۰\text{ N}$ روی سطحی افقی هل می‌دهیم. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جعبه‌ها با سطح ۰٫۲ باشد.

الف شتاب حرکت جعبه‌ها را حساب کنید.

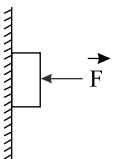
ب اندازهٔ نیرویی که جسم ۲ بر جسم ۱ وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

پ اندازهٔ نیرویی که جسم ۱ به جسم ۲ وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

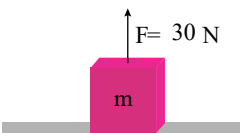
۱۲۱ شخصی درون آسانسوری که با شتاب $\frac{m}{s^2}$ ۲ از حال سکون بالا می‌رود و کتابی به جرم ۵۰۰ g را با نیروی $F = ۱۸\text{ N}$ به دیوار قائم آسانسور فشرده، به‌طوری که کتاب نسبت به آسانسور در آستانهٔ حرکت است. ضریب اصطکاک ایستایی کتاب و دیوارهٔ آسانسور تقریباً چقدر است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱۲۲ مطابق شکل زیر جسم $m = ۲\text{ kg}$ که تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ قرار دارد، با سرعت ثابت $۴۰ \frac{m}{s}$ در راستای قائم پایین می‌آید. اگر در یک لحظه اندازهٔ نیروی افقی $\vec{F}$ بدون تغییر جهت آن دو برابر شود، مسافت طی‌شده توسط جسم ۲ ثانیه پس از این لحظه چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

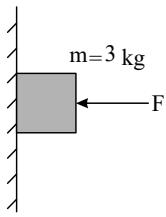


۱۲۳ جسم $m = ۲٫۵\text{ kg}$ تحت تأثیر نیروی عمودی F مطابق شکل از روی سطح زمین شروع به حرکت می‌کند و پس از ۲ ثانیه نیروی F حذف می‌شود. ارتفاع اوج جسم m نسبت به زمین چند متر است؟ ($g \simeq ۱۰$)





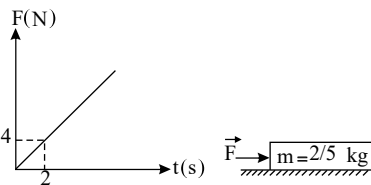
۱۲۴ در شکل مقابل جسم $m = 3 \text{ kg}$ توسط نیروی افقی F به دیوار قائمی تکیه داده شده و ثابت نگاه داده شده است. نیروی وارده از طرف سطح دیوار به جسم با سطح دیوار زاویه ۵۳° می‌سازد. نیروی F را حداکثر چند نیوتون می‌توان کاهش داد بدون اینکه جسم شروع به لغزش نماید؟ ($\mu_s = \frac{6}{7}$ و $\cos ۳۷^\circ = ۰٫۸$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰٫۶$ و $g = ۱۰ \text{ N/kg}$)



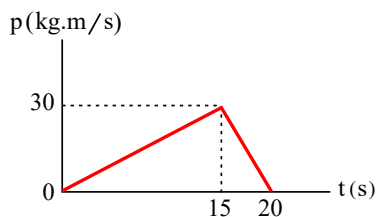
تکانه و قانون دوم نیوتون

۱۲۵ معادله تکانه جسمی برحسب انرژی جنبشی آن در SI به صورت $p = \sqrt{۱۲K}$ است. اگر در مدت زمان ۴ ثانیه، تندی این جسم از $۲ \frac{m}{s}$ به $۷ \frac{m}{s}$ برسد، اندازه نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم چند نیوتون خواهد بود؟

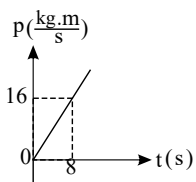
۱۲۶ در شکل زیر نمودار تغییرات اندازه نیروی افقی $\vec{F}$ که به جسمی به جرم m وارد می‌شود، برحسب زمان نشان داده شده است. اگر جسم در ابتدا ساکن و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی به ترتیب برابر با $۰٫۴$ و $۰٫۲$ باشد، تغییر تکانه جسم در بازه زمانی $t = ۴ \text{ s}$ تا $t = ۸ \text{ s}$ چند واحد SI است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱۲۷ نمودار شکل مقابل، اندازه تکانه جسمی به جرم ۲ kg را که در مسیری مستقیم و افقی حرکت می‌کند برحسب زمان نشان می‌دهد. اگر نیروی ثابت افقی $\vec{F}$ در ۱۵ ثانیه ابتدای حرکت به جسم وارد و سپس قطع شده باشد، اندازه نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون بوده است؟



۱۲۸ نمودار تکانه برحسب زمان جسمی به جرم $۲٫۵ \text{ kg}$ که تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطح افقی دارای اصطکاکی با ضریب اصطکاک جنبشی $۰٫۲$ حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)





حرکت دایره‌ای یکنواخت

۱۲۹) اتومبیلی یک پیچ افقی به شعاع ۲۰۰ متر را با بیشترین سرعت طراحی‌شده که $۷۲ km/h$ است دور می‌زند. نیرویی که به سرنشین این اتومبیل به جرم $۸۰ kg$ وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ m/s^2$)

۱۳۰) خودرویی با حداکثر تندی مجاز و بدون لغزش، پیچ افقی مسطحی به شعاع ۱۰ متر را دور می‌زند. کامیونی که جرم آن دو برابر جرم خودرو و تندی آن ۲۰ درصد بیشتر از تندی خودرو است، می‌خواهد همان پیچ را دور بزند. شعاع چرخش کامیون چند متر باشد تا بدون لغزش پیچ را دور بزند؟ (ضریب اصطکاک ایستایی را برای خودرو و کامیون یکسان در نظر بگیرید.)

نیروی گرانشی

۱۳۱) ثابت گرانشی G را اولین بار هنری کاوندیش در سال ۱۷۹۸ اندازه‌گیری کرد. در مورد روش اندازه‌گیری G توسط هنری کاوندیش تحقیق کنید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید.

۱۳۲) الف) سفینه‌ای به جرم $۱۰^۴ \times ۳۰۰ kg$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می‌شود به‌دست آورید. (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).
ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟

$$M_{\text{زمین}} = ۵,۹۸ \times ۱۰^{۲۴} kg, \quad M_{\text{ماه}} = ۷,۳۶ \times ۱۰^{۲۲} kg$$

$$\text{فاصله زمین تا ماه} = ۳,۸۴ \times ۱۰^۵ km$$

۱۳۳) «می‌دانیم اگر یک جسم کروی با توزیع جرم یکنواخت داشته باشیم برای یافتن نیروی گرانشی بین این جسم کروی و یک ذره در فاصله مشخص از این کره می‌توانیم فرض کنیم جرم این کره در مرکز کره متمرکز شده است.»
چگالی و مساحت سطح سیاره x به ترتیب نصف و چهار برابر چگالی و مساحت سطح کره زمین است. (سیاره‌ها کروی و توزیع جرم در آن‌ها یکنواخت فرض می‌شوند.) در یک لحظه فاصله از مرکز کره زمین d می‌باشد:

الف) در این لحظه در چه فاصله از مرکز کره زمین شتاب گرانشی حاصل از سیاره x و کره زمین با هم برابر است؟

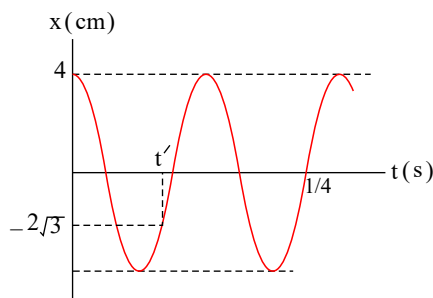
ب) شتاب گرانش در سطح سیاره چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است؟



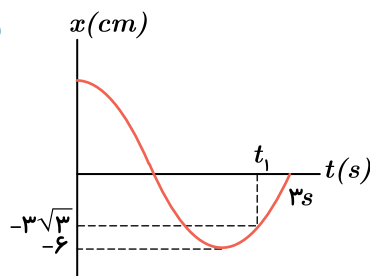
فصل 3: نوسان و موج

حرکت هماهنگ ساده

- ۱۳۴ جسمی به جرم $1,0 \text{ kg}$ به فنری افقی با ثابت $6,0 \frac{N}{cm}$ متصل است. فنر به اندازه $9,0 \text{ cm}$ فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک:
- الف) دامنه نوسان و تندی بیشینه جسم چقدر است؟
- ب) وقتی تندی جسم $1,6 \frac{m}{s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چقدر است؟



- ۱۳۵ نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل زیر است. الف) معادله مکان - زمان این نوسانگر را بنویسید. (SI)
- ب) مقدار t' چند ثانیه است؟
- پ) اندازه شتاب نوسانگر را در لحظه t' محاسبه کنید. (SI)
- ت) اگر جرم نوسانگر 25 g باشد در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر 25 J است، سرعت نوسانگر چند (m/s) است؟ ($\pi^2 \simeq 10$)



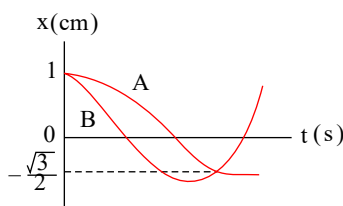
- ۱۳۶ نمودار مکان - زمان نوسانگری به صورت زیر است:

الف) معادله حرکت این نوسانگر را در SI بنویسید.

ب) متحرک در $t_1 + \frac{T}{4}$ در کدام نقطه قرار دارد؟

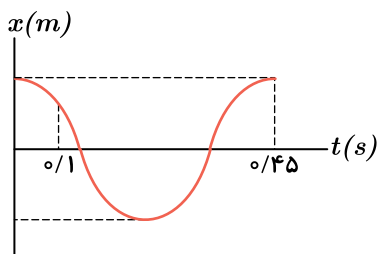
پ) نوسانگر در مدت 3 s چند نوسان انجام داده است؟

- ۱۳۷ نمودار مکان - زمان دو نوسانگر که دارای حرکت هماهنگ ساده هستند، مطابق شکل زیر است. دوره تناوب نوسانگر A چند برابر دوره تناوب نوسانگر B است؟





۱۳۸ وقتی یک جسم به جرم 1 kg را از انتهای یک فنر قائم بیاویزیم، فنر 5 cm کشیده می‌شود. این فنر را روی سطح افقی قرار می‌دهیم و به آن یک جسم به جرم 2 kg وصل می‌کنیم. در این حالت فنر را 10 cm می‌کشیم و رها می‌کنیم. معادله مکان - زمان نوسانگر را در SI بنویسید. ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



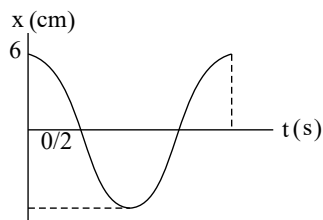
۱۳۹ نمودار مکان - زمان نوسانگری در یک دوره تناوب در سامانه جرم - فنر، به صورت روبه‌رو است. اگر جرم جسم برابر 0.8 kg باشد: ($\pi = 3$)

الف) ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

ب) اگر اندازه شتاب این نوسانگر در $t_1 = 0.1\text{ s}$ برابر $1.2 \frac{m}{s^2}$ باشد، معادله مکان - زمان متحرک را بنویسید.

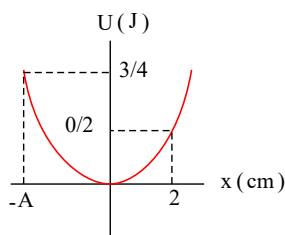
۱۴۰ معادله نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $F = -\pi^2 y$ است. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۳۰۰ نوسان کامل انجام دهد، جرم این نوسانگر چند گرم است؟

۱۴۱ نوسانگری حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در بازه زمانی صفر تا t ، برای اولین بار تندی متوسط نوسانگر دو برابر بزرگی سرعت متوسط آن باشد، بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه t چند متر بر مجذور ثانیه است؟



انرژی حرکت هماهنگ ساده

۱۴۲ نمودار انرژی پتانسیل یک نوسانگر وزنه - فنر بر حسب مکان آن به صورت شکل زیر است. اگر جرم وزنه برابر با 400 g گرم باشد، سرعت نوسانگر هنگامی که در مکان $x = +2\text{ cm}$ قرار داشته و بزرگی سرعت آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟ (از تمام اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)





۱۴۳ الف) ساعتی آونگ‌دار (با آونگ ساده) در تهران تنظیم شده است. اگر این ساعت به منطقه‌ای در استوا برده شود، عقب می‌افتد یا جلو؟ مقدار این عقب یا جلو افتادن در یک شبانه‌روز چقدر است؟

$$(g_{\text{استوا}} = 9.78 \frac{m}{s^2} \text{ و } g_{\text{تهران}} = 9.80 \frac{m}{s^2})$$

ب) به نظر شما آیا با افزایش دما، یک ساعت آونگ‌دار جلو می‌افتد یا عقب؟

۱۴۴ ساعتی آونگ‌دار (با آونگ ساده) در شهر A تنظیم شده است که در آن شهر شتاب گرانشی $g_A = 9.8 \frac{N}{kg}$ است. این آونگ را به

شهر B می‌بریم که در آنجا شتاب گرانشی $g_B = 9.6 \frac{N}{kg}$ است.

الف) این ساعت در شهر B عقب می‌افتد یا جلو؟

ب) مقدار این عقب یا جلو افتادن در یک شبانه‌روز چقدر است؟

مشخصه‌های موج

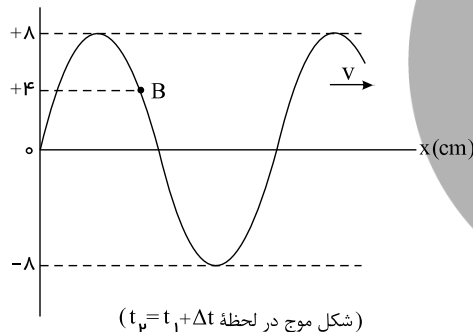
۱۴۵ سیمی با چگالی $7.80 \frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع $0.50 mm^2$ بین دو نقطه با نیروی $156 N$ کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی را در این سیم محاسبه کنید.

۱۴۶ شکل‌های زیر نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج را در دو لحظه معینی نشان می‌دهد. بین دو لحظه $(t_1 \text{ و } t_2)$:

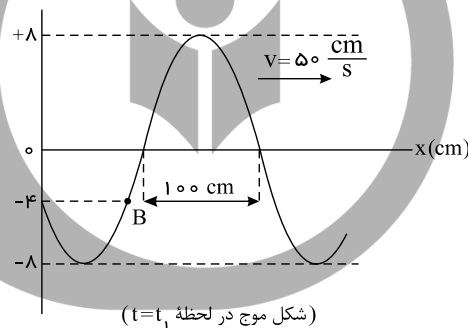
الف) حداقل مسافت طی‌شده توسط ذره B از این محیط چند cm است؟

ب) بیشترین مقدار سرعت متوسط ذره B چند cm/s است؟

جابه‌جایی



جابه‌جایی



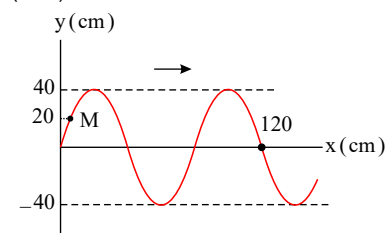
۱۴۷ شکل مقابل قسمتی از یک طناب بلند کشیده‌شده‌ای را در $t = 0$ نشان می‌دهد که یک موج سینوسی در آن در جهت محور $(+x)$

در حال انتشار است. در لحظه $t = 1 s$ ، ذره M برای اولین بار در $y = +40 cm$ قرار می‌گیرد.

الف) دوره نوسان چشمه ایجادکننده این موج چند ثانیه است؟

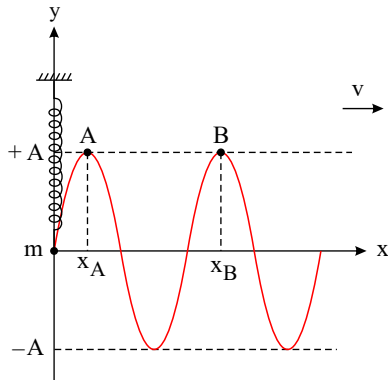
ب) سرعت انتشار موج چند $(\frac{m}{s})$ است؟

پ) در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 24 s$ ، موج چند متر پیشروی کرده است؟



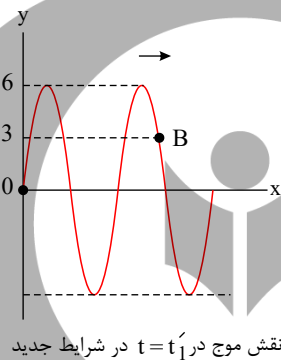
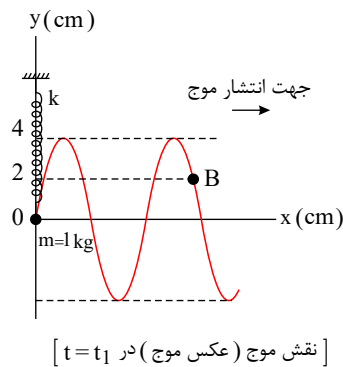


۱۴۸ مطابق شکل داده شده، توسط یک نوسانگر ساده دستگاه جرم - فنر قائم، موجی در طول طنابی بلند و افقی که یک سر آن به نوسانگر به جرم m در حال نوسان ساده، متصل و سر دیگر آن کشیده شده، ایجاد و در حال انتشار است. در لحظه $t = t'$ ، ذره A از طناب در مکان $x = x_A$ و ذره B از طناب نیز در مکان $x = x_B$ قرار دارد. اگر فاصله ذره B تا وضع تعادلی اش در لحظه $t = t' + 0.2s$ برای اولین بار، نصف دامنه نوسانی اش باشد، الف) اگر ثابت فنر $k = 10 \frac{N}{m}$ باشد، جرم m چند کیلوگرم است؟



ب) وزنه چند کیلوگرمی به جرم m آویخته و مجدد به نوسان واداریم تا وضعیت نوسانی ذرات A و B کاملاً قرینه شود؟ (در صورت نیاز $(\pi^2 \simeq 10)$)

۱۴۹ در شکل مقابل عکس موجی که در طول طنابی در حال انتشار است در $t = t_1$ ترسیم شده است. در لحظه $t = t_1 + \frac{4}{3}s$ ، سرعت متوسط ذره B از طناب برای اولین بار صفر می شود. اگر به جرم نوسانگر (در چشمه موج)، $3kg$ اضافه کرده و دامنه نوسانی را $2cm$ افزایش داده و مجدداً موج سینوسی را در طول طناب ایجاد کنیم، در بازه زمانی $t'_1 \leq t \leq t'_1 + \frac{4}{3}s$ ، سرعت متوسط ذره B چند $\frac{cm}{s}$ خواهد بود؟

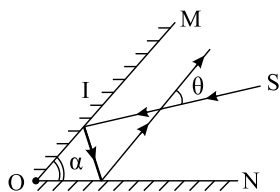


نقش موج در $t = t'_1$ در شرایط جدید

فصل ۴: برهم کنش های موج

بازتاب موج

۱۵۰ دو آینه تخت OM و ON مطابق شکل با یکدیگر زاویه α می سازند. باریکه نور S بعد از بازتابش از آینه های OM و ON با راستای اولیه خود زاویه θ می سازد.





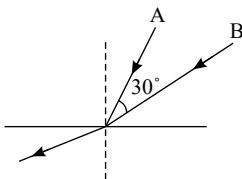
الف θ را بر حسب α بیابید.

ب اگر زاویه α ، 15° افزایش یابد، θ چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟ (فرض کنید که در ابتدا $\alpha < 90$)

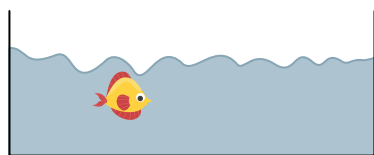
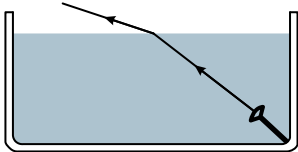
۱۵۱ فرض کنید خفاش فوآرنی که روی شاخه‌ای ایستاده است، به کمک یک موج فراصوتی به طول موج $5 \times 10^{-3} m$ و بسامد $67 kHz$ مکان موشی را که در ۱۳۴ متری خفاش ایستاده است، تعیین می‌کند. پژواک موج ارسالی از خفاش پس از چند ثانیه به خودش برمی‌گردد؟

شکست موج

۱۵۲ دو موج نوری مطابق شکل با زاویه 30° نسبت به هم از هوا به یک نقطه از مرز آن با محیط شفاف فروود آمده و در یک امتداد وارد آن می‌شوند. اگر سرعت‌های دو موج در هوا برابر و در محیط شفاف سرعت موج A ، $\sqrt{3}$ برابر سرعت موج B باشد، زاویه موج A با خط B ، خط عمود در هوا چند رادیان است؟



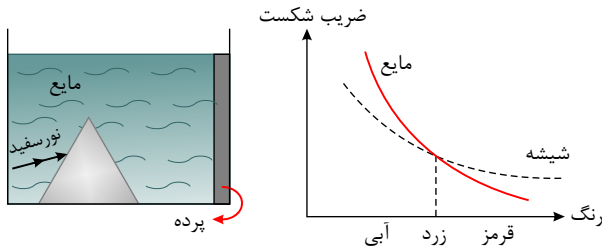
۱۵۳ مطابق شکل روبه‌رو، یک لیزر در کف ظرفی پر از آب قرار دارد و پرتو گسیل‌شده از آن، از آب وارد هوا می‌شود. اگر بدون اینکه زاویه تابش تغییر کند، مایعی با ضریب شکست بزرگتر از آب جایگزین آب کنیم، زاویه شکست پرتو در هنگام عبور از سطح مایع چگونه تغییر می‌کند؟



۱۵۴ مطابق شکل، یک مرغ ماهی‌خوار و یک ماهی را در نظر بگیرید. هر کدام از این حیوانات، دیگری را در چه نقطه‌ای نسبت به محل واقعی آن می‌بیند؟

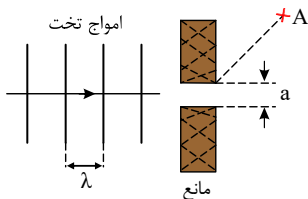


۱۵۵ به یک منشور شیشه‌ای که تماماً در یک مایع قرار گرفته است مانند شکل باریکه نور سفیدی می‌تابانیم و رنگ‌های طیف را روی پرده می‌اندازیم. ضریب شکست شیشه و رنگ‌های مختلف نور سفید، در نمودار رسم شده، مشخص شده است. روی پرده به ترتیب از بالا به پایین چه رنگ‌هایی مشاهده می‌شود؟



پراش موج

۱۵۶ بر سطح آب در دو تشت موج به‌طور جداگانه، توسط دو منبع موج تیغه‌ای با فرکانس‌های $f_1 = 20\text{ Hz}$ و $f_2 = 16\text{ Hz}$ امواج تخت سطحی را ایجاد می‌کنیم. این امواج در ادامه حرکت خود به دو مانع می‌رسند که در آن‌ها دو شکاف به ابعاد $a_1 = 4\text{ cm}$ و $a_2 = 5.2\text{ cm}$ وجود دارد. ناظر A در شرایط کاملاً مشابه در سطح آب در دو تشت، قرار می‌گیرد. در کدام تشت احتمال دریافت امواج عبوری از شکاف‌ها برای ناظر A کمتر است؟ (تندی انتشار موج در سطح آب دو تشت، یکسان فرض می‌شود.)



تداخل امواج

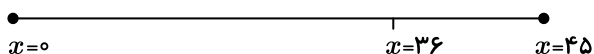
۱۵۷ تداخل در امواج الکترومغناطیسی (آزمایش هرتز): اگرچه ماکسول پیش از پایان قرن نوزدهم وجود امواج الکترومغناطیسی را پیش‌بینی کرده بود، این هرتز بود که با آزمایش‌های تداخلی خود که به تولید موج‌های الکترومغناطیسی ایستاده انجامید، وجود موج‌های الکترومغناطیسی را در گستره بسامد رادیویی اثبات کرد. هاینریش هرتز در سال ۱۸۸۸ میلادی با وسایل ابتدایی آن زمان این آزمایش را به انجام رسانید. در مورد چگونگی آزمایش هرتز تحقیق کنید.

۱۵۸ سیمی مرتعش با دو انتهای ثابت توسط یک نیروی متغیر با زمان با معادله $F = 16t^2$ کشیده می‌شود. اگر در زمان $t = 1\text{ s}$ تشدید با ۱۰ شکم داشته باشیم:

الف) در چه زمانی ۵ گره با همان بسامد تشدید داریم؟

ب) در زمان ۲s چند شکم با همان بسامد تشدید داریم؟

۱۵۹ شکل زیر سیمی را نشان می‌دهد که دو سر آن در نقاط $x = 0$ و $x = 45\text{ cm}$ ثابت است. اگر با انگشت خود به آرامی نقطه $x = 36\text{ cm}$ را ثابت نگه داریم تا در این نقطه گره ایجاد شود:

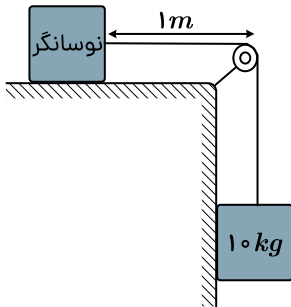


الف) بزرگ‌ترین طول موج ایستاده‌ای که می‌توان در سیم ایجاد کرد، چند سانتی‌متر است؟



ب طول موج به دست آمده مربوط به کدام هماهنگ است؟

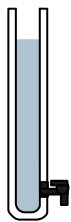
۱۶۰ در شکل روبه‌رو یک سر سیمی به طول $۱٫۰۰\text{ m}$ و جرم $۲۵ \times 10^{-۴}\text{ kg}$ به دستگاه نوسان‌سازی وصل شده است و سر دیگر آن توسط وزنه‌ای $۱٫۰۰$ کیلوگرمی تحت نیروی کشش قرار گرفته است. اگر در این حالت نوسان‌ساز مد اصلی (هماهنگ اول) را ایجاد کند:



الف بسامد نوسان‌ساز و طول موج ایجادشده را به دست آورید.

ب اگر بخواهیم با همین بسامد هماهنگ دوم در تار ایجاد شود، جرم وزنه را چند کیلوگرم و چگونه تغییر دهیم؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$ فرض شود و محل اتصال سیم به نوسان‌ساز تقریباً گره تشکیل می‌شود.

۱۶۱ یک لوله محتوی آب که در پایین آن یک شیر نصب است را در نظر بگیرید. در بالای این لوله دیافراگم با بسامد مشخص را به نوسان در می‌آوریم. اگر شیر پایین لوله را باز کنیم تا وقتی که آب لوله کاملاً تخلیه شود، صدای ایجادشده از لوله چه تغییری می‌کند؟



فصل ۵: آشنایی با فیزیک اتمی

فوتوالکتریک و فوتون

۱۶۲ چرا طبق نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول انتظار می‌رود به‌ازای یک بسامد معین اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم باید الکترون‌ها با انرژی بیشتری از فلز خارج شوند؟

۱۶۳ نور از خلأ وارد محیطی شفاف می‌شود که سرعت نور در آن $\frac{۳}{۴\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ است. بسامد آستانه برای فلزی $۳ \times 10^{15}\text{ Hz}$ است. اگر آزمایش فوتوالکتریک برای فلزی در شرایط خلأ صورت پذیرفته باشد توضیح دهید آیا آزمایش فوتوالکتریک برای این فلز و در این محیط شفاف صورت خواهد پذیرفت؟
(ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ و μ_0 تراوایی مغناطیسی خلأ می‌باشد.)

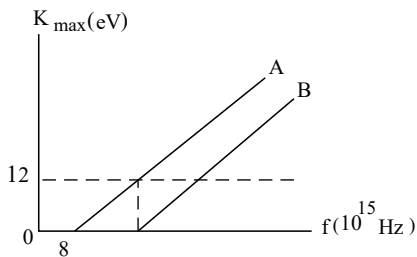


۱۶۴ در پدیده فوتوالکتریک طول موج تابش شده به سطح فلز را نصف می‌کنیم. در این حالت بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌های گسیل شده از سطح فلز چند برابر می‌شود؟

۱۶۵ شیب و طول از مبدأ نمودار K_{max} برحسب بسامد پرتو فرودی در یک آزمایش فوتوالکتریک را در SI بنویسید. (تابع کار فلز $۴eV$ است.)

در صورت نیاز: $(e = ۱,۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ و $h \simeq ۶,۴ \times ۱۰^{-۳۴} J \cdot s)$

۱۶۶ نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها برحسب بسامد نور فرودی به فلزهای A و B در دو آزمایش فوتوالکتریک جداگانه به صورت شکل است. تابع کار فلز A چند برابر تابع کار فلز B است؟ $(h = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} eV \cdot s)$



۱۶۷ کمترین انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از سطح فلز $۶,۴$ الکترون ولت است. اگر فوتون‌های فرابنفش با بسامد یگانه به سطح این فلز برخورد کنند، الکترون‌هایی با انرژی جنبشی از صفر تا $۳,۸$ الکترون ولت از سطح آن خارج می‌شوند. انرژی فوتون‌های فرودی چند الکترون ولت است؟

۱۶۸ کدامیک از جملات زیر صحیح است؟

الف اینکه پدیده فوتوالکتریک فقط در بسامدی بیشتر از بسامد آستانه رخ می‌دهد، توسط فیزیک کلاسیک قابل توجیه بود.

ب بسامد آستانه فقط به جنس فلزی که به آن نور می‌تابد بستگی دارد.

پ طیف جذبی و گسیلی پیوسته در شناسایی عناصر از یکدیگر به کار می‌رود.

ت فیزیک کلاسیک در توجیه منحصر به فرد بودن طیف اتمی عناصر ناتوان بود.

ث طیف گسیلی هر عنصر، دقیقاً مکمل طیف جذبی همان عنصر است.

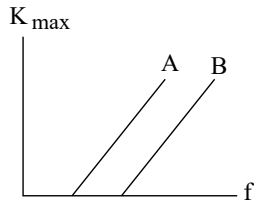
ج در طیف اتم هیدروژن، فقط خطوط رشته لیمان در ناحیه فرابنفش قرار دارد.

چ خط‌های تیره رنگ در طیف نور خورشید (خط‌های فرانوفر) نشانه طیف جذبی بخارها اتمی جو خورشید و جو کره زمین است.

ح مدل اتمی بور توانست پدیده فوتوالکتریک در فلزات را توجیه کند.



۱۶۹) نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده برحسب بسامد نور فرودی به دو فلز A و B مطابق شکل است. اگر



نوری با بسامد 10^{15} Hz بتابانیم و فوتوالکتریک برای هر دو فلز رخ دهد الزاماً کدامیک از موارد زیر صحیح است؟ $(C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, h = 4 \times 10^{-15})$

- ۱) به ازای طول موج‌های کمتر از 100 nm برای هر دو فلز پدیده فوتوالکتریک رخ نخواهد داد.
- ۲) به ازای بسامدهای کمتر از 10^{15} Hz برای هر دو فلز، پدیده فوتوالکتریک رخ نخواهد داد.
- ۳) تابع کار فلز A کمتر از 12 eV است.

۱۷۰) نوری با طول موج 240 nm به سطحی از جنس فلز تنگستن می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌ها از آن می‌شود.

الف) بسامد نور فرودی را پیدا کنید.

ب) اگر توان چشمه نور فرودی 50 W باشد، در هر دقیقه چه تعداد فوتون از این چشمه گسیل می‌شود؟

پ) اگر توان و در نتیجه شدت چشمه نور فرودی به نصف کاهش پیدا کند، شمار فوتون‌های گسیل‌شده از چشمه در هر دقیقه چه تغییری می‌کند؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$

۱۷۱) شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود 1360 W/m^2 است یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر 1 m^2 مقدار انرژی 1360 J می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد، مقدار زیادی، از شدت آن به علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر تابش متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر متر مربع حدود 320 W/m^2 باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول موج فوتون‌ها را 620 nm فرض کنید. $(hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm})$

۱۷۲) از سطح کره‌ای به شعاع 50 cm در هر دقیقه 3.6 J انرژی الکترومغناطیسی گسیل می‌شود. شدت تابشی آن در SI چند W/m^2 است؟ $(\pi \simeq 3)$ (شدت تابشی مقدار انرژی‌ای است که در 1 s از 1 m^2 سطح یک جسم تابش شود).

۱۷۳) «شدت تابشی مقدار انرژی‌ای است که در مدت 1 s از 1 m^2 از سطح یک جسم تابش می‌شود.» هر گاه سطح یک فلز گداخته را نصف کنیم، شدت تابش موج‌های الکترومغناطیسی گسیل‌شده از آن چند برابر می‌شود؟ (مقدار انرژی موج‌های گسیل‌شده در واحد سطح تمام قسمت‌های فلز را برابر فرض کنید).

۱۷۴) در پدیده فوتوالکتریک از نوری با بسامد f استفاده شده و در هر ثانیه 10^{26} الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر در همین حال نوری با همان تعداد فوتون در ثانیه ولی با بسامد $3f$ به نور قبلی اضافه شود، چند فوتوالکترون در ثانیه از فلز جدا می‌شود؟

۱۷۵) سه فوتون A ، B و C با انرژی‌های متفاوت مفروض‌اند، به طوری که بین طول موج‌های آن‌ها رابطه $\lambda_C = \frac{\lambda_B \lambda_A}{\lambda_B + \lambda_A}$ برقرار است. چه رابطه‌ای بین انرژی این فوتون‌ها می‌توان نوشت؟

۱۷۶) نوری مرکب از یک منبع با طول موج‌های $\lambda_1 = 300 \text{ nm}$ و $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ به سطح فلزی می‌تابد. توان خروجی منبع 150 W بوده و سهم هریک از نورها از این توان یکسان است. اگر بیشینه طول موج فوتون‌های موردنیاز برای جدا کردن الکترون‌ها از سطح فلز در آزمایش فوتوالکتریک، 650 nm باشد و از این منبع در آزمایش فوتوالکتریک ذکرشده استفاده شود، نسبت تعداد فوتوالکترون‌های جداشده به واسطه نور با طول موج λ_1 به نور به طول موج λ_2 چند است؟



۱۷۷) یک لامپ روشنایی $100W$ در فاصله $1km$ دیده می‌شود. فرض کنید بازده لامپ 20% درصد است (یعنی فقط $20W$ تابش مرئی گسیل می‌شود.) و 1% درصد این تابش با طول موج $650nm$ تابش می‌شود. چه تعداد فوتون با این طول موج وارد هر مردمک چشم ناظر می‌شود؟ (قطر مردمک چشم را $2mm$ فرض کنید.)
 $(h \simeq 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s \text{ و } \pi \simeq 3)$

۱۷۸) یک باریکه نور A با بسامد f_A و یک باریکه نور B با بسامد f_B ، هریک توان یکسانی را به سطح مشخصی انتقال می‌دهند. اگر نور A حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از سطح فلز را داشته باشد و هر فوتون یک الکترون را از سطح جدا کند، تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح توسط هر نور را با هم مقایسه کنید. (می‌دانیم که $f_B > f_A$ است.)

۱۷۹) یک لامپ رشته‌ای با توان $100W$ از فاصله یک کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به‌طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازده لامپ 5% درصد است (یعنی $5W$ تابش مرئی گسیل می‌کند) و فقط 1% درصد این تابش دارای طول موجی در حدود $550nm$ است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصله قرار دارد؟ (قطر مردمک را $2mm$ در نظر بگیرید.)

۱۸۰) شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین حدود $\frac{1360}{m^2} W$ است؛ یعنی در هر ثانیه به سطحی برابر $1m^2$ ، مقدار انرژی $1360J$ می‌رسد. وقتی این تابش به سطح زمین می‌رسد مقدار زیادی از شدت آن، به‌علت جذب در جو و ابرها از دست می‌رود. اگر شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به‌ازای هر متر مربع حدود $\frac{300}{m^2} W$ باشد، در هر ثانیه چند فوتون به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد؟ طول موج فوتون‌ها را $570nm$ فرض کنید.

$$(hc = 1240 eV \cdot nm)$$

طیف گسیلی

۱۸۱) کوتاه‌ترین طول موج مرئی رشته‌بالمر چند برابر کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش رشته‌بالمر است؟

۱۸۲) اگر بلندترین طول موج رشته‌لیمان طیف اتمی هیدروژن در خلأ λ_1 باشد، بلندترین طول موج رشته‌بالمر طیف اتمی هیدروژن در آب $(n = \frac{4}{3})$ چند برابر λ_1 است؟

۱۸۳) در اتم هیدروژن الکترون از مدار n_1 به مدار n_2 می‌رود و فوتونی با طول موج $112.5nm$ گسیل می‌کند. n_1 و n_2 را بیابید.
 $(R = 0.1(nm)^{-1})$

۱۸۴) کوچک‌ترین بسامد پرتوهای بالمر در طیف اتمی هیدروژن در گستره قرار دارند. (فروسرخ - مرئی - فرابنفش)

۱۸۵) اگر در طیف اتمی هیدروژن، در یک رشته معین کوتاه‌ترین طول موج گسیل‌شده $400nm$ باشد، این رشته (لیمان-بالمر-پاشن) است. $(R = 0.1nm^{-1})$



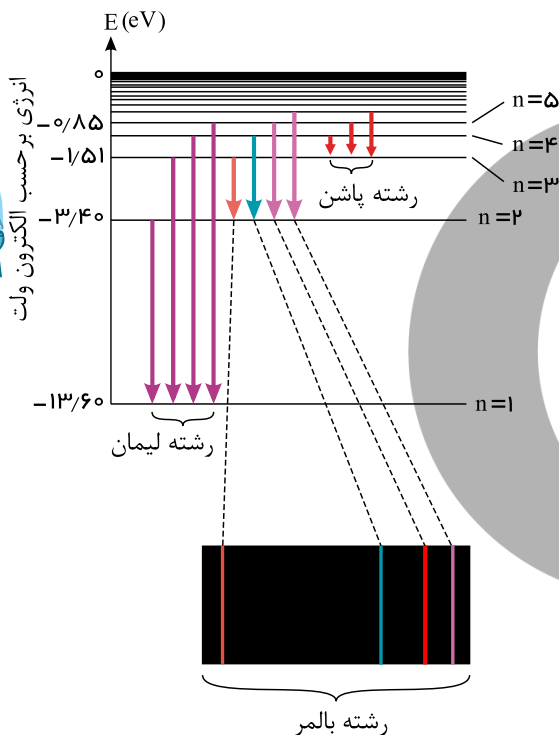
۱۸۶ در طیف اتم هیدروژن، اختلاف کمترین طول موج‌های دو رشته متوالی (n' و $n' + 1$) از رابطه محاسبه می‌شود.
(بر حسب R ثابت ریدبرگ و n') $\left(\frac{2n'+1}{R}\right)$

۱۸۷ در طیف اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیل‌شده در رشته (لیمان - بالمر - پاشن) 72.0 nm است. $(R = 0.01 \text{ nm}^{-1})$

۱۸۸ آیا جمله زیر در مورد اتم هیدروژن صحیح است؟ توضیح دهید.
«انرژی موج‌های مربوط به همه خطوط رشته براکت از انرژی موج‌های مربوط به همه خطوط رشته پفوند کمتر است.»

۱۸۹ اگر مجموعه‌ای از اتم‌های هیدروژن در حالت $n = 5$ باشند، بلندترین طول موج در ناحیه طیف فروسرخ که ممکن است گسیل نمایند (تقریباً) چند نانومتر است؟ $\left(\frac{hc}{E_R} = 9.1 \times 10^{-8} \text{ m}\right)$

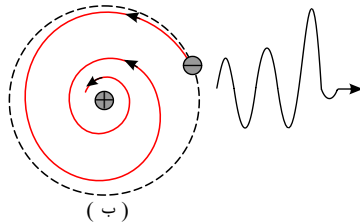
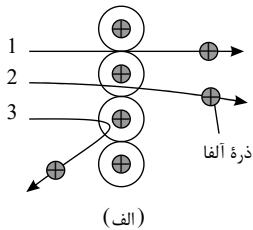
۱۹۰ شکل زیر، سه رشته طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را روی نمودار تراز انرژی نشان می‌دهد که براساس مدل اتمی بور رسم شده است.



الف) منظور از $n = 1$ و انرژی -13.6 eV چیست؟
ب) براساس مدل اتمی بور دلیل خطی بودن طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی را توضیح دهید.
پ) اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته را، گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره طول موج‌های رشته لیمان ($n' = 1$) را پیدا کنید.
 $(R \simeq 0.01 \text{ nm}^{-1})$



۱۹۱) مبنای مدل رادرفورد، نتایج آزمایش‌هایی بود که از پراکندگی ذره‌های آلفا توسط یک ورقه نازک طلا به دست آمده بود. (شکل الف)



الف) توضیح دهید چرا بیشتر ذره‌های آلفا مانند ذره‌های ۱ و ۲ یا

اصلاً منحرف نمی‌شوند، یا به مقدار کمی منحرف می‌شوند؟

ب) تنها تعداد بسیار کمی از ذره‌ها مانند ذره ۳ منحرف می‌شوند.

این امر چه نکته‌ای را درباره ساختار اتم طلا نشان می‌دهد؟

پ) چرا رادرفورد در آزمایش خود از صفحه بسیار نازک طلا

استفاده کرده بود؟

ت) شکل (ب)، به کدام مشکل مدل اتمی رادرفورد اشاره دارد؟

در مدل بور چگونه این مشکل رفع شده است؟

۱۹۲) کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف) براساس الگوی اتمی رادرفورد، اگر الکترون به دور هسته گردش کند، حرکت شتابدار الکترون به دور هسته باعث می‌شود همراه تابش موج‌های الکترومغناطیسی، به تدریج شعاع مدار الکترون به دور هسته کوچک‌تر و بسامد نور گسیلی بزرگ‌تر شود.

ب) براساس الگوی اتمی بور، الکترونی در حین حرکت روی یک مدار، موج الکترومغناطیسی تابش نمی‌کند.

پ) اگر انرژی تراز سوم اتم هیدروژن E_3 باشد، $\Delta E_{(4 \rightarrow 2)}$ برابر $-\frac{27}{16}E_3$ است.

ت) اگر الکترون در اتم هیدروژن روی تراز $n = 4$ باشد، پیر انرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند تابش کند $\frac{15}{16}$ ریدبرگ است.

ث) در یک اتم هیدروژن الکترون در مدار مانای $n = 7$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n = 1$ و $\Delta n = 2$ مجاز باشند. در این صورت تعداد ۱۱ فوتون با انرژی‌های مختلف توسط این الکترون می‌تواند گسیل شود.

۱۹۳) چند مورد از موفقیت‌های مدل اتمی بور را بنویسید.

۱۹۴) ۲ مورد از نارسایی‌های مدل اتمی بور را بنویسید.

۱۹۵) چه جنبه‌هایی از مدل بور در مورد اتم هیدروژن: الف) کلاسیکی و ب) غیر کلاسیکی است؟

۱۹۶) اگر الکترون اتم هیدروژن، بلندترین طول موج رشته پاشن را تابش کند، شعاع مدار و اندازه انرژی آن، هریک چند برابر خواهد شد؟ توضیح دهید.



۱۹۷) به کمک دینامیک حرکت دایره‌ای، انرژی جنبشی الکترونی را که در مدار ($n^{\text{ام}}$) به دور هسته اتم هیدروژن (با بار $+e$) در حال دوران (در مسیر دایره‌ای) است، را محاسبه کنید. (اثر نیروی گرانشی بین پروتون موجود در هسته اتم H و الکترون را در مقایسه با نیروی جاذبه کولنی بین آن‌ها ناچیز در نظر بگیرید. شعاع مدار اول اتم هیدروژن a_0 و ثابت کولن k را معلوم فرض کنید.)

۱۹۸) ثابت ریدبرگ، E_R انرژی یک ریدبرگ و W_0 تابع کار یک فلز است. بلندترین طول موج فوتونی که بتواند الکترونی را از سطح این فلز جدا کند برحسب R ، E_R و W_0 بیابید.

۱۹۹) اگر انرژی الکترون اتم هیدروژن در مدار اول را E_1 بنامیم، کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن را برحسب E_1 و h و c بیابید. (ثابت پلانک را با h ، سرعت نور با c نشان داده شده است.)

۲۰۰) الکترونی در تراز ششم اتم هیدروژن قرار دارد. این الکترون چند فوتون غیرمرئی با انرژی‌های متفاوت می‌تواند گسیل نماید؟

۲۰۱) اگر E_R انرژی ریدبرگ برای اتم H ، h ثابت پلانک و c سرعت نور در خلأ باشد، ثابت ریدبرگ (R) برحسب E_R ، h و c برابر است با $\left(\frac{hc}{E_R} - \frac{E_R}{hc} - hcE_R\right)$

۲۰۲) در اتم هیدروژن، هنگام گذار الکترون از مدار n_2 به n_1 ، فوتون با انرژی $12.75(eV)$ تابش می‌شود. n_1 و n_2 را بیابید. ($E_R = 13.6eV$)

۲۰۳) با استفاده از مدل بور، معادله بالمر - ریدبرگ را برای اتم هیدروژن به دست آورید.

۲۰۴) هنگامی که نور بنفش به یک محلول رنگی معینی بتابد، نور مرئی گسیل می‌شود. هرگاه بر این محلول نور فروسرخ بتابد، همین نتیجه به دست نمی‌آید. چرا؟

۲۰۵) به کمک مدل اتمی بور توضیح دهید چرا هر عنصر تنها طول موج‌های خاصی را که مشخصه آن عنصر است جذب یا گسیل می‌کند؟

لیزر

۲۰۶) چگونه در گسیل القایی، وارونی جمعیت به تقویت نور لیزر کمک می‌کند؟

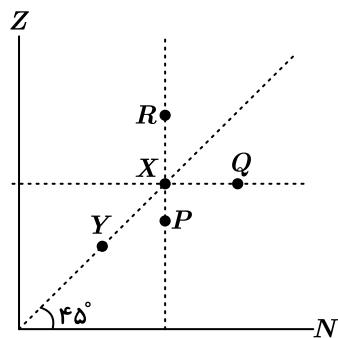
۲۰۷) برای این‌که نور لیزر تقویت شود چه راهکاری پیشنهاد می‌کنید؟



فصل 6: آشنایی با فیزیک هسته‌ای

ساختار هسته

۲۰۸ تعداد نوترون‌هایی را که می‌توان در کنار هم (تنگ‌چین) در یک توپ تنیس به شعاع 3.2 cm جای داد، حساب کنید. در این صورت جرم این توپ چقدر است؟
(شعاع و جرم نوترون را به ترتیب $1.6 \times 10^{-16}\text{ m}$ و $1.7 \times 10^{-27}\text{ kg}$ در نظر بگیرید.)



۲۰۹ نمودار تغییرات Z برحسب N برای چند هسته پایدار مطابق شکل است. با توجه به آن به پرسش‌های زیر پاسخ کوتاه بدهید:

الف) کدام هسته‌ها ایزوتوپ یک عنصر هستند؟

ب) هسته‌های X و Y چه ویژگی مشترکی دارند؟

پ) کدام هسته نادرست رسم شده و از لحاظ فیزیکی غیرممکن است؟

پرتوزایی طبیعی و نیمه عمر

۲۱۰ عنصر رادیواکتیو ${}^{238}_{92}\text{U}$ ضمن تابش ۸ ذره آلفا و ۶ ذره بتا (الکترون) به عنصر ${}^A_Z\text{X}$ تبدیل شده است. پس از نوشتن واکنش، مقادیر A و Z را محاسبه کنید.

۲۱۱ نپتونیم ${}^{237}_{93}\text{Np}$ ایزوتوپی است که در راکتورهای هسته‌ای تولید می‌شود. این ایزوتوپ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α ، β^- ، و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، عدد اتمی و عدد جرمی هسته نهایی چقدر است؟

۲۱۲ آزمایشی را طراحی کنید که به مقایسه بار و جرم پرتوهای α ، γ و β بپردازد.



شکافت هسته‌ای

(۲۱۳) الف) حدود ۷ درصد اورانیوم موجود در سنگ معدن طبیعی اورانیم از ایزوتوپ ۲۳۵ تشکیل شده است. در هر واکنش شکافت حدود 200 MeV انرژی آزاد می‌شود. فرض کنید تمامی ایزوتوپ ۲۳۵ موجود در یک کیلوگرم از این اورانیم بتواند بر اثر شکافت، انرژی خود را آزاد کند. مقدار این انرژی برحسب مگاالکترون ولت (MeV) و ژول (J) چقدر است؟
 ب) با سوختن هر کیلوگرم زغال‌سنگ، حدود 30 MJ انرژی گرمایی آزاد می‌شود. چند کیلوگرم زغال‌سنگ باید بسوزد تا معادل انرژی به‌دست‌آمده در قسمت (الف)، انرژی تولید شود؟

(۲۱۴) بازده نیروگاه هسته‌ای بوشهر حدود ۳۵ درصد است. یعنی ۶۵ درصد انرژی حاصل از شکافت ایزوتوپ اورانیم ۲۳۵، به‌صورت گرما تلف و حدود ۳۵ درصد آن، به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. با توجه به اینکه در هر شکافت حدود 200 MeV انرژی آزاد می‌شود، چند کیلوگرم اورانیم ۲۳۵ در سال شکافت پیدا می‌کند؟ (فرض کنید نیروگاه در طول سال با توان پایدار ۱۰۰۰ مگاوات کار می‌کند.)

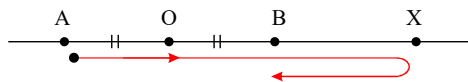
همجوشی هسته‌ای

(۲۱۵) انرژی آزادشده در هر واکنش شکافت اورانیم ۲۳۵ با یک نوترون کُند حدود 202.5 MeV و در هر واکنش گداخت دوتریم با تریتم حدود 17.6 MeV است.
 الف) تعداد نوکلئون‌های شرکت‌کننده در هر واکنش شکافت چقدر است؟ انرژی آزادشده به‌ازای هر نوکلئون را حساب کنید.
 ب) تعداد نوکلئون‌های شرکت‌کننده در هر واکنش گداخت چقدر است؟ انرژی آزادشده به‌ازای هر نوکلئون را حساب کنید.
 پ) نتیجه‌های قسمت (الف) و (ب) را با یکدیگر مقایسه کنید. با توجه به نیاز روزافزون بشر به انرژی و با توجه به اینکه مواد قابل شکافت مانند ^{235}U به مقدار بسیار کمی در طبیعت وجود دارد ولی دوتریم به‌طور فراوان در آب اقیانوس‌ها و دریاها موجود است و جدا کردن آن از هیدروژن معمولی آسان و کم‌هزینه است، اهمیت این مقایسه را توضیح دهید.



پاسخ نامه تشریحی

مانند شکل زیر فرض می‌کنیم متحرک در نقطه X تغییر جهت داده است و نقطه وسط A و B را O می‌نامیم.



راه حل اول:

$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده شده } l = AX + BX = 180m \\ \text{اندازه جابه‌جایی } d = AB = AX - BX = 100m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AX = 140m \\ BX = 40m \end{cases}$$

$$\Rightarrow OX = OB + BX = \frac{AB}{2} + BX = \frac{100}{2} + 40 = 90m$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} AX &= AO + OX = \frac{AB}{2} + OX \\ BX &= OX - OB = OX - \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AX + BX = 2OX$$

$$\Rightarrow OX = \frac{AX + BX}{2} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{2} = 90m$$

توجه: راه حل دوم نشان می‌دهد که پاسخ این سؤال به اندازه جابه‌جایی بستگی ندارد و نصف مسافت پیموده شده است.

۲

الف) ابتدا طول قسمت CD را حساب می‌کنیم:

$$CD^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow CD^2 = 16 + 9 = 25$$

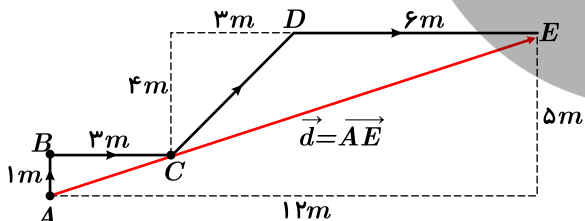
$$\Rightarrow CD = \sqrt{25} = 5m$$

مسافت طی شده برابر با طول کل مسیر است:

$$l = AB + BC + CD + DE = 1m + 3m + 5m + 6m = 15m$$

ب

بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند؛ پس در شکل زیر بردار جابه‌جایی، بردار $\vec{AE}$ است.



پ) در شکل زیر می‌بینید که علی مجموعاً $12m$ به سمت راست و $5m$ به سمت بالا حرکت کرده است؛ پس طول $\vec{d}$ برابر است با:

$$d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow d = \sqrt{169} = 13m$$

ت

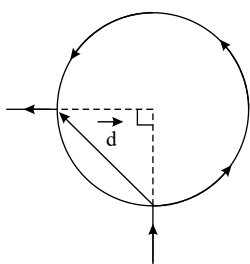
علی $12m$ به سمت راست حرکت کرده است؛ پس جابه‌جایی در راستای افقی به صورت $(12m)\vec{i}$ است. او همچنین $5m$ به سمت بالا حرکت کرده است. در نتیجه

جابه‌جایی در راستای قائم او به صورت $(5m)\vec{j}$ است و داریم:

$$\vec{d} = (12\vec{i} + 5\vec{j})m$$

۳

مطابق شکل روبه‌رو، خودرو سه چهارم محیط میدان را پیموده است.



مثل آب خوردن ۲۰ بگیر



$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده شده} & l = \frac{3}{4}(2\pi R) = \frac{3}{2}\pi R \\ \text{اندازه جابه‌جایی} & d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R \end{cases}$$

راه‌حل اول:

$$S_{av} = 27 \text{ km/h} = 27 \times \left(\frac{1}{3.6}\right) \text{ m/s} = \frac{15}{2} \text{ m/s}$$

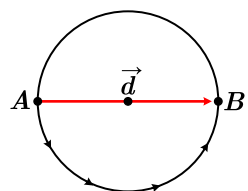
$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{2}\pi R}{\Delta t} \Rightarrow 7.5 \text{ m/s} = \frac{\frac{3}{2} \times 3 \times 48 \text{ m}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{144}{5} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \times 48 \text{ m}}{\frac{144}{5} \text{ s}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m/s} = \frac{5\sqrt{2}}{3} (3.6 \text{ km/h}) = 6\sqrt{2} \text{ km/h}$$

راه‌حل دوم: نسبت اندازه سرعت متوسط به تندی متوسط برابر نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت است.

$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{d}{l} = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{3}{2}\pi R} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \Rightarrow v_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \times 27 \text{ km/h} = 6\sqrt{2} \text{ km/h}$$

وقتی اتومبیل نصف میدان را دور می‌زند، اندازه جابه‌جایی اتومبیل برابر است با قطر میدان، بنابراین:



$$|\vec{d}| = 2 \times (125 \text{ m}) = 250 \text{ m}$$

حالا با استفاده از رابطه سرعت متوسط، زمان طی نیم دور را که نصف محیط دایره است، به دست می‌آوریم:

$$|v_{av}| = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{250 \text{ m}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{250 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

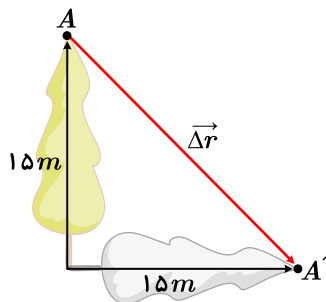
حالا که زمان طی نیم دور را داریم، مسافت نیم دور را که نصف محیط دایره است، به دست می‌آوریم:

$$l = \frac{1}{2} \times \text{محیط} = \frac{1}{2} \times 2\pi R = 3.14 \times 125 \text{ (m)} \approx 393 \text{ m}$$

و در آخر تندی متوسط اتومبیل برابر است با:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{393 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 7.86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای مسئله یک شکل رسم می‌کنیم. برای سادگی درخت را با یک پاره‌خط جهت‌دار نشان می‌دهیم. در شکل نقاط A و A' بالاترین نقطه درخت در حالت ایستاده و افتاده است. بردار جابه‌جایی این نقطه، برداری است که A را به A' وصل می‌کند. اندازه $\Delta \vec{r}$ را با استفاده از رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:



$$d = \sqrt{15^2 + 15^2} = 15\sqrt{2} \text{ m}$$

و حالا با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{15\sqrt{2} \text{ (m)}}{1.5 \text{ (s)}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

الف اولین جابه‌جایی $\vec{d}_1 = (64 \text{ km})\vec{j}$ ، دومین جابه‌جایی $\vec{d}_2 = (48 \text{ km})\vec{i}$ ، سومین جابه‌جایی $\vec{d}_3 = (36 \text{ km})\vec{j}$ و در نهایت آخرین جابه‌جایی $\vec{d}_4 = (92 \text{ km})\vec{i}$ است. برای محاسبه سرعت متوسط، باید جابه‌جایی کل را بر مدت زمان کل (یعنی با در نظر گرفتن زمان استراحت)، تقسیم می‌کنیم:



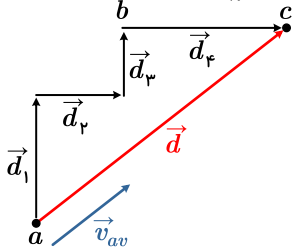
$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_1 + \vec{d}_r + \vec{d}_p + \vec{d}_f}{\Delta t_1 + \Delta t_r + \Delta t_p + \Delta t_f + \Delta t_o} = \frac{(64km)\vec{j} + (48km)\vec{i} + (36km)\vec{j} + (92km)\vec{i}}{4h + 3h + 2h + 1h + 10h}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{av} = \frac{(140km)\vec{i} + (100km)\vec{j}}{20h} \Rightarrow \vec{V} = (7\vec{i} + 5\vec{j}) \frac{km}{h}$$

توجه کنید که زمان یک ساعت استراحت را هم در محاسبات در نظر گرفتیم؛ زیرا این یک ساعت نیز جزئی از زمان‌های سپری‌شده در مدت جابه‌جایی از روستای (a) به روستای (c) است. حالا بزرگی سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{V}_{av}| = \sqrt{(7)^2 + (5)^2} \frac{km}{h} = \sqrt{74} \frac{km}{h} = 8.6 \frac{km}{h}$$

بردار سرعت متوسط همیشه هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است. بردار جابه‌جایی را رسم می‌کنیم تا جهت بردار سرعت متوسط نیز مشخص شود.



ب) برای محاسبهٔ تندی متوسط، کل مسافت طی‌شده را بدون توجه به جهت آن، بر کل مدت زمان طی مسافت تقسیم می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{l_1 + l_r + l_p + l_f}{\Delta t_1 + \Delta t_r + \Delta t_p + \Delta t_f + \Delta t_o} = \frac{(64km) + (48km) + (36km) + (92km)}{4h + 3h + 2h + 1h + 10h}$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{240km}{20h} = 12 \frac{km}{h}$$

چون متحرک تغییر جهت داشته است، سرعت متوسط و تندی متوسط باهم برابر نیستند.

۷

$$72 \frac{km}{h} \div 3.6 = 20 \frac{m}{s}$$

$$\text{بزرگی جابه‌جایی} = 1200 - \Delta x$$

$$\text{زمان حرکت} = \frac{\text{مسافت}}{\text{تندی}} \Rightarrow \text{زمان حرکت} = \frac{1200}{20} + \frac{\Delta x}{20}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان حرکت}}$$

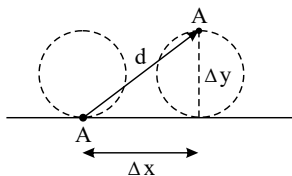
$$\text{بزرگی سرعت متوسط} = 8 = \frac{1200 - \Delta x}{\frac{1200}{20} + \frac{\Delta x}{20}} \Rightarrow 4800 + \frac{2}{5}\Delta x = 1200 - \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x \approx 515m$$

اگر مسافت برگشتی متحرک را با Δx نشان دهیم، داریم:

۸

با توجه به شکل ابتدا جابه‌جایی این نقطه را حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases} d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \Delta x = \frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r = 25\pi cm \\ \Delta y = 2r = 50cm \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(25\pi)^2 + (50)^2} = \sqrt{(25)^2(\pi^2 + 4)} = 25\sqrt{14}cm$$

با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{25\sqrt{14}}{5} = 5\sqrt{14}cm/s$$

۹ ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک (که همان کمان طی شده است) را می‌یابیم. سپس زاویه مرکزی مربوط به این کمان (یا اینکه کمان چه کسری از محیط دایره است) را محاسبه کرده و در نهایت جابه‌جایی خودرو را محاسبه می‌کنیم و

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = s_{av} \Delta t = 15.7 \frac{m}{s} \times 30s = 471m$$

$$\frac{l}{\text{محیط}} = \frac{l}{2\pi R} = \frac{471m}{2 \times 3.14 \times 150} = \frac{1}{2}$$

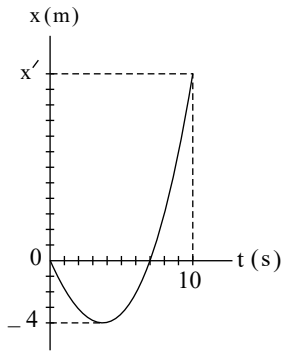
$$\Rightarrow d = 2R = 2 \times 150m = 300m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{300m}{30s} = 10m/s$$

خودرو نصف محیط میدان را پیموده است، بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر قطر میدان است.



۱۰ اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان بر حسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.



ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظه $t = 10$ s را به دست می‌آوریم:

$$l = 20m \Rightarrow x' + 2 \times 4 = 20 \Rightarrow x' = 12m$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{12 - 0}{10} = 1.2 \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

۱۱ در لحظه‌هایی که $x = +10m$ و $x = -10m$ است، فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر 10 متر می‌شود.

$$x = +10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = +10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 25 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{25}{2} \Rightarrow t = \frac{625}{4} s$$

$$x = -10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = -10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 5 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow t = \frac{25}{4} s$$

متحرک در لحظه $t = \frac{25}{4} s$ برای اولین بار و در لحظه $t = \frac{625}{4} s$ برای دومین بار در فاصله 10 متری مبدأ مکان قرار می‌گیرد.

۱۲ رابطه مکان - زمان را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x = -9t^2 + 36t + 28 = -9t^2 + 36t - 36 + 64 \\ = -9(t^2 - 4t + 4) + 64 = -9(t - 2)^2 + 64$$

با توجه به رابطه مکان - زمان، در لحظه $t = 2s$ مکان به بیشترین مقدار خود یعنی $x_{max} = 64m$ می‌رسد. بنابراین:

الف) در محدوده زمانی $t < 2s$ بر حسب t صعودی است و افزایش می‌یابد و جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند.

ب) در محدوده زمانی $t > 2s$ بر حسب t نزولی است و کاهش می‌یابد و جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند.

پ و ت) در لحظه $t = 2s$ و در مکان $x = 64m$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند.

۱۳ الف)

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 4 \times 1^2 - 12 \times 1 + 13 = 5m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 4 \times 4^2 - 12 \times 4 + 13 = 29m \end{cases} \\ \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 29m - 5m = 24m$$

ب) بررسی می‌کنیم که متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ تغییر جهت داشته است یا خیر.

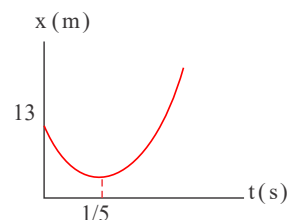
رابطه مکان - زمان را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x = 4t^2 - 12t + 13 = (4t^2 - 12t + 9) + 4 = (2t - 3)^2 + 4$$

با توجه به رابطه مکان - زمان، نمودار مکان - زمان متحرک به شکل f است. مشاهده می‌شود که متحرک در لحظه $t_M = 1.5s$ تغییر جهت می‌دهد. پس برای محاسبه مسافت

پیموده شده در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ باید ابتدا مکان متحرک در لحظه $t_M = 1.5s$ را به دست آوریم.

$$t_M = 1.5s \Rightarrow x_M = 4 \times 1.5^2 - 12 \times 1.5 + 13 = 4m$$



این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ ابتدا از مکان $x_1 = 5m$ در یک سو به مکان $x_M = 4m$ رفته و مسافت $|x_M - x_1| = 1m$ متر را می‌پیماید، سپس از مکان

$x_M = 4m$ در یک سو به مکان $x_2 = 29m$ رفته و مسافت $|x_2 - x_M| = 25m$ متر را می‌پیماید. بنابراین، متحرک در این بازه زمانی در مجموع مسافت

$25m + 1m = 26m$ را پیموده است.

۱۴ الف)



$$\begin{cases} t_1 = 0s \Rightarrow x_1 = 2,5m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5 = 12,5m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12,5 - 2,5}{2 - 0} = \frac{10}{2} = 5m/s$$

(ب) لحظه مورد نظر را T فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5 \\ t_2 = T \Rightarrow x_2 = 1,5T^2 - T + 2,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(1,5T^2 - T + 2,5) - (1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5)}{T - 2}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1,5(T^2 - 2^2) - (T - 2)}{T - 2} = \frac{1,5(T - 2)(T + 2) - (T - 2)}{T - 2}$$

$$= 1,5(T + 2 + \frac{-1}{T - 2}) = 1,5T + 3 + \frac{-1}{T - 2}$$

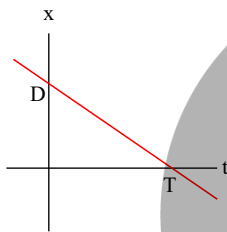
$$\xrightarrow{v_{av}=7} 1,5T + 3 + \frac{-1}{T - 2} = 7 \Rightarrow 1,5T + 3 - 7 = 0 \Rightarrow 1,5T - 4 = 0 \Rightarrow T = \frac{8}{3}s$$

(الف) اگر در رابطه مکان - زمان، $x = D$ قرار داده شود، $t = 0$ به دست می‌آید. پس D مکان متحرک در لحظه صفر است.

همچنین اگر در رابطه مکان - زمان، $t = T$ قرار داده شود، $x = 0$ به دست می‌آید. پس T لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

(ب) رابطه مکان - زمان درجه یک است. در نتیجه، نمودار مکان - زمان این حرکت یک خط راست است.

$$\frac{x}{D} + \frac{t}{T} = 1 \Rightarrow x + \frac{D}{T}t = D \Rightarrow x = -\frac{D}{T}t + D$$



شیب این خط $-\frac{D}{T}$ و عرض از مبدأ آن D است. پس نمودار مکان - زمان به صورت شکل روبه‌رو می‌شود.

(پ) نمودار مکان - زمان حرکت خط راست است و شیب آن ثابت است. در نتیجه، سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه ثابت و برابر شیب این خط است. بنابراین، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی مورد نظر برابر $-\frac{D}{T}$ است.

(الف) (۱۶)

$$v = -2t^2 + 3t^2 - t + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0s \Rightarrow v(0s) = -2 \times 0 + 3 \times 0 - 0 + 4 = +4m/s \\ t = 5s \Rightarrow v(5s) = -2 \times 5^2 + 3 \times 5^2 - 5 + 4 = -176m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(5s) - v(0s)}{5s - 0s} = \frac{(-176m/s) - (+4m/s)}{5s} = \frac{-180m/s}{5s} = -36m/s^2$$

(ب) اندازه شتاب متوسط در ثانیه n ام حرکت (از $t_1 = (n - 1)s$ تا $t_2 = ns$) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-2n^2 + 3n^2 - n + 4) - (-2(n - 1)^2 + 3(n - 1)^2 - (n - 1) + 4)$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(n^2 - (n - 1)^2) + 3(n^2 - (n - 1)^2) - (n - (n - 1))$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(3n^2 - 3n + 1) + 3(2n - 1) - (1) = -6n^2 + 12n - 2 = -6(n - 1)^2$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6(n - 1)^2}{1} = -6(n - 1)^2 \Rightarrow |a_{av}| = 6(n - 1)^2 = 24$$

$$\Rightarrow (n - 1)^2 = 4 \Rightarrow n - 1 = 2 \Rightarrow n = 3s$$

در ثانیه سوم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر 24 متر بر مربع ثانیه است.

(الف) ابتدا شتاب متحرک در هر مرحله را به دست می‌آوریم:

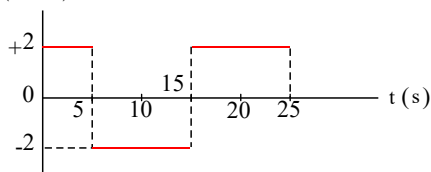
$$0s < t < 5s \Rightarrow a = \frac{v(5s) - v(0s)}{5s - 0s} = \frac{10 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{5s} = +2 \frac{m}{s^2}$$



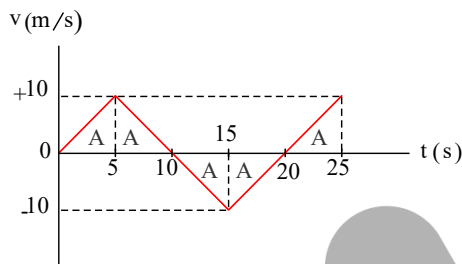
$$5s < t < 15s \Rightarrow a = \frac{v(15s) - v(5s)}{15s - 5s} = \frac{(-10 \frac{m}{s}) - (10 \frac{m}{s})}{10s} = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$15s < t < 25s \Rightarrow a = \frac{v(25s) - v(15s)}{25s - 15s} = \frac{(+10 \frac{m}{s}) - (-10 \frac{m}{s})}{10s} = +2 \frac{m}{s^2}$$

$a(m/s^2)$



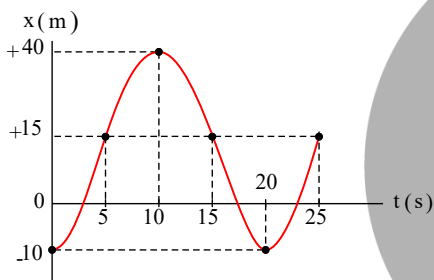
(ب) سطح محصور میان منحنی $v - t$ و محور زمان، برابر جابه‌جایی است.



$$A = \frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} \times 5s = 25m$$

$$\begin{cases} 0s < t < 5s & \Rightarrow \Delta x_1 = +A = +25m \\ 5s < t < 15s & \Rightarrow \Delta x_2 = +A = +25m \\ 15s < t < 20s & \Rightarrow \Delta x_3 = -A = -25m \\ 20s < t < 25s & \Rightarrow \Delta x_4 = -A = -25m \\ 25s < t < 30s & \Rightarrow \Delta x_5 = +A = +25m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = x_5 - x_0 \Rightarrow x_5 = x_0 + \Delta x_1 = (-10m) + 25m = +15m \\ \Delta x_2 = x_{10} - x_5 \Rightarrow x_{10} = x_5 + \Delta x_2 = (+15m) + 25m = +40m \\ \Delta x_3 = x_{15} - x_{10} \Rightarrow x_{15} = x_{10} + \Delta x_3 = (+40m) - 25m = +15m \\ \Delta x_4 = x_{20} - x_{15} \Rightarrow x_{20} = x_{15} + \Delta x_4 = (+15m) - 25m = -10m \\ \Delta x_5 = x_{25} - x_{20} \Rightarrow x_{25} = x_{20} + \Delta x_5 = (-10m) + 25m = +15m \end{cases}$$



با توجه به مکان متحرک در لحظه‌های صفر، $5s$ ، $10s$ ، $15s$ ، $20s$ و $25s$ همچنین نمودار سرعت - زمان، نمودار مکان - زمان متحرک به شکل روبه‌رو رسم می‌شود:
(توجه کنید که شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت است و با توجه به تغییرات سرعت، شیب نمودار مکان - زمان تغییر می‌کند.)

(الف) در لحظه‌های $3s$ ، $11s$ و $15s$ ، نمودار سرعت - زمان خط راست افقی است؛ بنابراین شیب و شتاب متحرک در آن لحظه‌ها صفر است.

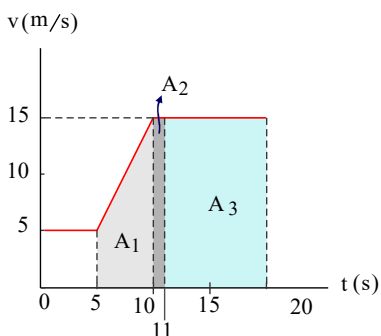
در بازه زمانی $5s$ تا $10s$ ، شیب نمودار و در نتیجه شتاب ثابت است. پس شتاب متحرک در لحظه $8s$ ، برابر شتاب متحرک در این بازه زمانی است.

$$a(8s) = \frac{v(10s) - v(5s)}{10s - 5s} = \frac{15 \frac{m}{s} - 5 \frac{m}{s}}{5s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

(ب)

$$0s < t < 20s \Rightarrow a_{av} = \frac{v(20s) - v(0s)}{20s - 0s} = \frac{15 \frac{m}{s} - 5 \frac{m}{s}}{20s} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

(پ) برای محاسبه جابه‌جایی در بازه‌های زمانی $5s$ تا $t_1 = 11s$ و $t_2 = 11s$ تا $t_3 = 20s$ می‌توانیم از سطح محصور میان منحنی $v - t$ و محور زمان استفاده کنیم.



$$A_1 = \frac{5 + 15}{2} (10 - 5) = 50m$$

$$A_2 = 15(11 - 10) = 15m$$

$$A_3 = 15(20 - 11) = 135m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{12} = A_1 + A_2 = 65m & \text{جابه‌جایی از } t_1 \text{ تا } t_2 \\ \Delta x_{23} = A_3 = 135m & \text{جابه‌جایی از } t_2 \text{ تا } t_3 \end{cases}$$

(ت)



$$t_p \text{ تا } t_1 \text{ بازه } \Rightarrow (v_{av})_{1p} = \frac{\Delta x_{1p}}{t_p - t_1} = \frac{65m}{11s - 5s} = \frac{65}{6} \frac{m}{s}$$

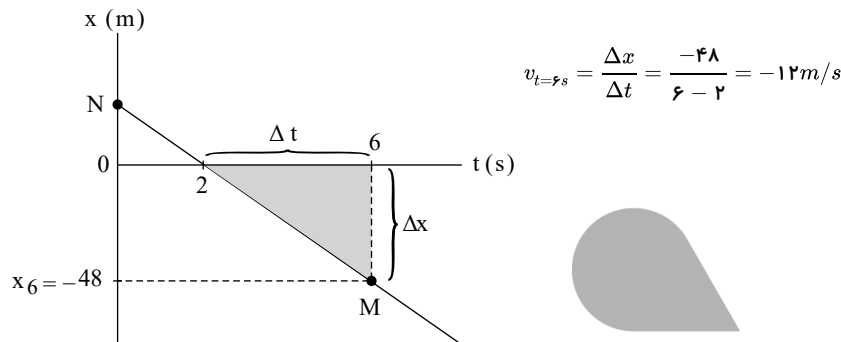
$$t_p \text{ تا } t_p \text{ بازه } \Rightarrow (v_{av})_{pp} = \frac{\Delta x_{pp}}{t_p - t_p} = \frac{135m}{20s - 11s} = 15 \frac{m}{s}$$

توجه: در بازه زمانی t_p تا t_p سرعت ثابت است.

۱۹) سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 6s$ برابر با $-8m/s$ است. زیرا شیب خط قاطع بر نمودار در این بازه منفی است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = -48m \Rightarrow x_p - x_o = -48m \xrightarrow{x_o=0} x_p = -48m$$

سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6s$ یعنی همان پاره خط MN است. برای محاسبه شیب این خط از مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:



همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است اولیه متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-12 - 0}{6} = -2m/s^2 \Rightarrow |a| = 2m/s^2$$

۲۰) چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 4s$ صفر است در نتیجه $v_p = 0$ است ثانیه چهارم یعنی بازه $t = 3s$ تا $t = 4s$ پس:

$$\begin{cases} a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_p - v_3}{4 - 3} \\ v_3 = \text{شیب خط مماس} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}m/s \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{0 - \frac{3}{2}}{1} = -\frac{3}{2}m/s^2$$

۲۱) الف) متحرک در لحظه $t_M = 4s$ تغییر جهت داده است. مکان نقطه تغییر جهت را x_M فرض می‌کنیم.

حرکت در بازه زمانی صفر تا t_M در سوی منفی و در بازه زمانی t_M تا $t = 10s$ در سوی مثبت بوده است.

$$\begin{aligned} |(v_{av})_{0-t_M}| &= |(v_{av})_{t_M-t}| \Rightarrow \left| \frac{x_M - x_o}{t_M - 0} \right| = \left| \frac{x - x_M}{t - t_M} \right| \\ \Rightarrow \left| \frac{x_M - (+14)}{4 - 0} \right| &= \left| \frac{(+34) - x_M}{10 - 4} \right| \\ \Rightarrow \frac{x_M - (+14)}{4} &= \frac{(+34) - x_M}{6} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1.5x_M - 21 = -34 + x_M \Rightarrow x_M = -26m$$

ب) متحرک ابتدا از مکان $x_o = +14m$ در سوی منفی به مکان $x_M = -26m$ می‌رود و مسافت $|(-26m) - (+14m)| = 40m$ را می‌پیماید، سپس از مکان $x_M = -26m$ در سوی مثبت به مکان $x = +34m$ می‌رود و مسافت $|(+34m) - (-26m)| = 60m$ را می‌پیماید. بنابراین، متحرک در کل مسافت $40m + 60m = 100m$ را پیموده است.

$$\text{پ) } S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{100m}{10s} = 10m/s$$

۲۲) در فاصله زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، منحنی نمودار خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس می‌توان گفت سرعت متوسط متحرک در پنج ثانیه اول حرکت (صفر تا ۵s)، برابر سرعت متوسط در کل این محدوده زمانی (صفر تا ۱۲s) است. پس داریم:

$$\Rightarrow (v_{av})_{0-5s} = (v_{av})_{0-12s} = \frac{x(12s) - x(0s)}{12s - 0s} = \frac{x_{12} - x_o}{12}$$

همچنین در فاصله زمانی ۱۲ ثانیه تا ۲۰ ثانیه، نیز منحنی نمودار خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس می‌توان گفت سرعت متوسط متحرک در پنج ثانیه آخر حرکت (۱۵s تا ۲۰s)، برابر سرعت متوسط در کل این محدوده زمانی (۱۲s تا ۲۰s) است و از طرفی $x_{20} = x_o$ پس داریم:

$$\Rightarrow (v_{av})_{15-20s} = (v_{av})_{12-20s} = \frac{x(20s) - x(12s)}{20s - 12s} = \frac{x_{20} - x_{12}}{8} = \frac{x_o - x_{12}}{8}$$

بنابراین:



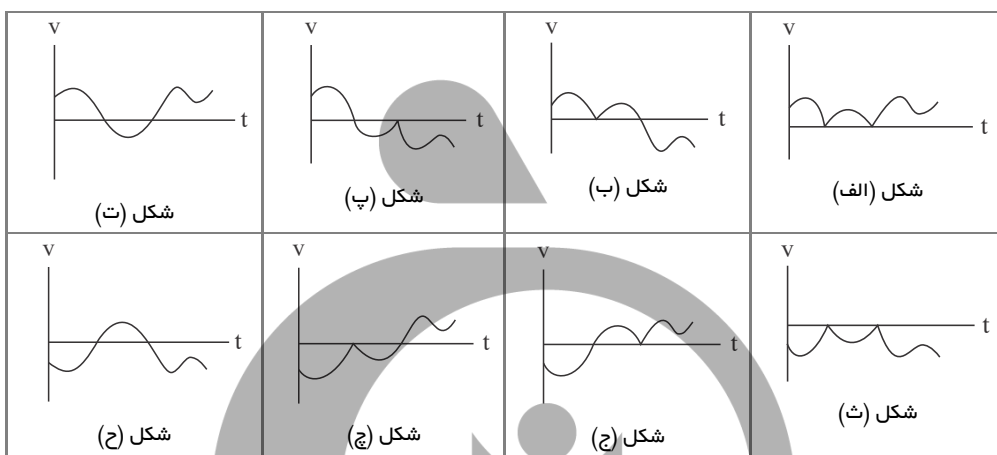
$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت متوسط در پنج ثانیه اول}}{\text{سرعت متوسط در پنج ثانیه آخر}} = \frac{\frac{x_{12} - x_0}{12}}{\frac{x_0 - x_{12}}{8}} = -\frac{2}{3}$$

۲۳ متحرک در لحظه‌های ۱۰s و ۱۵s متوقف شده است و بین این دو لحظه بدون تغییر جهت از مکان ۳۰m به مکان ۲۰m رفته است. بنابراین، متحرک بین دو لحظه‌ای که در آن متوقف شده است، مسافت ۱۰ متر را در مدت ۵ ثانیه پیموده و تندی متوسط آن $2m/s$ بوده است.

همچنین متحرک در کل زمان حرکت (مدت زمان صفر تا ۲۵s) در همان لحظه‌های توقف (۱۵s و ۱۰s) تغییر جهت داده است، به‌طوری‌که ابتدا از مکان صفر به مکان ۳۰m رفته و مسافت ۳۰ متر را پیموده است، سپس از مکان ۳۰m به مکان ۲۰m رفته و مسافت ۱۰ متر را پیموده است و در نهایت از مکان ۲۰m به مکان ۵۰m رفته و مسافت ۳۰ متر دیگر را پیموده است. بنابراین، متحرک در کل مدت زمان حرکت (۲۵s - ۰s = ۲۵s) در مجموع مسافت $30m + 10m + 30m = 70m$ را پیموده و تندی متوسط آن $\frac{70m}{25s} = 2.8m/s$ بوده است.

$$\Rightarrow \frac{\text{تندی متوسط بین دو لحظه توقف}}{\text{تندی متوسط در کل زمان حرکت}} = \frac{2m/s}{2.8m/s} = \frac{5}{7}$$

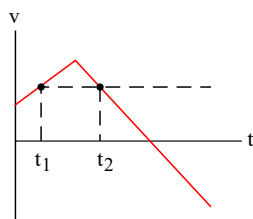
۲۴ باتوجه به نمودار تندی - زمان، هر یک از شکل‌های زیر، می‌توانند نمودار سرعت - زمان متحرک باشند:



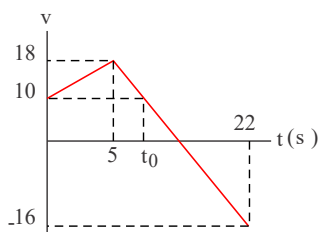
متحرک ممکن است مانند شکل‌های (الف) و (ث) تغییر جهت نداشته باشد، و یا مانند شکل‌های (ب، پ، ج و چ) یکبار تغییر جهت داشته باشد و یا مانند شکل‌های (ت) و (ح) دو بار تغییر جهت داشته باشد. بنابراین متحرک ممکن است تغییر جهت نداشته باشد و حداکثر دو بار تغییر جهت داده باشد.

۲۵ باتوجه به صفر بودن شتاب در بازه زمانی $t_1 - t_2$ ، نتیجه می‌گیریم سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 برابر است.

$$t_1 \leq t \leq t_2 \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = 0 \Rightarrow v(t_2) = v(t_1)$$



به بیان دیگر، شیب خطی که دو لحظه t_1 و t_2 را در نمودار سرعت - زمان به هم وصل می‌کند صفر است و این خط افقی است. پس دو لحظه t_1 و t_2 می‌توانند مانند شکل روبه‌رو در نمودار سرعت - زمان مشخص شوند. باتوجه به شکل روبه‌رو، بیشترین مقدار ممکن برای $t_2 - t_1$ در شرایطی روی می‌دهد که t_1 برابر صفر است و t_2 لحظه‌ای است که در آن سرعت جسم برابر سرعت اولیه‌اش می‌باشد.



اکنون با توجه به شکل روبه‌رو، لحظه‌ای را که در آن سرعت جسم برابر سرعت اولیه‌اش است، لحظه t_0 می‌نامیم و آن را به‌دست می‌آوریم. با توجه به خط راست بودن منحنی در بازه زمانی $5s \leq t \leq 22s$ داریم:

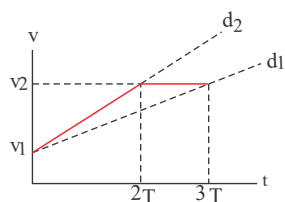
$$\frac{v(22s) - v(5s)}{22s - 5s} = \frac{v(22s) - v(t_0)}{22s - t_0}$$

$$\Rightarrow \frac{(-16m/s) - (+18m/s)}{17s} = \frac{(-16m/s) - (+10m/s)}{22s - t_0}$$



$$\Rightarrow \frac{-34m/s}{17s} = \frac{-26m/s}{22s - t_o} \Rightarrow 22s - t_o = 13s$$

$$\Rightarrow t_o = 9s \Rightarrow (t_p - t_1)_{\max} = t_o - 0 = t_o = 9s$$



۲۶ مطابق شکل رویه‌رو، شتاب متوسط در کل مدت زمان حرکت برابر شیب خطی است که از لحظه آغاز و پایان حرکت عبور می‌کند (خط d_1).
همچنین با توجه به اینکه منحنی در بازه زمانی صفر تا $2T$ خط راست است، شتاب متوسط در نیمه اول زمان حرکت (بازه زمانی صفر تا $1.5T$) برابر شیب این خط می‌باشد (خط d_p).

اگر شتاب متوسط حرکت در نیمه اول زمان حرکت را a' بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} a' = d_p \text{ شیب خط} = \frac{v_p - v_1}{2T - 0} \\ a = d_1 \text{ شیب خط} = \frac{v_p - v_1}{3T - 0} \end{cases} \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{3T}{2T} \Rightarrow a' = \frac{3}{2}a$$

۲۷ تندی برابر اندازه (قدر مطلق) سرعت است. در نمودار سرعت - زمان، سرعت منفی و اندازه آن در حال افزایش است. بنابراین، تندی در حال افزایش است و در لحظه‌های t_1 ، t_p و t_3 داریم: $v_p > v_3 > v_1$.
همچنین شتاب برابر شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان است. در نمودار سرعت - زمان، شیب منحنی منفی و در حال نزدیک شدن به صفر است. بنابراین، مقدار شتاب در حال کاهش است: $a_p < a_3 < a_1$.
بنابراین، گزینه «پ» درست است.

۲۸ معادله مکان - زمان متحرک به صورت زیر است:

$$x = vt$$

$$260 = vt_1 \quad (1)$$

$$260 = (v + 6)(t_1 - 3) \quad (2)$$

$$vt_1 = (v + 6)(t_1 - 3) \Rightarrow \cancel{vt_1} = \cancel{vt_1} - 3v + 6t_1 - 18 \Rightarrow 3v = 6t_1 - 18 \Rightarrow v = 2t_1 - 6 \quad (3)$$

$$(1): 260 = vt_1 \xrightarrow{(3)} 260 = (2t_1 - 6)t_1 \Rightarrow 260 = 2t_1^2 - 6t_1 \Rightarrow 2t_1^2 - 6t_1 - 260 = 0 \Rightarrow t_1^2 - 3t_1 - 130 = 0 \Rightarrow (t + 10)(t - 13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 13s \text{ ق. ق.} \\ t = -10s \text{ غ. ق.} \end{cases} \Rightarrow 260 = vt_1 \Rightarrow 260 = v \times 13 \Rightarrow v = 20m/s$$

بنابراین با توجه به سرعت معادله مکان - زمان به صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توانیم مسافت متحرک در مدت زمان $6s$ را به دست آوریم:

$$x = vt \xrightarrow{t=6s} x = 20 \times 6 = 120m$$

$$\frac{x_{6s}}{x_{13}} = \frac{120}{260} = \frac{6}{13}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{4 - 20}{4 - 0} = -4 \frac{m}{s}$$

۲۹ الف برای محاسبه سرعت اولیه، بازه زمانی صفر تا $4s$ را در نظر گرفته و با استفاده از رابطه زیر سرعت اولیه را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار، در لحظه $4s$ سرعت متحرک صفر است.

$$v_{av} = \frac{v + v_o}{2}$$

$$-4 = \frac{0 + v_o}{2} \Rightarrow v_o = -8 \frac{m}{s}$$

ب در بازه زمانی صفر تا $4s$ داریم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -16 = \frac{1}{2} \times a \times 4^2 + (-8) \times 4$$

$$\Rightarrow -16 = 8a - 32 \Rightarrow a = \frac{16}{8} = 2 \frac{m}{s^2}$$

ت معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

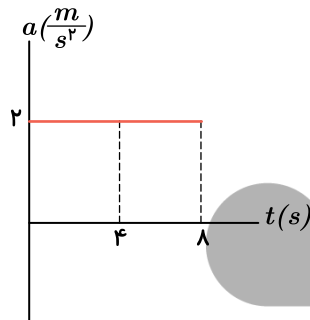
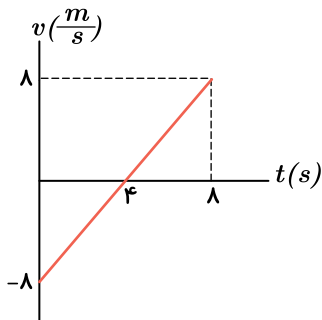
بنابراین برای این سؤال داریم:

$$a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -8 \frac{m}{s}, x_0 = 20m$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2}(2)t^2 - 8t + 20 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 20$$

ث ابتدا معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم، سپس نمودارهای سرعت - زمان و شتاب زمان را رسم می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$



۳۰

$$d_1 = \frac{d}{2}, d_2 + d_3 = \frac{d}{2}$$

$$d_2 = (v_{av})_2 t_2, d_3 = (v_{av})_3 t_3$$

$$\rightarrow ((v_{av})_2 + 2(v_{av})_3)t_2 = \frac{d}{2}$$

$$t_2 - \frac{1}{v} (t_2 + t_3) \Rightarrow t_2 - \frac{1}{v} t_2 - \frac{1}{v} t_3 \Rightarrow \frac{2}{3} t_2 = \frac{t_3}{3} \Rightarrow \frac{t_2}{t_3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3}, t_3 = \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1} + \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3} + \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1} + \frac{1}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3} + \frac{1}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}}$$

$$(v_{av})_1 = 10 m/s, (v_{av})_2 = 4 m/s, (v_{av})_3 = 3 m/s$$

$$\rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} = \frac{20}{4} = 5 m/s$$

۳۱ اگر طول کل مسیر را x و زمان پیمودن آن را t فرض کنیم، داریم:

$$\text{بزرگی سرعت متوسط کل} = \frac{\text{اندازه جابجایی کل}}{\text{مدت زمان کل}} = \frac{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}}{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}} = \frac{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}}{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}} = \frac{\frac{4x}{4}}{\frac{4x}{4}} = 1$$

$$\frac{\frac{x}{1}}{\frac{x}{4} + \frac{3x}{4}} = \frac{\frac{x}{1}}{\frac{4x}{4}} = \frac{\frac{x}{1}}{x} = \frac{x \times 4v}{4x} = \frac{4}{4}v = 1.6v$$

۳۲ محل اولیه و نهایی پرنده، لانه است، پس جابجایی پرنده همان جابجایی لانه است چون لانه با سرعت قطار حرکت کرده پس سرعت لانه همان سرعت قطار یعنی $20 m/s$

است؛ بنابراین سرعت متوسط پرنده همان سرعت حرکت قطار یعنی $20 m/s$ است.

۳۳

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:



متحرک A:

$$t = 1s \text{ تا } t = 2s \text{ ثانیه دوم}$$

$$(v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{2 - 1} = \frac{20}{1} = 20 m/s, x = (v_{av})_A t + x_0$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده شده، مکان متحرک A در لحظه 0 به دست می‌آید.

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ t = 2s \end{array} \right\} 0 = 20 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -40m$$

بنابراین برای متحرک A معادله حرکت به صورت $x_A = 20t - 40$ خواهد بود.

متحرک B:

$$4 \text{ ثانیه دوم} : t = 3s \text{ تا } t = 8s \Rightarrow (v_{av})_B = \frac{20 - 60}{8 - 3} = \frac{-40}{5} = -8 m/s$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 3s \\ x = 60m \end{array} \right\} \Rightarrow 60 = -8 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 100m$$

بنابراین معادله حرکت متحرک B به صورت $x_B = -8t + 100$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_A = x_B$ شود، بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -8t + 100 = 20t - 40 \Rightarrow 140 = 28t \Rightarrow t = \frac{140}{28} = 5s$$

دو متحرک در نقطه C به هم رسیده‌اند. (۳۴)

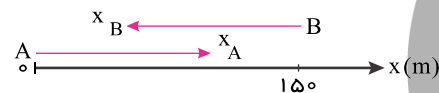
$$AC = 0.4AB = v_1 \times t \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$$

$$BC = 0.6AB = v_2 \times t \Rightarrow AC = 0.4AB = v_1 \times t_r$$

$$BC = 0.6AB = v_1 \times t_1 \Rightarrow BC = 0.6AB = v_1 \times t_1$$

$$\frac{0.4AB}{0.6AB} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{t_r}{t_1} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{t_r}{t_1} \Rightarrow \frac{t_r}{t_1} = \frac{4}{9}$$

راه اول: حداکثر زمان، یعنی دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند و در فاصله 50 متری قرار می‌گیرند. (۳۵)



$$v_B = 54 \frac{km}{h} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \frac{m}{s}$$

ابتدا معادلات حرکت را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} = 10t$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} = -15t + 150$$

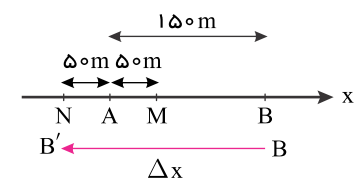
با توجه به شکل در لحظه خواسته شده:

$$x_A - x_B = 50$$

$$10t - (-15t + 150) = 50$$

$$25t = 200 \Rightarrow t = 8s$$

راه دوم: از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم A ساکن است و B حرکت می‌کند. ابتدا B در نقطه M و سپس در N به 50 متری A می‌رسد:



تندی نسبی جمع تندی‌های متحرک است:

$$v' = v_A + v_B$$

$$t = \frac{\Delta x}{v'} = \frac{150 + 50}{10 + 15} = 8s$$

اگر زمان رسیدن A، t_A و جابه‌جایی آن Δx_A باشد. (۳۶)

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{\Delta x_A}{v_A}$$

زمان رسیدن B، t_B و جابه‌جایی آن Δx_B باشد.

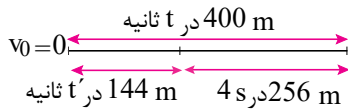


$$v_B = \frac{\Delta x_B}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{\Delta x_B}{v_B}$$

اتومبیل B نیم ساعت دیرتر حرکت کرد، ولی یک ساعت زودتر می‌رسد یعنی:

$$t_B = t_A + 0.5 - 1 \Rightarrow t_B = t_A - 0.5 \Rightarrow \frac{\Delta x_B}{v_B} = \frac{\Delta x_A}{v_A} - 0.5 \Rightarrow \frac{15 + 60}{150} = \frac{60}{v_A} - 0.5 \Rightarrow 0.5 = \frac{60}{v_A} - 0.5 \Rightarrow v_A = 60 \frac{km}{h}$$

به شکل زیر نگاه کنید. (۳۷)



چون سرعت اولیه برابر صفر است، با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ می‌توانیم نسبت زیر را بنویسیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2$$

با توجه به شکل بالا، t' برابر « $t - 4$ » ثانیه، $\Delta x = 400m$ و $\Delta x' = 144m$ است:

$$\frac{144}{400} = \left(\frac{t-4}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{t-4}{t} \Rightarrow t = 10s, t' = 10 - 4 = 6s$$

سرعت متوسط در $144m$ اول مسیر را می‌خواهد:

$$v_{av[0-6]} = \frac{\Delta x'}{t'} = \frac{144}{6} \Rightarrow v_{av[0-6]} = 24 \frac{m}{s}$$

در $t = 2s$ سرعت دو متحرک یکسان است. (۳۸)

$$a_A = a \quad a_B = -a$$

$$A: \Delta x = vt - \frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow x - 5 = v \times 2 - \frac{1}{2}a \times 4$$

$$B: \Delta x = vt - \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow x + 15 = v \times 2 - \frac{1}{2}(-a) \times 4$$

$$\Rightarrow 20 = 2a + 2a \Rightarrow a = 5m/s^2$$

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظه $t = 3s$ برابر با صفر است. (۳۹)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t=3s) - v(t=1s)}{\Delta t = 3 - 1 = 2s} = \frac{0 - 20}{2} = -10 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطه سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=3s, a=-10 \frac{m}{s^2}]{v(t=3s)=0} v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیه اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=3s]{v_0=-12 \frac{m}{s}} \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 - 12 \times 3 \Rightarrow \Delta x = 18 - 36 = -18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 3s$ عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصله متحرک از مبدأ حرکت در لحظه تغییر جهت است:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18m$$

با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متحرک A را محاسبه می‌کنیم: (۴۰)

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow[v_0 = v_0 = 0, a_B = 4 \frac{m}{s^2}]{\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t} \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times t_B^2 \xrightarrow[t_B=3s]{t_A=6s} \frac{1}{2}a_A \times 36 = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \Rightarrow a_A = 4 \frac{m}{s^2}$$

متحرک B سه ثانیه دیرتر از متحرک A شروع به حرکت کرده است، پس اگر زمان متحرک B برابر t_B باشد، زمان متحرک A برابر $t_A = t_B + 3$ خواهد بود. حال زمانی که فاصله دو متحرک به $13.5m$ می‌رسد را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 13.5 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times t_B^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (t_B + 3)^2 = 13.5 \Rightarrow 1.5t_B^2 - \frac{3}{2}(t_B^2 + 6t_B + 9) = 13.5 \Rightarrow \begin{cases} t_B = -3 \\ t_B = 5 \end{cases}$$

طبق گفته مسئله، مکان اولیه $x_0 = +1m$ و از روی نمودار $v_0 = -4 \frac{m}{s}$ است؛ پس برای نوشتن معادله حرکت، شتاب را کم داریم: (۴۱)

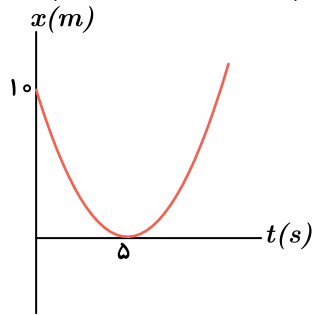
$$a_{av} = a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{0 - (-4s)}{(5s - 0)} = 0.8 \frac{m}{s^2}$$

اعداد به دست آمده را در معادله حرکت با شتاب ثابت قرار می‌دهیم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 0.8 \times t^2 + (-4)t + 10 \Rightarrow x = 0.4t^2 - 4t + 10$$

برای رسم نمودار مکان - زمان به این نکات توجه می‌کنیم:



۱ در $t = 0$ مکان جسم $x = +10m$ است؛ پس نمودار از $x = +10m$ شروع می‌شود.

۲ شتاب مثبت است، در نتیجه تقعر (گودی) نمودار به سمت بالا است.

۳ در لحظه $t = 5s$ سرعت صفر می‌شود؛ پس در نمودار مکان - زمان در این لحظه، نقطه min خواهیم داشت.

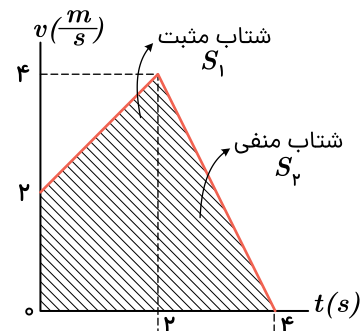
۴ در لحظه $t = 5s$ که سرعت صفر می‌شود، متحرک در $x = 0.4(5)^2 - 4(5) + 10 = 0$ قرار دارد.

با توجه به موارد بالا، نمودار مکان - زمان به صورت روبه‌رو خواهد بود:

۴۲

نمودار $v - t$ از دو قسمت تشکیل شده است که هر کدام یک خط راست است؛ پس شتاب حرکت ثابت است. نمودار $x - t$ یک حرکت با شتاب ثابت، یک سهمی است. اگر شتاب مثبت باشد، تقعر (گودی) سهمی به سمت بالا و اگر شتاب منفی باشد، تقعر (گودی) سهمی به سمت پایین است.

برای رسم نمودار $x - t$ ، به جابه‌جایی متحرک از $t = 0$ تا $t = 2s$ و از $t = 2s$ تا $t = 4s$ احتیاج داریم. برای این کار از مساحت زیر نمودار $v - t$ کمک می‌گیریم:



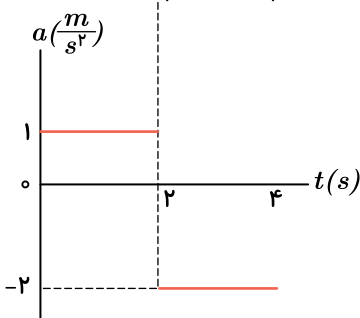
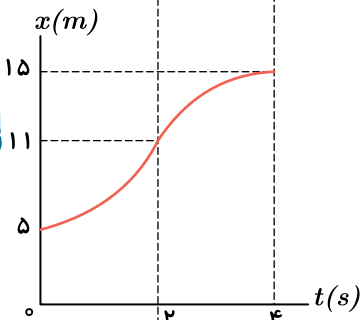
$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{(2+4) \times 2}{2} = 6m \Rightarrow x_1 = x_0 + \Delta x_1 = 5 + 6 \Rightarrow x_1 = 11m$$

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{(4+0) \times 2}{2} = 4m \Rightarrow x_2 = x_1 + \Delta x_2 = 11 + 4 \Rightarrow x_2 = 15m$$

برای رسم نمودار $a - t$ در هر قسمت شتاب را محاسبه می‌کنیم:

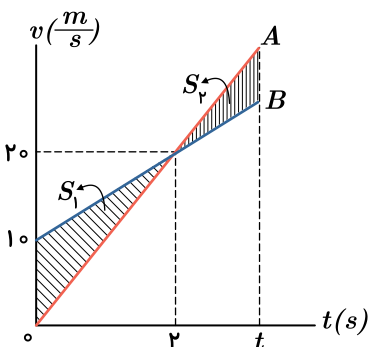
$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{4 \frac{m}{s} - 2 \frac{m}{s}}{2s - 0} = \frac{2 \frac{m}{s}}{2s} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{0 - 4 \frac{m}{s}}{4s - 2s} = \frac{-4 \frac{m}{s}}{2s} = -2 \frac{m}{s^2}$$



۴۳

الف روش اول: می‌توانیم شتاب هر یک از متحرک‌ها را به دست آوریم:



$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 20}{2} = -5 \frac{m}{s^2}$$

چون دو متحرک در ابتدا در یک محل بودند و دوباره به هم می‌رسند، جابه‌جایی آنها برابر است:



$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{oA}t = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{oB}t$$

$$\Rightarrow 5t^2 + 0 = \frac{5}{2}t^2 + 10t \Rightarrow 2,5t^2 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow t(2,5t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4s \end{cases}$$

یعنی دو متحرک بعد از ۴ ثانیه دوباره بهم می‌رسند.

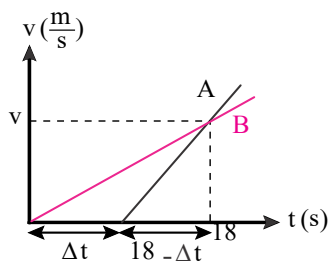
روش دوم: سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است. چون در این سؤال باید جابه‌جایی دو متحرک برابر باشد، در شکل بالا، کافی است دو مثلث مشخص شده در شکل با هم برابر باشند. برای این اتفاق باید $t = 4s$ باشد.

ب بیشترین فاصله دو متحرک، زمانی است که سرعت آنها برابر می‌شود یعنی در $t = 2s$ بیشترین فاصله را دارند. با توجه به اینکه سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است و هر دو در ابتدا در یک نقطه بودند، این فاصله برابر مساحت S_1 در شکل است.

$$S_1 = \frac{10 \times 2}{2} = 10m$$

یعنی بیشترین فاصله دو متحرک در این حرکت برابر ۱۰ متر است.

۴۴ با توجه به شکل روبه‌رو، شتاب دو حرکت (شیب نمودارها) را پیدا می‌کنیم:



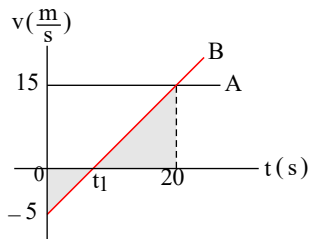
$$a_B = \frac{v}{18}, \quad a_A = \frac{v}{18 - \Delta t}$$

دو متحرک در لحظه $t' = 30$ به هم رسیده‌اند، پس با جایگذاری داشته‌هایمان در معادله مکان و برابر قرار دادن معادله‌های مکان دو متحرک، جواب به دست می‌آید: (در نمودار می‌بینیم که سرعت اولیه دو متحرک صفر است.)

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A(t - \Delta t)^2 = \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v}{18 - \Delta t}\right)(30 - \Delta t)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{18}\right) \times (30)^2$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 - 10\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta t = 0, \Delta t = 10s$$

۴۵ در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشور خورده، لحظه t_1 را می‌یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظه t_1 به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود.)



$$\frac{15}{5} = \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5s$$

حال می‌توان ابتدا شتاب متحرک B را یافت، سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازه ۵s تا ۲۰s داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 0}{20 - 5} = 1 m/s^2$$

پس:

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{oB}t + x_{oB} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}t^2 + (-5)t \\ x_A = v_A t + x_{oA} \Rightarrow \Delta x_A = 15t \end{cases}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 5t = 15t \Rightarrow 20t = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow t = 40s$$

در نتیجه بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$40 - 5 = 35s$$

۴۶ از روی نمودار داده شده پارامترهای مربوط به حرکت هر متحرک را نوشته، سپس معادله حرکت آنها را می‌نویسیم. بنابراین داریم:



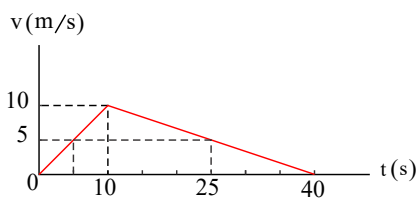
$$\begin{cases} a_A = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s}^2 \\ v_{0A} = 0 \\ x_{0A} = 0 \end{cases} \quad \text{فرض سؤال}$$

$$\begin{cases} a_B = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s}^2 \\ v_{0B} = 10 \text{ m/s} \\ x_{0B} = +5 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (A)$$

$$t = 2(s) \rightarrow \begin{cases} x_A = 12 \\ x_B = \frac{1}{2}t^2 + 10t + 5 \end{cases} \quad (B) \rightarrow \begin{cases} x_A = 108(m) \\ x_B = 83(m) \end{cases}$$

فاصله دو متحرک از هم $= 108 - 83 = 25(m)$

(۴۷) حرکت از دو بخش با شتاب ثابت تشکیل شده است. در بخش اول (۰ s تا ۱۰ s) حرکت تندشونده و در بخش دوم (۱۰ s تا ۴۰ s) حرکت کندشونده است.



با توجه به نمودار سرعت - زمان شکل زیر و اینکه لحظه ۵ s وسط بازه زمانی بخش تندشونده حرکت (۰ s تا ۱۰ s) و لحظه ۲۵ s نیز وسط بازه زمانی بخش کندشونده حرکت (۱۰ s تا ۴۰ s) است، سرعت در این لحظه‌ها یکسان و برابر $\frac{5m}{s}$ است.

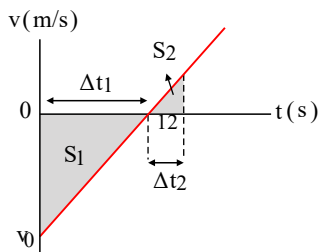
با توجه به اینکه در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط برابر میانگین سرعت‌های ابتدا و انتهای حرکت است، داریم:

$$\begin{cases} \text{سرعت متوسط در بازه ۰ s تا ۱۰ s} \quad v_{av1} = \frac{v_0 + v_{10}}{2} = \frac{0 + \frac{5m}{s}}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s} \\ \text{سرعت متوسط در بازه ۱۰ s تا ۴۰ s} \quad v_{av2} = \frac{v_{10} + v_{40}}{2} = \frac{\frac{5m}{s} + 0}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین سرعت متوسط در بازه زمانی ۰ s تا ۵ s برابر با سرعت متوسط در بازه زمانی ۲۵ s تا ۴۰ s است و نسبت آنها یک می‌شود.

(۴۸)

متحرک در مبدأ زمان به سمت چپ محور حرکت می‌کند. ضمناً با توجه به متفاوت بودن مسافت طی‌شده و اندازه جابه‌جایی، در مسیر خود تغییر جهت داده است. پس اگر نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم، داریم:



$$\begin{cases} S_1 + S_2 = 25m \\ -S_1 + S_2 = -15m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 20m \\ S_2 = 5m \end{cases}$$

از تشابه دو مثلث، داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2^2} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2^2} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\Delta t_2$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 12s \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = 8s \\ \Delta t_2 = 4s \end{cases}$$

$$S_1 \text{ مساحت مثلث} = \frac{|v_0| \Delta t_1}{2} \Rightarrow 20 = \frac{|v_0| \times 8}{2} \Rightarrow |v_0| = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_0 = -5 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_1 = a_1 \Delta t_1 = 2 \frac{m}{s^2} \times (5s - 0s) = 10 \frac{m}{s}$$

(۴۹) الف) ابتدا به مدت ۵ ثانیه (در بازه ۰ s تا ۵ s)، شتاب متحرک $2 \frac{m}{s^2}$ است.

پس سرعت متحرک افزایش می‌یابد و از $0 \frac{m}{s}$ به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد.



سپس به مدت ۱۰ ثانیه (در بازه ۵ s تا ۱۵ s)، شتاب متحرک، صفر و سرعت متحرک، ثابت و برابر $۱۰ \frac{m}{s}$ است.

در نهایت به مدت ۱۰ ثانیه (در بازه ۱۵ s تا ۲۵ s)، شتاب متحرک $۲ \frac{m}{s^2}$ است و داریم:

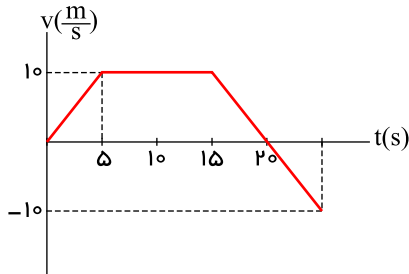
$$\Delta v_r = a_r \Delta t_r = -2 \frac{m}{s^2} \times (25s - 15s) = -20 \frac{m}{s}$$

بنابراین، سرعت متحرک $۲۰ \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و از $۱۰ \frac{m}{s}$ به $-۱۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد.

در این بازه زمانی و در لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود، جهت حرکت تغییر می‌کند. با توجه به مقدار شتاب $(-2 \frac{m}{s^2})$ و سرعت اولیه در این بازه $(۱۰ \frac{m}{s})$ ، سرعت در

لحظه ۲۰ s صفر می‌شود.

بنابراین، نمودار سرعت زمان متحرک به شکل زیر می‌شود:



(ب)

تندشونده $0s < t < 5s \Rightarrow$

یکنواخت $5s < t < 15s \Rightarrow$

کندشونده $15s < t < 20s \Rightarrow$

تندشونده $20s < t < 25s \Rightarrow$

(پ)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-10 \frac{m}{s}) - (0 \frac{m}{s})}{25s - 0s} = \frac{-10 \frac{m}{s}}{25s} = -0.4 \frac{m}{s^2}$$

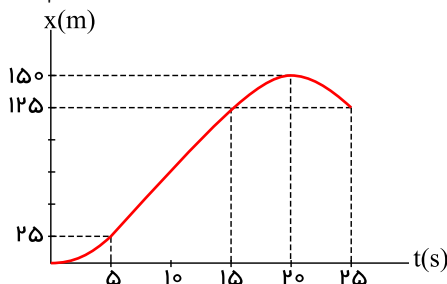
با توجه به نمودار $v - t$ این حرکت و سطح محصور بین منحنی و محور زمان، جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی مختلف را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 0s < t < 5s \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} \times 5s = 25m \\ 5s < t < 15s \Rightarrow \Delta x_r = 10 \frac{m}{s} (15s - 5s) = 100m \\ 15s < t < 20s \Rightarrow \Delta x_r = \frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} \times (20s - 15s) = 25m \\ 20s < t < 25s \Rightarrow \Delta x_f = -\frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} (25s - 20s) = -25m \end{cases}$$

(ت)

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_r + \Delta x_r + \Delta x_f = +125m$$

با توجه به جابه‌جایی‌های به دست آمده، داریم:



نمودار شامل دو قسمت حرکت با شتاب ثابت و حرکت با سرعت ثابت است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 20 + 2 = 42 \frac{m}{s}$$

۵۰

الف

ب

مثل آب خوردن ۲۰ بگیر



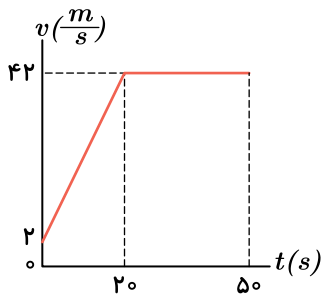
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 400 + 2 \times 20 = 440m$$

$$\Delta x_2 = v\Delta t \xrightarrow{v=42 \frac{m}{s}} \Delta x_2 = 42 \times 30 = 1260m$$

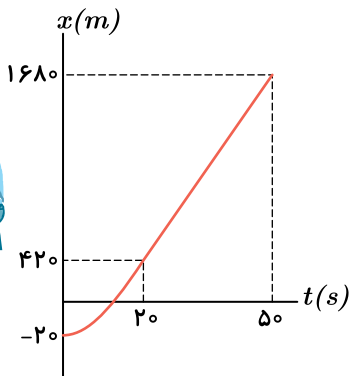
$$\Delta x_{\text{ج}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{\text{ج}} = 440 + 1260 = 1700m$$

$$\Delta x_{\text{ج}} = x - x_0 \Rightarrow 1700 = x - (-20) \Rightarrow x = 1680m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{ج}}}{\Delta t} = \frac{1700}{50 - 0} = 34 \frac{m}{s}$$



با توجه به نمودار در بازه زمانی صفر تا ۲۰s، نوع حرکت با شتاب ثابت است.



برای رسم نمودار مکان - زمان، در بازه زمانی صفر تا ۲۰s دوچرخه‌سوار با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند. بنابراین نمودار مکان - زمان آن یک سهمی و از ۲۰s تا ۵۰s حرکت با سرعت ثابت است و نمودار مکان - زمان آن یک خط راست است.

۵۱

الف در بازه صفر تا ۱۰s جابه‌جایی اتومبیل برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 100 + 10 \times 10 = 200m$$

برای محاسبه جابه‌جایی اتومبیل در بازه زمانی ۱۰s تا ۵۰s ابتدا باید سرعت اتومبیل را در لحظه ۱۰s محاسبه کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 10 + 10 = 30 \frac{m}{s}$$

با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار نیز می‌توان سرعت را در لحظه ۱۰s محاسبه کرد.

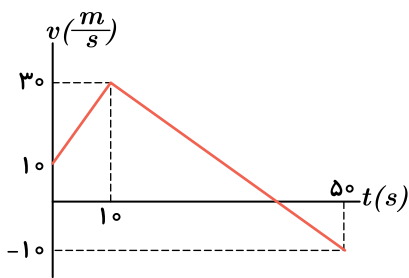
$$\Delta v = S = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow v - v_0 = 20 \Rightarrow v = 20 + 10 = 30 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_0' t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-1) \times 1600 + 30 \times (40) \Rightarrow \Delta x_2 = -800 + 1200 = 400m$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{ج}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 200 + 400 = 600m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{600}{50} = 12 \frac{m}{s}$$

ب نمودار سرعت - زمان متحرک در کل مدت زمان حرکت به صورت مقابل می‌باشد و سرعت در لحظه ۵۰s برابر است با:



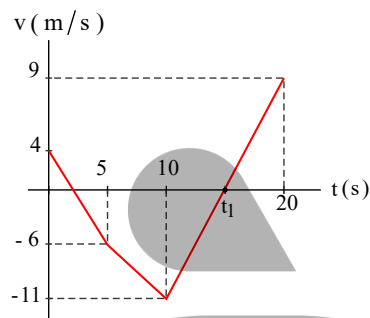
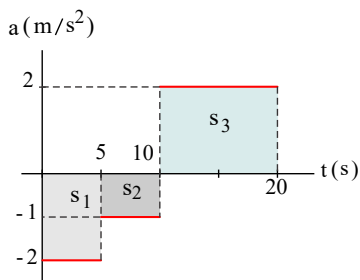
$$v = at + v'_0 \Rightarrow v = -1 \times 40 + 30 \Rightarrow v = -10 \frac{m}{s}$$

۵۲ ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$0 < t < 10 \Rightarrow \Delta v = S_1 = 10 \times (-2) = -20 \Rightarrow v_{10} = 30 - 20 = 10 \text{ m/s}$$

$$10 < t < 50 \Rightarrow \Delta v = S_2 = 10 \times (-1) = -40 \Rightarrow v_{50} = 10 - 40 = -30 \text{ m/s}$$

$$50 < t < 60 \Rightarrow \Delta v = 10 \times 1 = 10 \Rightarrow v_{60} = -30 + 10 = -20 \text{ m/s}$$



در لحظه t_1 فاصله از مبدأ بیشترین است.

$$\frac{11}{t_1 - 10} = \frac{9}{20 - t_1} \Rightarrow 220 - 11t_1 = 9t_1 - 90$$

$$20t_1 = 310 \Rightarrow t_1 = 15.5 \text{ (s)}$$

۵۳ سرعت در لحظه‌های $t = 2 \text{ s}, t = 3 \text{ s}, t = 4 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ را با استفاده از مساحت زیر نمودار $a - t$ به دست می‌آوریم:

$$v_2 - v_0 = S \Rightarrow v_2 - 6 = 3 \times 2 \Rightarrow v_2 = 12 \frac{m}{s}$$

$$v_3 - v_2 = S \Rightarrow v_3 - 12 = 3 \times 1 \Rightarrow v_3 = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_4 - v_3 = S \Rightarrow v_4 - 15 = -1 \Rightarrow v_4 = 14 \frac{m}{s}$$

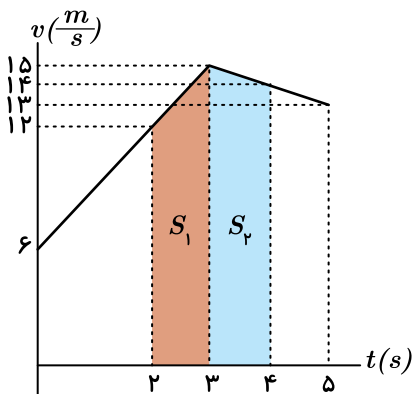
$$v_5 - v_4 = S \Rightarrow v_5 - 14 = -1 \Rightarrow v_5 = 13 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از مساحت زیر نمودار $v - t$ ، جابه‌جایی در دو ثانیه دوم را حساب می‌کنیم:

$$S_1 = \frac{12 + 15}{2} \times 1 = 13.5, \quad S_2 = \frac{15 + 14}{2} \times 1 = 14.5$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = 13.5 + 14.5 = 28 \text{ m}$$

سرعت متوسط برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{28}{2} = 14 \frac{m}{s}$$

۵۴ پس از دیدن مانع حرکت اتومبیل به نوع تبدیل می‌شود:

ابتدا حرکت با سرعت ثابت به مدت ۵/۰ ثانیه سپس حرکت با شتاب ثابت و کندشونده.

جابه‌جایی را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم و با فاصله ۱۱۲ m مقایسه می‌کنیم.



$$\Delta x_1 = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{12 \text{ km}}{h} = \frac{12 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}}} \Delta x_1 = 10 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

هنگامی که اتومبیل متوقف می‌شود سرعت نهایی برابر صفر است. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_p \Rightarrow 0 - 10^2 = 2(-2) \times \Delta x_p$$

$$\Rightarrow \Delta x_p = \frac{-400}{-4} \Rightarrow \Delta x_p = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_p \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 10 + 100 = 110 \text{ m}$$

بنابراین اتومبیل در فاصله ۲ متری مانع توقف می‌شود.

(۵۵) در مدت زمان تأخیر در واکنش راننده، حرکت خودرو با سرعت ثابت است. بنابراین جابه‌جایی در این مدت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{54 \text{ km}}{h} = 15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = vt = 15 \times 0.5 = 7.5 \text{ m}$$

حال جابه‌جایی بعد از ترمز تا زمان توقف احتمالی را پیدا می‌کنیم:

$$v_p^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_p \Rightarrow 0 - 22.5^2 = 2 \times (-2) \Delta x_p$$

$$\Rightarrow \Delta x_p = \frac{22.5^2}{4} = 56.25 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_p = 7.5 + 56.25 = 63.75 \text{ m}$$

چون مانع در فاصله ۷۰ متری است، خوشبختانه خودرو با آن برخورد نمی‌کند.

(۵۶) پله اول: برای سهولت در حل، حرکت را برعکس می‌کنیم. یعنی فرض می‌کنیم موتورسوار از حال سکون شروع به حرکت کرده و در ۰.۲s نخست ۲۰cm پیموده است. در

این صورت برای جابه‌جایی در T ثانیه n ام داریم:

$$\Delta x = (n - 0.2)aT^2 + v_0 T \xrightarrow{\text{در } 0.2 \text{ ثانیه اول}} 0.2 = 0.2 \times a \times (0.2)^2 + 0 \times 0.2 \Rightarrow 0.2 = 0.08a \Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

در واقع موتورسوار با شتاب $10 \frac{m}{s^2}$ می‌ایستد.

پله دوم: اکنون به ۰.۲s اول حرکت باز می‌گردیم. طراح می‌گوید، موتور در ۰.۲ ثانیه اول توقف، ۴۲۰cm پیموده است، یعنی:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 4.2 = \frac{1}{2} \times (-10) \times (0.2)^2 + v_0 \times 0.2 \Rightarrow v_0 = 22 \frac{m}{s}$$

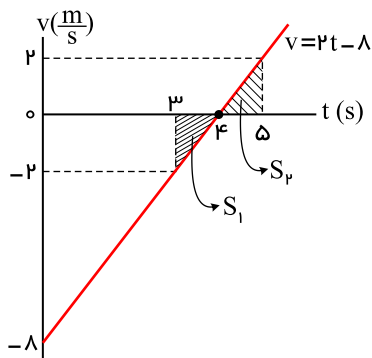
(۵۷) در بازه زمانی که بردار مکان خلاف محور x است، $x < 0$ است.

t (s)	۳	۵
x	+	-

$$t^2 - 8t + 15 < 0 \Rightarrow (t - 3)(t - 5) < 0$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x &= t^2 - 8t + 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -8 \text{ m/s}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$

t (s)	0	4
v (m/s)	-8	0

$$s_{av} = \frac{|S_1| + |S_2|}{5 - 3} = \frac{1 + 1}{2} = 1 \text{ m/s}$$

(۵۸) دقت کنید که معادله داده شده معادله سرعت - زمان نیست! بلکه معادله سرعت متوسط بر حسب زمان است؛ می‌دانیم سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست

می‌آید؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{t_0 = 0} v_{av} = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \cdot t = 8t^2 + 10t$$

حالا با تطبیق دادن معادله جابه‌جایی به دست آمده با صورت کلی معادله جابه‌جایی مقادیر a و v_0 را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= 8t^2 + 10t \\ \Delta x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 16 \frac{m}{s^2}, v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

حالا با نوشتن معادله مستقل از زمان (سرعت - جابه‌جایی) متحرک را تا زمانی که سرعتش به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد حساب می‌کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=10 \frac{m}{s}, v=20 \frac{m}{s}} 20^2 - 10^2 = 2(16)(\Delta x) \Rightarrow 300 = 32\Delta x \Rightarrow \Delta x = 9,375m$$

$$a=16 \frac{m}{s^2}$$

۵۹ چون متحرک در لحظه $t=0$ در مکان $x_0=16m$ و در لحظه t در مکان $x=36m$ قرار دارد، با استفاده از معادله $v=2\sqrt{x}$ می‌توان نوشت:

$$v = 2\sqrt{x} \xrightarrow{x_0=16m} v_0 = 2\sqrt{16} \Rightarrow v_0 = 2 \times 4 = 8m/s$$

$$v = 2\sqrt{x} \xrightarrow{x_0=36m} v = 2\sqrt{36} \Rightarrow v = 2 \times 6 = 12m/s$$

حال با استفاده از معادله مستقل از شتاب، t را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 36 - 16 = \frac{12 + 8}{2}(t - 0) \Rightarrow t = 2s$$

۶۰ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

ثانیه پنجم یعنی بازه زمانی $t_1=4s$ تا $t_2=5s$ ، برای محاسبه جابه‌جایی در ثانیه پنجم، سرعت را در لحظه‌های $t_1=4s$ و $t_2=5s$ می‌آوریم. داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4s} v_1 = 4a + 18$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 5a + 18$$

$$v_0 = 18m/s$$

در ثانیه پنجم جابه‌جایی برابر با صفر است، بنابراین:

$$\Delta x = 0 \Rightarrow v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 4a + 18 + 5a + 18 = 0 \Rightarrow a = -4m/s^2$$

برای محاسبه مسافت طی شده در 10 ثانیه ابتدایی حرکت، جابه‌جایی متحرک را در لحظات قبل و بعد از آن که سرعتش صفر شود، محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 18 = 0 \Rightarrow t = 4,5s$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v'}{2} \Delta t_1 = \frac{18 + 0}{2} \times (4,5 - 0) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{81}{2}m$$

$$v'' = -4 \times 10 + 18 \Rightarrow v'' = -22m/s$$

$$\Delta x_2 = \frac{v' + v''}{2} \Delta t_2 = \frac{0 + (-22)}{2} (10 - 4,5) \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{121}{2}m$$

بنابراین:

$$\text{مسافت طی شده} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = \frac{81}{2} + \frac{121}{2} = 101m$$

۶۱ جابه‌جایی متحرک در 2 ثانیه متوالی تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^2 = 4a$ می‌دهد.

$$4a = -10 \Rightarrow a = -2,5m/s^2$$

$$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 180 = 0 - \frac{1}{2} \times -2,5 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{360}{2,5} = \frac{720}{5} = 144 \Rightarrow t = 12(s)$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=12s} 0 = -2,5 \times 12 + v_0 \Rightarrow v_0 = 30m/s$$

$$t = 3 \Rightarrow v = at + v_0 = -2,5 \times 3 + 30 = 22,5m/s$$

۶۲ می‌دانیم سرعت متوسط در یک بازه زمانی، سرعت لحظه‌ای در وسط آن بازه است.

$$0 \leq t \leq 2 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow v_1 = 5m/s$$

$$4 \leq t \leq 6 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{26}{2} = 13 \Rightarrow v_5 = 13m/s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_1}{5 - 1} \Rightarrow \frac{13 - 5}{4} \Rightarrow \frac{8}{4}m/s^2 = 2m/s^2$$

برای جابه‌جایی 6 ثانیه اول ابتدا سرعت را در $t=3$ به دست می‌آوریم که سرعت متوسط در این بازه است.

$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{3 - 1} \Rightarrow 2 = \frac{v_3 - 5}{2} \Rightarrow v_3 - 5 = 4 \Rightarrow v_3 = 9m/s$$

$$0 \leq t \leq 6 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 9 = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = 54(m)$$

۶۳ 2 متر بیشتر جابه‌جایی در هر 2 ثانیه همان at^2 است:



$$at^2 = 2 \Rightarrow a \times 2^2 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

۲ ثانیه سوم یعنی $t = 4$ تا $t = 6$

$$\Delta x = x_6 - x_4$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x_6 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 6^2 + v_0 \times 6 + x_0 = 9 + 6v_0 + x_0$$

$$x_4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4^2 + v_0 \times 4 + x_0 = 4 + 4v_0 + x_0$$

$$\Delta x = 10m$$

$$x_6 - x_4 = 10$$

$$9 + 6v_0 + x_0 - 4 - 4v_0 - x_0 = 10$$

$$2v_0 = 5 \Rightarrow v_0 = 2.5 \frac{m}{s}$$

۶۴ می‌دانیم مسافت‌های طی‌شده در t ثانیه‌های متوالی تشکیل یک دنباله با قدر نسبت at^2 است.

$$\Delta x_{\text{ثانیه سوم}} = \Delta x_{\text{ثانیه اول}} + 2(at^2)$$

$$40 = 56 + 2(4a) \Rightarrow a = -2m/s^2$$

$$0 < t < 2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 56 = \frac{1}{2}(-2) \times 4 + v_0 \times 2$$

$$56 = -4 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 30m/s$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 225(m)$$

۶۵

الف در بازه زمانی صفر تا $20s$ ، حرکت تندشونده و در بازه زمانی $20s$ تا $80s$ ، حرکت با سرعت ثابت و در بازه زمانی $80s$ تا $100s$ ، حرکت کندشونده است.

ب

مساحت سطح زیر نمودار برابر با جابه‌جایی اتومبیل است.

$$S_{\text{نوزده}} = \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{(60 + 100) \times 30}{2} = 2400m$$

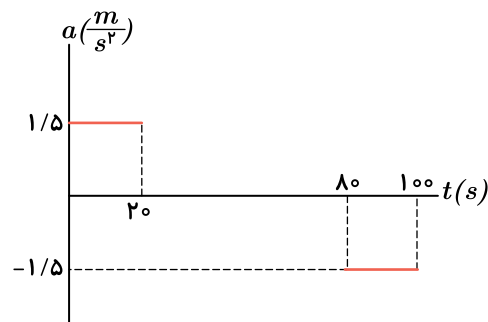
پ

با استفاده از رابطه سرعت - زمان داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{2400}{100} = 24 \frac{m}{s}$$

ت

ابتدا شتاب اتومبیل را در هر بازه زمانی با استفاده از رابطه شتاب متوسط به دست می‌آوریم، سپس نمودار شتاب - زمان را رسم می‌کنیم.



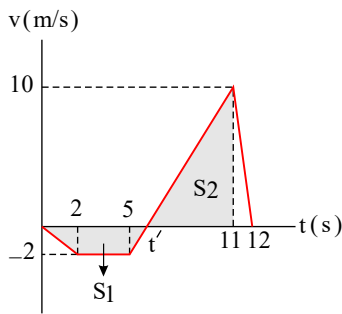
$$20s \text{ تا } 0s: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{30 - 0}{20 - 0} = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

$$80s \text{ تا } 20s: a_2 = \frac{30 - 30}{80 - 20} = 0$$

$$100s \text{ تا } 80s: a_3 = \frac{0 - 30}{100 - 80} = -1.5 \frac{m}{s^2}$$

۶۶ چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t') را می‌یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا ۶s و ۶s تا ۱۲s را می‌یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6 + 3}{2} \times 2 \Rightarrow S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

$$S_2 = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_2 = 30m \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:

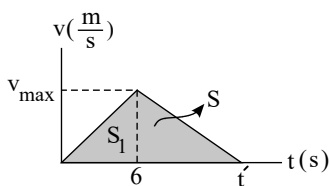
$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow 30 = x_2 - (-17) \Rightarrow x_2 = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

۶۷



$$S_1 = \frac{6v_{\max}}{2} = 3v_{\max}, S = \frac{v_{\max} \times t'}{2}$$

$$\frac{S_1}{S} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3v_{\max}}{\frac{v_{\max}}{2} \times t'} = \frac{1}{3} \Rightarrow t' = 18s$$

$12s = 18 - 6 =$ مدت زمانی که حرکت متحرک کندشونده است.

مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

۶۸

$$v_0 = 0$$

$$\text{اول در } t \text{ ثانیه } v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow 3 = \frac{v + 0}{2} \Rightarrow v = 6m/s$$

$$\text{دوم در } t \text{ ثانیه } v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow 4 = \frac{v + 6}{2} \Rightarrow v = 2m/s$$

$$\text{سوم در } t \text{ ثانیه } v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow 3 = \frac{v + 2}{2} \Rightarrow v = 4m/s$$

دقت می‌کنیم که سرعت نهایی در هر مرحله، سرعت اولیه در مرحله بعد است.

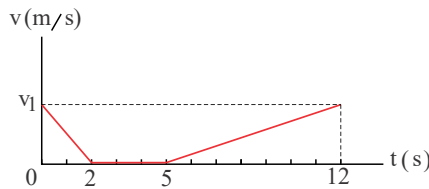
حرکت تندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از صفر به $6m/s$ رسیده است $\Rightarrow 0 < t < t$

حرکت کندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از $6m/s$ به $2m/s$ رسیده است $\Rightarrow t < t < 2t$

حرکت تندشونده است $\Rightarrow$ سرعت از $2m/s$ به $4m/s$ رسیده است $\Rightarrow 2t < t < 3t$

۶۹ با توجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصله آن از مبدأ حرکت برابر با جابه‌جایی آن است. جابه‌جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی

سرعت - زمان است. پس:



$$d_{\max} = \Delta x_{(0 \text{ تا } 12s)} = \Delta x_{(0 \text{ تا } 2s)} + \Delta x_{(2s \text{ تا } 5s)} + \Delta x_{(5s \text{ تا } 12s)}$$

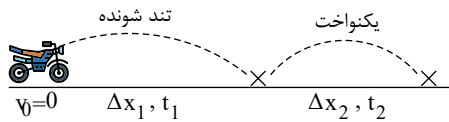
$$\Rightarrow 63 = \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times 2 \right) + 0 + \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times 7 \right)$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{63}{4.5} = 14 \text{ m/s}$$

حال می‌توان مسافت طی‌شده در مرحلهٔ تندشونده (یعنی از لحظهٔ ۵s تا ۱۲s) را با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار به دست آورد:

$$d_{(5s \text{ تا } 12s)} = \frac{1}{2} \times 14 \times 7 = 49 \text{ m}$$

۷۰



$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 100 \text{ m} \text{ و } t_1 + t_2 = 20 \text{ s}$$

$$\text{در بخش تندشونده: } \begin{cases} v = at + v_0 \rightarrow 10 = at_1 \rightarrow a = \frac{10}{t_1} \quad (1) \\ v^2 - v_0^2 \rightarrow 10^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{(1)} 100 = 2 \times \frac{10}{t_1} \times \Delta x_1 \rightarrow \Delta x_1 = 5t_1 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{در بخش یکنواخت: } \Delta x_2 = v_0 t_2 \rightarrow \Delta x_2 = 10 t_2 \quad (3)$$

از جمع روابط (۲) و (۳):

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 5t_1 + 10t_2 \rightarrow 100 = 5t_1 + 10(20 - t_1) \rightarrow 5t_1 = 100 \rightarrow t_1 = 20 \text{ s} \xrightarrow[\text{از رابطه (۱)}]{a = \frac{10}{20}} a = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

الف) خودرو را متحرک ۱ و کامیون را متحرک ۲ فرض می‌کنیم. همچنین محل ایستادن خودرو که مکان اولیهٔ خودرو و کامیون است را مبدأ مکان فرض می‌کنیم.

$$\Rightarrow x_{01} = x_{02} = 0$$

متحرک ۱ (خودرو) با شتاب ثابت و از حال سکون ($v_{01} = 0$) شروع به حرکت می‌کند و حرکت متحرک ۲ (کامیون) یکنواخت است.

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{01} t + x_{01} = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_1 = t^2$$

$$v_2 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_2 = v_2 t + x_{02} = 10 t + 0 \Rightarrow x_2 = 10 t$$

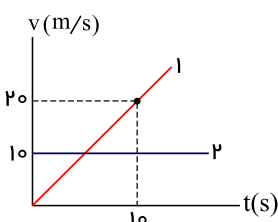
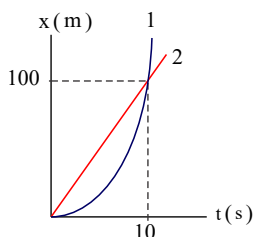
متحرک‌ها وقتی به هم می‌رسند که $x_1 = x_2$:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10 t \Rightarrow t(t - 10) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ s} \Rightarrow x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow \text{همان مکان اولیه} \\ t = 10 \text{ s} \Rightarrow x_1 = x_2 = 100 \text{ m} \end{cases}$$

پس از ۱۰s و در فاصلهٔ ۱۰۰m از مبدأ مکان، خودرو به کامیون می‌رسد.

ب)



$$\begin{cases} v_1 = a_1 t + v_{01} \Rightarrow v_1 = 2t + 0 = 2t \\ v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

توجه: در لحظه‌ای که خودرو به کامیون می‌رسد، سرعت آن دو برابر سرعت کامیون است.

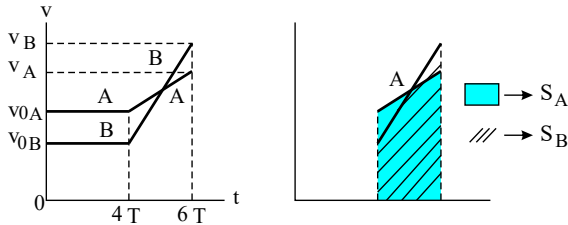


۷۲

الف در بازه زمانی صفر تا $t = 4T$ حرکت هر دو متحرک یکنواخت است. با دقت در شکل مشاهده می‌شود متحرک A در مدت زمان بیان‌شده مسافت بیشتری را طی نموده است. بنابراین: $v_A > v_B$ و در نتیجه: $v_{0A} > v_{0B}$.

ب از لحظه $t = 4T$ به بعد متحرک A ، جابه‌جایی بیشتری انجام داده است. بنابراین، ضمن اینکه سرعت اولیه (منظور سرعت در $t = 4T$ است) کمتری نسبت به متحرک B داشته است، با رسم نمودار $(v - t)$ برای هر دو متحرک مشخص می‌شود که:

$$t = 6T \Rightarrow \Delta x_B > \Delta x_A \Rightarrow S_B > S_A$$



با دقت در نمودار مشاهده می‌شود:

$$\text{پس از } t = 4T : v_B > v_A$$

پ با توجه به شکل قسمت قبل و اینکه شتاب حرکت خط مماس بر نمودار $v - t$ است، بعد از $t = 4T$: $a_B > a_A$

۷۳ هر دو متحرک به یک اندازه جابه‌جا شده‌اند؛ ولی متحرک (۲) این فاصله را در زمان کوتاه‌تری طی کرده است. به عبارت دیگر در روابطی که برای این دو متحرک می‌نویسیم، نباید t ها را یکسان بگیریم و زمان حرکت متحرکی که دیرتر حرکت خود را شروع کرده باید کوچک‌تر باشد، یعنی:

$$t_p = t_1 - 5$$

از طرفی هر دو متحرک فاصله AB را طی کرده‌اند. یعنی اندازه جابه‌جایی آنها برابر است. دقت کنید که حرکت متحرک (۱) با سرعت ثابت و حرکت متحرک (۲) شتابدار است، بنابراین روابط مربوط به هر کدام را باید برحسب نوع حرکت آنها بنویسیم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_p \Rightarrow v_1 t_1 = \frac{1}{2} a t_p^2 + v_0 t_p \Rightarrow 2,5 t_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (t_1 - 5)^2 \Rightarrow 2,5 t_1 = (t_1 - 5)^2 \Rightarrow t_1^2 - 10 t_1 + 25 = 2,5 t_1$$

$$\Rightarrow t_1^2 - 12,5 t_1 + 25 = 0 \Rightarrow (t_1 - 10)(t_1 - 2,5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 - 10 = 0 \Rightarrow t_1 = 10s \\ t_1 - 2,5 = 0 \Rightarrow t_1 = 2,5s \end{cases}$$

$t_1 = 2,5s$ قابل قبول نیست؛ زیرا در این صورت t_p منفی می‌شود. بنابراین متحرک (۱) فاصله AB را در مدت ۱۰ ثانیه و متحرک (۲) این فاصله را در مدت ۵ ثانیه طی کرده است. حالا با معادله مکان - زمان هر کدام از متحرک‌ها می‌توانیم فاصله AB را به دست آوریم:

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 = 2,5 \times 10 = 25m$$

و یا:

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} a t_p^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 25m$$

۷۴

الف دو متحرک در ابتدا در یک مکان بودند (لحظه سبقت کامیون از اتومبیل) و دوباره به هم می‌رسند بنابراین در این مدت هر دو یک اندازه جابه‌جایی داشتند. از طرفی در این مدت حرکت کامیون با سرعت ثابت و حرکت خودرو شتابدار با شتاب ثابت بوده است:

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \Delta x'_{\text{کامیون}} \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = v' t \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 = 10 t \Rightarrow t^2 = 10 t \Rightarrow t = 10s$$

دقت کنید که در هنگام جایگذاری سرعت کامیون، آن را به صورت زیر به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$v' = 36 \frac{km}{h} = \frac{36}{3,6} \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$

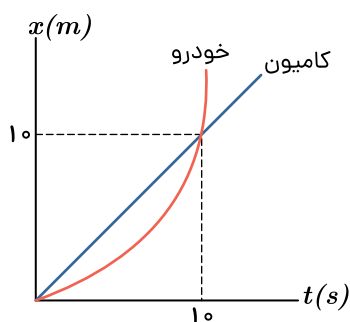
سرعت خودرو در این لحظه به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$v = at + v_0 = 2 \times 10 + 0 = 20 \frac{m}{s}$$

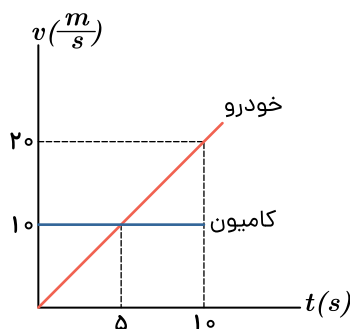
ب چون جابه‌جایی هر دو متحرک در این مدت به یک اندازه بوده، پس کافی است جابه‌جایی یکی از آنها را به دست آوریم:

$$\Delta x' = v' t \Rightarrow \Delta x' = 10 \times 10 = 100m$$

پ نمودار مکان - زمان خودرو یک سهمی و نمودار مکان - زمان کامیون خط راست است. محل تلاقی دو نمودار زمانی است که دو متحرک به هم می‌رسند.



نمودار سرعت - زمان خودرو یک خط راست و نمودار سرعت - زمان کامیون یک خط افقی است دقت کنید محل تلاقی این دو نمودار در لحظه رسیدن دو متحرک به هم نیست؛ بلکه لحظه‌ای است که سرعت خودرو هم $10 \frac{m}{s}$ شده است. چون مساحت زیر هر دو نمودار باید برابر باشد. (چرا؟) زمانی که سرعت خودرو با کامیون برابر شده نصف زمان رسیدن خودرو به کامیون است.



خودروهای A و B هر دو یک مسافت را طی کرده‌اند. فقط A این مسافت را در مدت t طی کرده ولی B همین مسافت را در (t - 1) ثانیه طی کرده است. با توجه به نوع حرکت‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow vt = \frac{1}{2}a(t-1)^2 + v_0(t-1)$$

$$\Rightarrow 16,2t = \frac{1}{2} \times 4 \times (t-1)^2 + 0$$

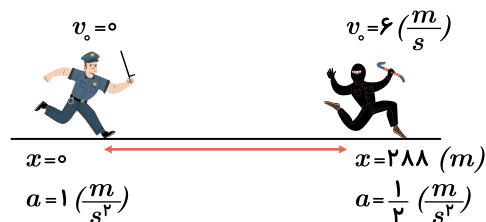
$$\Rightarrow t^2 - 10,1t + 1 = 0 \Rightarrow (t-10)(t-0,1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0,1 \text{ غ ق} \\ t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

دقت کنید که زمان حرکت خودروی A است که اگر $t = 0,1 \text{ s}$ شود آنگاه زمان حرکت متحرک B منفی به دست می‌آید. به همین علت $t = 0,1 \text{ s}$ غیر قابل قبول است. از طرفی به ازای $t = 10 \text{ s}$ زمان حرکت خودروی B، 9 ثانیه به دست می‌آید که پاسخ سوال است.

۷۶

الف

با توجه به شکل زیر، مکان اولیه پلیس را مبدأ مکان ($x=0$) در نظر گرفته و معادله حرکت دزد و پلیس را می‌نویسیم:



$$\text{فرم کلی معادله حرکت با شتاب ثابت: } x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\text{پلیس: } x_P = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 + (0)t + 0 \Rightarrow x_P = \frac{1}{2}t^2$$

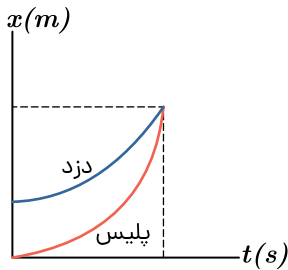
$$\text{دزد: } x_R = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times t^2 + (6)t + 288$$

$$\Rightarrow x_R = \frac{1}{4}t^2 + 6t + 288$$

$$x_P = x_R \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{4}t^2 + 6t + 288$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4}t^2 + 6t + 288 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 48(s) \\ t_2 = -24(s) \text{ غ ق} \end{cases} \Rightarrow t = 48(s)$$

حالا با برابر قرار دادن معادله مکان دزد و پلیس، داریم:



خودرو را متحرک (۱) و کامیون را متحرک (۲) و محل شروع حرکت (چراغ) را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت خودرو و کامیون برابر است با:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}t^2$$

$$x_2 = v(t - 4) \Rightarrow x_2 = 9(t - 4)$$

در لحظه‌ای که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد. مکان آنها برابر است، بنابراین:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = 9(t - 4) \Rightarrow t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \\ t = 12s \end{cases}$$

در لحظه $t = 6s$ کامیون به خودرو می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد و در لحظه $t = 12s$ ، خودرو به کامیون می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد.

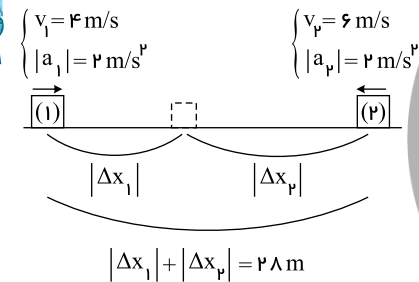
برای اینکه دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی آنها تا لحظه توقف برابر با ۸۰ متر باشد. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 80 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 80 \Rightarrow |a| = 4, 1 \frac{m}{s^2}$$

۷۹

در ابتدا معادله جابه‌جایی هریک را می‌نویسیم. سپس لحظه رسیدن دو متحرک به هم را محاسبه می‌کنیم.



$$\Delta x_1 = 4t + \frac{1}{2} \times 2t^2 = t^2 + 4t$$

$$\Delta x_2 = 6t + \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2 + 6t$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 28 \Rightarrow 2t^2 + 10t = 28$$

$$t^2 + 5t - 14 = 0$$

$$(t + 7)(t - 2) = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$$\Delta x_1 = t^2 + 4t = 4 + 4 \times 2 = 12m$$

$$\Delta x_2 = t^2 + 6t = 4 + 6 \times 2 = 16m$$

نمودار مکان - زمان متحرک A به صورت خط راست با شیب غیر صفر است، بنابراین سرعت آن ثابت است و می‌توان نوشت:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{80 - 40}{4\sqrt{2} - 0} \Rightarrow v_A = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

نمودار مکان - زمان متحرک B به صورت یک سهمی است. با توجه به اینکه متحرک B از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است ($x_{0B} = 0$) و در مبدأ زمان نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس است ($v_{0B} = 0$)، می‌توان نوشت:

$$x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 + v_{0B}t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=0, v_{0B}=0} x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 \xrightarrow{t=4\sqrt{2}s, x_B=80m} 80 = \frac{1}{2}a_B \times 32 \Rightarrow a_B = 5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک B برابر است با:



$$v_B = a_B t + v_{0B}, v_B = v_A \frac{v_A = 5\sqrt{\frac{m}{s}}}{v_{0B} = 0, a_B = \frac{5m}{s^2}} \Rightarrow 5\sqrt{2} = 5t + 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}s$$

۸۱ ابتدا معادلات حرکت هر دو متحرک را به دست می‌آوریم.

$$x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{50}{10}t + 0 \Rightarrow x_A = 5t$$

$$x_B = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0 \Delta t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}a(t - 5)^2 + 0 + 0$$

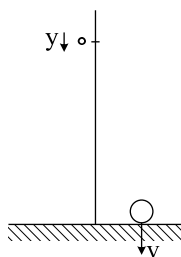
$$\begin{cases} x_B = 50m \\ t_B = 10s \end{cases} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2}a(10 - 5)^2 \Rightarrow a = 4m/s^2$$

$$v = a\Delta t + v_0 = v = a(t - t_0) + v_0$$

$$v = 4(t - 5) + 0 \Rightarrow v = 4(t - 5)$$

$$t = 10s \Rightarrow v = 4(10 - 5) = 20m/s$$

۸۲ الف) فرض می‌کنیم جسمی از ارتفاع y رها می‌شود.



$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2g(y - 0)$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gy \Rightarrow v = \sqrt{2gy}$$

$$\begin{cases} A \text{ جسم} : y = h \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \\ B \text{ جسم} : y = \frac{h}{4} \Rightarrow v_B = \sqrt{2g\frac{h}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}gh} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{2}gh}} = \sqrt{4} = 2$$

ب) اگر گلوله‌ها هم‌زمان به زمین برسند، یعنی مدت زمان سقوط گلوله B ، سه ثانیه از مدت زمان سقوط گلوله A کمتر است.
مدت زمان سقوط گلوله A را T و مدت زمان سقوط گلوله B را $(T - 3)s$ در نظر می‌گیریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} A : h = \frac{1}{2}gT^2 \\ B : \frac{h}{4} = \frac{1}{2}g(T - 3)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{(\frac{h}{4})} = \frac{gT^2}{g(T - 3)^2} \Rightarrow 4 = \left(\frac{T}{T - 3}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{T}{T - 3} \Rightarrow 2T - 6 = T \Rightarrow T = 6s$$

مدت زمان سقوط A ، $t_A = T = 6s$ و مدت زمان سقوط B ، $t_B = T - 3s = 3s$ بوده است.

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 6^2 = 176.4m$$

۸۳ الف) ارتفاع ساختمان را H و مدت زمان سقوط را T فرض می‌کنیم.

سنگ در مدت T به اندازه H و در مدت $(T - 2)s$ به اندازه $(H - 60)m$ سقوط کرده است.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} H = \frac{1}{2}gT^2 \\ H - 60 = \frac{1}{2}g(T - 2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gT^2 - 60 = \frac{1}{2}gT^2 - 2gT + 2g \Rightarrow 2gT = 60 + 2g$$

$$\Rightarrow gT = 30 + g \Rightarrow T = \frac{30}{g} + 1 = \frac{30}{10} + 1 = 4s$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80m$$

$$v = gT = 10 \times 4 = 40 \frac{m}{s}$$

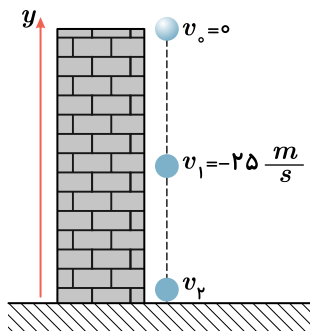
توجه: برای راحتی در محاسبه g را $10 \frac{m}{s^2}$ فرض کرده‌ایم.

ج.

مثل آب خوردن ۲۰ بگیر

۸۴

الف



مطابق شکل اگر جهت رو به بالا را مثبت بگیریم، سرعت گلوله یک ثانیه قبل از برخورد با زمین $v_1 = -25 \frac{m}{s}$ است. به عبارت دیگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا سرعت گلوله از v_1 به v_f برسد برابر یک ثانیه است.

از این موضوع می‌توان استفاده کرد و v_f را به دست آورد:

$$v_1 = -25 \frac{m}{s} \quad v_f = -gt + v_1 \Rightarrow v_f = -10 \times 1 - 25 \Rightarrow v_f = -35 \frac{m}{s}$$

به عبارت دیگر گلوله با سرعت $35 \frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. حالا اگر معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت را برای کل سقوط بنویسیم، ارتفاع کل سقوط به دست می‌آید:

$$v_f^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow (-35)^2 - 0 = -20\Delta y \Rightarrow 1225 = -20\Delta y \Rightarrow \Delta y = -61.25m$$

یعنی ارتفاع ساختمان $h = 61.25m$ است.

ب باز هم برای کل سقوط می‌توانیم رابطه سرعت - زمان را بنویسیم:

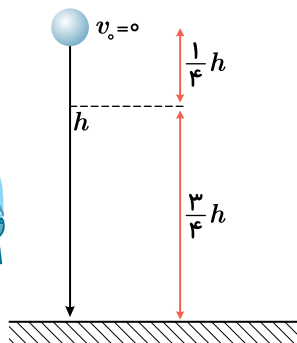
$$v_f = -gt + v_0 \Rightarrow -35 = -10t + 0 \Rightarrow t = 3.5s$$

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-61.25}{3.5} = -17.5 \frac{m}{s}$$

$$v = \frac{v_0 + v_f}{2} = \frac{0 - 35}{2} = -17.5 \frac{m}{s}$$

پ سرعت متوسط را می‌توان از دو روش زیر پیدا کرد:

۸۵ طبق رابطه $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$ داریم:



$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta y_1} = \frac{t^2}{t_1^2} \Rightarrow t = 4s$$

$$t_1 + t_f = 4 \Rightarrow t_f = 2s$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{4}h = -\frac{1}{2}g \times t_1^2$$

$$\Delta y = h = -\frac{1}{2}gt^2$$

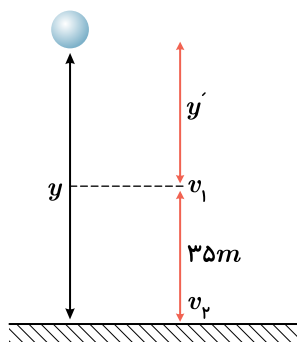
$$\frac{\Delta y}{\Delta y_1} = \frac{h}{\frac{1}{4}h} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}g\cancel{t^2}}{\cancel{\frac{1}{2}}g \times \cancel{4}}$$

زمان کل حرکت 4s است. گلوله مسیر $\frac{1}{4}h$ را در 2s طی کرده است. بنابراین ادامه مسیر را نیز در 2s طی می‌کند.

۸۶ روش اول: سنگ در مدت 1s آخر حرکت مسافت 35m را طی کرده است. بنابراین داریم:

$$\Delta y = v_{av}\Delta t$$

$$35 = v_{av} \times 1 \Rightarrow v_{av} = 35 \frac{m}{s}$$



از طرفی شتاب حرکت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است، یعنی بعد از گذشت 1s به سرعت قبلی 10 افزوده می‌شود.

$$v_{av} = \frac{v_f + v_1}{2} \xrightarrow{v_f = v_1 + 10} \frac{v_1 + 10 + v_1}{2} = 35$$

$$\Rightarrow 2v_1 + 10 = 70 \Rightarrow v_1 = 30 \frac{m}{s}$$

$$v_f = -2gy' \Rightarrow 900 = -20y' \Rightarrow y' = -45m$$

$$y = 35 + 45 = 80m$$

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در شتاب ثابت داریم:

بنابراین ارتفاع y برابر است با:



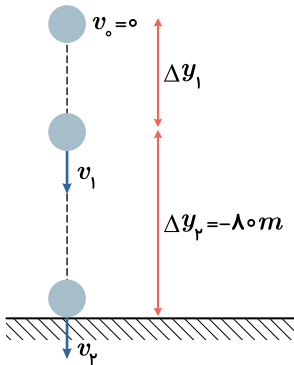
روش دوم: با استفاده از مسافت‌های طی‌شده در ثانیه‌های متوالی در حرکت سقوط آزاد، داریم:

ثانیه t (s)	۱	۲	۳	۴
مسافت پیموده‌شده (m)	۵	۱۵	۲۵	۳۵

مجموع مسافت‌های طی‌شده تا ثانیه چهارم برابر است با:

$$y = 5 + 15 + 25 + 35 = 80 \text{ m}$$

حرکت گلوله مطابق شکل مقابل است. اگر فقط ۸۰ متر آخر را مورد مطالعه قرار دهیم، v_1 سرعت اولیه این مرحله است و می‌توان آن را به صورت زیر به دست آورد:



$$\begin{aligned}\Delta y_r &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_1 t \\ -80 &= -5 \times 2^2 + v_1 \times 2 \\ \Rightarrow -80 &= -20 + 2v_1 \\ -60 &= 2v_1 \Rightarrow v_1 = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

حالا معادله سرعت - جابجایی در حرکت با شتاب ثابت را برای قسمت اول حرکت می‌نویسیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = -2g\Delta y_1 \Rightarrow (-30)^2 - 0 = -20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = -45 \text{ m}$$

اندازه ارتفاع h برابر مجموع اندازه‌های Δy_1 و Δy_r است. یعنی:

$$h = |\Delta y_1| + |\Delta y_r| = 45 + 80 = 125 \text{ m}$$

گزینه ۲ - با گذشت زمان فاصله دو گلوله افزایش می‌یابد. با توجه به نکته قبل مسافت‌های پیموده‌شده در زمان‌های مساوی افزایش می‌یابد. حرکت، شتاب‌دار با شتاب ثابت است و سرعت گلوله اول با گذشت زمان بیشتر می‌شود و مسافت‌های بیشتری را طی می‌کند.

بیشترین فاصله بین دو گلوله هنگامی است که گلوله اول در لحظه رسیدن به سطح زمین باشد. معادله مکان - زمان برای گلوله اول به صورت $\Delta y_1 = h = -\frac{1}{2}gt^2$ و

برای گلوله دوم به صورت $\Delta y_r = \frac{-1}{2}g(t-1)^2$ می‌باشد.

اختلاف جابجایی دو گلوله برابر ۳۵ متر است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}\Delta y_1 - \Delta y_r &= -35 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 - \left(-\frac{1}{2}g(t-1)^2\right) = -35 \\ \Rightarrow -5t^2 - (-5(t^2 - 2t + 1)) &= -35 \\ \Rightarrow \cancel{-5t^2} + \cancel{5t^2} - 10t + 5 &= -35 \Rightarrow t = 4 \text{ s}\end{aligned}$$

برای محاسبه ارتفاع h ، $t = 4 \text{ s}$ را در معادله مکان - زمان گلوله اول قرار می‌دهیم.

$$h = \Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 \Rightarrow h = -80 \text{ m}$$

بنابراین ارتفاع ساختمان برابر ۸۰ متر است.

راه حل اول:

$$y_1 - y_r = 100 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_r^2 = 100 \Rightarrow \frac{1}{2}g(t_1^2 - t_r^2) = 100 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times (t_1 - t_r)(t_1 + t_r) = 100 \Rightarrow t_1 + t_r = 10$$

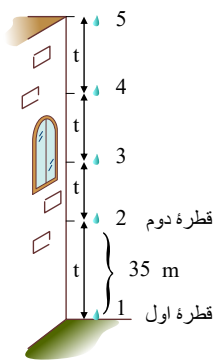
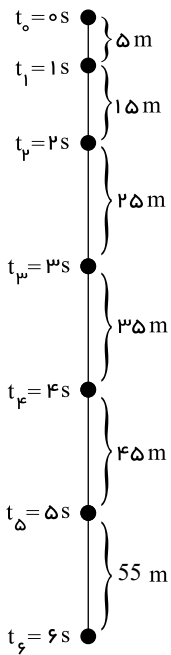
$$\left. \begin{aligned}t_1 - t_r &= 2 \\ t_1 + t_r &= 10\end{aligned} \right\} \rightarrow 2t_1 = 12 \rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

مدت زمان حرکت گلوله اول که زودتر به زمین رسیده است.

$$h = y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 = 180 \text{ m}$$

راه سریع‌تر: اگر گلوله را بدون سرعت اولیه رها کنیم، جابجایی‌های گلوله در یک ثانیه‌های متوالی مطابق شکل مقابل است، بنابراین با توجه به حداکثر فاصله دو گلوله که 100 m (۴۵ + ۵۵) است، گلوله اول ۶ s و گلوله دوم ۴ s در حرکت بوده‌اند و ارتفاع کل برابر است با:

$$h = 5 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 = 180 \text{ m}$$



$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 10 = 5t^2 \Rightarrow t = 2s$$

جابه‌جایی ثانیه اول = 5m

جابه‌جایی ثانیه دوم = 15m

جابه‌جایی ثانیه سوم = 25m

جابه‌جایی ثانیه چهارم = 35m

فاصله قطره اول و دوم = 35m

وقتی قطره پنجم رها می‌شود قطره اول به زمین می‌رسد، پس مسیر حرکت را به 4 زمان مساوی تقسیم می‌کنیم.

پس فاصله زمانی هر دو قطره یک ثانیه است.

در ابتدا باید ببینیم گلوله A در چه لحظه‌ای در فاصله 45 متری از نقطه شروع حرکت قرار می‌گیرد:

$$A : \Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t = 3s$$

گلوله B، یک ثانیه بعد از این لحظه شروع به حرکت می‌کند، یعنی 4 ثانیه پس از شروع حرکت گلوله A. بنابراین رابطه مکان-زمان این دو متحرک نسبت به هم به صورت زیر می‌باشد: (از آنجایی که مکان شروع حرکت را مبدأ در نظر گرفته‌ایم، y_0 در هر دو رابطه صفر می‌شود.)

$$\begin{cases} y_A = \frac{1}{2}g(t+4)^2 \\ y_B = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

یعنی هنگامی که متحرک B، 2 ثانیه از شروع حرکتش گذشته باشد، متحرک A، 6 ثانیه از شروع حرکتش گذشته است.

$$\xrightarrow{t=2} y_A - y_B = \frac{1}{2}(10)(2+4)^2 - \frac{1}{2}(10)(2)^2 = 180 - 20 = 160m$$

جهت رو به پایین را (+) فرض کرده‌ایم تا در روابط مقداری را منفی لحاظ نکنیم.

این سوالات را می‌توان از طریق وجود قاعده تصاعد عددی در مسائل شتاب ثابت نیز پاسخ داد.



۹۳ اگر مبدأ حرکت را محل رها کردن گلوله‌ها و جهت مثبت را رو به پایین در نظر بگیریم. معادله حرکت گلوله‌ها به صورت مقابل خواهد بود.

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \xrightarrow{t_2 = (t_1 - 1)s} y_2 = \frac{1}{2}g(t_1 - 1)^2$$

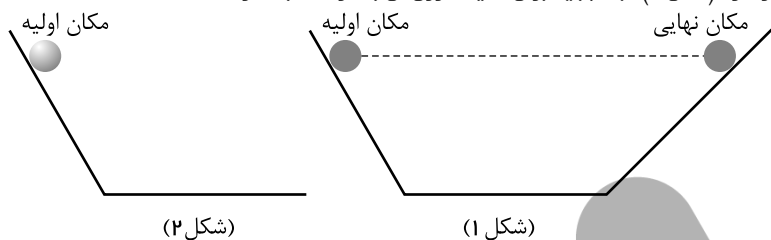
فاصله بین دو گلوله در هر لحظه

$$\rightarrow y_1 - y_2 = \frac{1}{2}g(t_1^2 - (t_1 - 1)^2)$$

$$\Rightarrow \frac{(y_1 - y_2)_{t_1=3s}}{(y_1 - y_2)_{t_1=5s}} = \frac{3^2 - 2^2}{5^2 - 4^2} = \frac{5}{9}$$

۹۴ گالیله طبق شکل‌های زیر، گوی‌ها را از ارتفاع معینی روی سطح شیبدار (شکل ۱) رها کرد تا به پایین بلغزند و از سطح شیبدار روبه‌روی بالا روند. او تا حد امکان سطوح را صاف و صیقلی کرد و دریافت که گوی تقریباً تا همان ارتفاع روی سطح شیبدار مقابل بالا می‌رود. او استدلال کرد که اگر بتوان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، جسم روی سطح شیبدار دوم دقیقاً تا همان ارتفاع اولیه بالا می‌رود. حال اگر شیب سطح شیبدار دوم صفر شود (شکل ۲)، جسم باید برای همیشه روی آن با سرعت ثابت حرکت کند.

گالیله از این آزمایش ذهنی نتیجه گرفت که برای حرکت یکنواخت جسم روی خط راست، نیازی به وارد کردن نیرو به جسم نیست.



۹۵ اگر بردار $\vec{F}_p$ را به صورت $\vec{F}_p = F_{px}\vec{i} + F_{py}\vec{j}$ بنویسیم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_p + \vec{F}_w = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow (-15\vec{i} + 8\vec{j}) + (-21\vec{i} + 19\vec{j}) + (F_{px}\vec{i} + F_{py}\vec{j}) = 10 \times (-4\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$\Rightarrow (-36 + F_{px})\vec{i} + (27 + F_{py})\vec{j} = -40\vec{i} + 30\vec{j}$$

ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ را در دو طرف معادله با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$-36 + F_{px} = -40 \Rightarrow F_{px} = -4N$$

$$27 + F_{py} = 30 \Rightarrow F_{py} = 3N \Rightarrow \vec{F}_p = (-4\vec{i} + 3\vec{j})N$$

۹۶ در فضای خالی از جاذبه، دیگر وزن معنایی ندارد؛ پس برای تعیین جنس دو گلوله از تفاوت سنگینی دو گلوله نمی‌توانیم استفاده کنیم. اما جرم هم‌چنان وجود دارد و ما می‌دانیم گلوله سربی دارای جرم بیشتری است؛ پس روی یک سطح افقی، به هر دو گلوله نیروی یکسانی وارد می‌کنیم. هر گلوله‌ای که شتاب کمتری گرفت و در نتیجه در مدت زمان معینی به سرعت کمتری دست یافت و مسافت کمتری را طی کرد، گلوله سربی است.

۹۷ شتاب در دو حالت یکسان است؛ پس:

$$a_{\text{حالت اول}} = a_{\text{حالت دوم}} \Rightarrow \frac{F}{m} = \frac{1.2F}{m + 2kg}$$

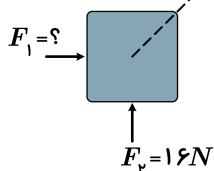
$$\Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{1.2}{m + 2kg} \Rightarrow m + 2kg = 1.2m$$

$$\Rightarrow 0.2m = 2kg \Rightarrow m = \frac{2kg}{0.2} = 10kg$$

۹۸ ابتدا اندازه نیروی برآیند وارد بر جسم را با توجه به قانون دوم به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma = (5kg) \times (4 \frac{m}{s^2}) = 20N$$

$$F_{net} = 20N$$



$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_v^2} \Rightarrow (20N) = \sqrt{F_1^2 + (16N)^2}$$

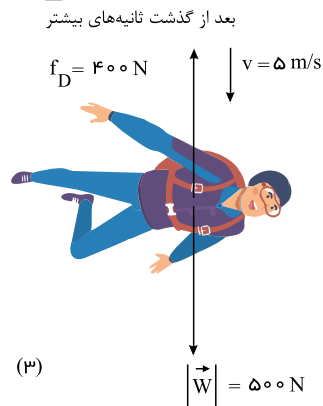
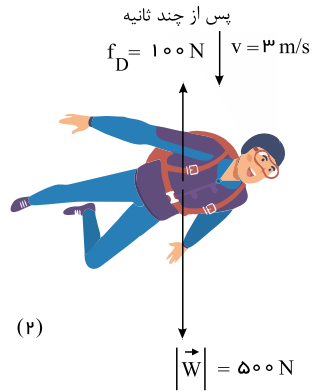
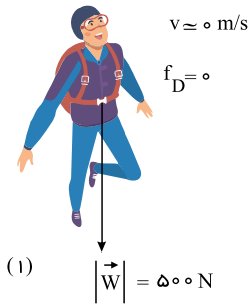
$$\Rightarrow 400N^2 = F_1^2 + 256N^2$$

$$\Rightarrow F_1^2 = (400 - 256)N^2 = 144N^2 \Rightarrow F_1 = 12N$$

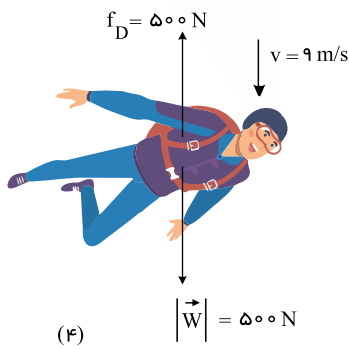
۹۹ فرض می‌کنیم شخصی به وزن $500N$ از وسیله به بیرون می‌پرد. بعد از پریدن چتر باز، تندی اولیه آن بسیار ناچیز است و به تدریج تندی و مقاومت هوا افزایش می‌یابد. اگر جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:



در لحظه پرش از وسیله

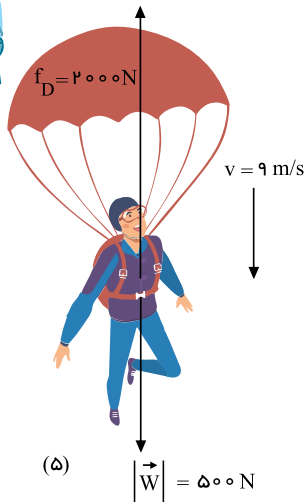


رسیدن به تندی حدی



پس از مدتی، مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شده و نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر می‌شود و چتر باز با تندی ثابتی (تندی حدی) به طرف زمین حرکت می‌کند.

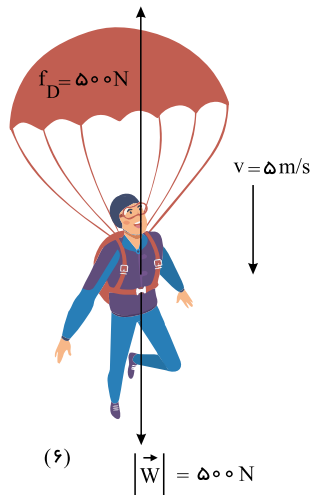
لحظه باز کردن چتر



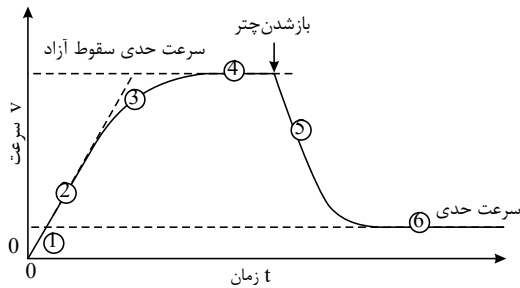
در این حالت، چتر باز چتر را باز می‌کند. این کار باعث افزایش نیروی مقاومت هوا خواهد شد.

در این حالت، برآیند نیروها و در نتیجه شتاب چتر باز به سمت بالا خواهد بود؛ بنابراین حرکتش کندشونده می‌شود و تندی چتر باز و در نتیجه نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد.

چند ثانیه بعد از باز کردن چتر



در نهایت نیروی مقاومت هوا کاهش یافته و برابر نیروی وزن خواهد شد و جسم با تندی حدی کمتر به زمین می‌رسد.



۱۰۰ نیروی مقاومت هوا، همواره در جهت مخالف حرکت جسم بر آن اثر می‌کند. در این صورت داریم:

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \downarrow f_D \\ \downarrow mg \end{array} \quad |a_A| = \frac{(f_D + mg)}{m}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow f_D \\ \bullet \\ \downarrow mg \end{array} \quad |a_B| = \left| \frac{mg - f_D}{m} \right|$$

$$\begin{array}{c} \rightarrow f_D \\ \bullet \\ \downarrow mg \end{array} \quad |a_C| = \frac{\sqrt{mg^2 + f_D^2}}{m}$$

پس در مقایسه داریم: $a_A > a_C > a_B$

۱۰۱ نیروی وزن رو به پایین و مقاومت هوا رو به بالا است. اگر جهت مثبت محور مختصات را رو به بالا انتخاب کنیم، شتاب چتر باز در این حالت برابر است با:

$$f_D - W = ma \Rightarrow 1260 - 700 = 70a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

شتاب چتر باز $8 \frac{m}{s^2}$ به طرف بالا است. یعنی خلاف جهت حرکت چتر باز می‌باشد. بنابراین تندی چتر باز به تدریج کاهش یافته و نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا هنگامی که نیروی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شده و چتر باز با سرعت ثابت (تندی حدی) به طرف پایین حرکت کند.

۱۰۲ نیروی وزن به طرف پایین و نیروی مقاومت هوا به طرف بالا به چتر باز وارد می‌شود. اگر جهت مثبت محور مختصات را رو به بالا انتخاب کنیم، داریم:

$$W = mg = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$$

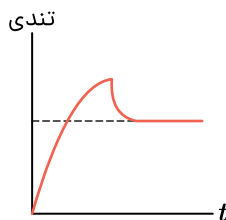
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow f_D - W = ma$$

$$\Rightarrow 1280 - 800 = 80a \Rightarrow a = \frac{480}{80} = 6 \frac{m}{s^2}$$

نیروی مقاومت هوا $\vec{f}_D$



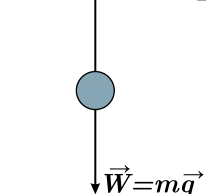
$$\vec{W} = m\vec{g}$$



شتاب چتر باز به طرف بالا یعنی خلاف جهت حرکت آن است، بنابراین تندی چتر باز به تدریج کاهش یافته و نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌شود تا هنگامی که نیروی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شود. در این حالت چتر باز با سرعت ثابت (تندی حدی) به طرف پایین حرکت می‌کند. نمودار تندی بر حسب زمان به‌طور کیفی به‌صورت مقابل است:

۱۰۳ الف) بر هر کدام از گوی‌ها نیروی وزن به طرف پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا وارد می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

نیروی مقاومت هوا $\vec{f}_D$



$$\vec{W} = m\vec{g}$$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{W - f_D}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m} \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

با توجه به رابطه بالا، هرچه جرم بیشتر باشد، شتاب حرکت نیز بیشتر می‌باشد. در نتیجه $a_1 > a_2$ است. برای محاسبه تندی گوی‌ها از رابطه سرعت - جابه‌جایی استفاده می‌کنیم.

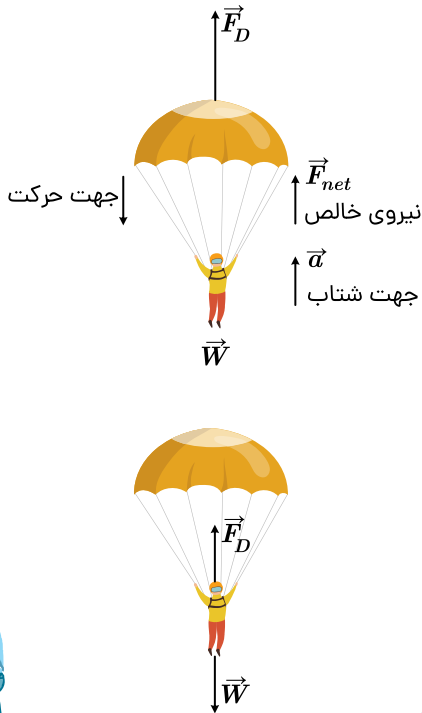


$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y}$$

چون $a_2 > a_1$ است، بنابراین $v_2 > v_1$ می‌باشد، یعنی جسم سنگین‌تر با سرعت بیشتری به زمین برخورد می‌کند.

(ب) اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، هر دو گوی برابر با g است، در نتیجه سرعت آنها نیز هنگام برخورد با زمین برابر است.

۱۰۴ وقتی چتر باز شماره (۱) چترش را با تاخیر باز می‌کند، سرعتش خیلی زیادتر از سرعت حدی شده است (مثلاً پس از ۵s تقریباً سرعتش $\frac{m}{s} 49$ می‌شود)؛ بنابراین وقتی چترش را باز می‌کند، نیروی مقاومت هوای وارد بر او خیلی بیشتر از وزنش می‌شود. با توجه به این موضوع و مطابق شکل روبه‌رو، یک نیروی خالص بالاسو به او وارد می‌گردد که باعث می‌شود چتر باز (۱) شتابی به سمت بالا و در خلاف جهت حرکتش بگیرد و تندی آن کاهش یابد.



با کاهش تندی چتر باز، نیروی مقاومت وارد بر چتر باز هم کاهش می‌یابد. تندی چتر باز تا زمانی کاهش می‌یابد که اندازه نیروی مقاومت هوا که در ابتدا از اندازه وزن بیشتر بود، برابر اندازه وزن شود. در این حالت نیروهای وارد بر چتر باز متوازن می‌شود و چتر باز با تندی ثابت به سمت زمین حرکت می‌کند. این تندی ثابت، همان تندی حدی است. با توجه به توضیحات داده‌شده، می‌فهمیم که در این حالت حرکت چتر باز پس از باز شدن چترش تا لحظه رسیدن به سرعت حدی‌اش، کندشونده بوده است. اما در مورد چتر باز شماره (۲) قضیه فرق می‌کند. وقتی یک چتر باز سقوط می‌کند و بلافاصله چترش را باز می‌کند، ابتدا تندی‌اش صفر بوده است و نیروی مقاومت هوای وارد بر آن صفر بوده است. با پایین آمدن چتر باز تندی و در نتیجه نیروی مقاومت هوای وارد بر آن به تدریج افزایش می‌یابد. این افزایش نیروی مقاومت هوا تا زمانی ادامه می‌یابد که اندازه آن برابر اندازه وزن شود و مطابق شکل روبه‌رو نیروی وارد بر چتر باز صفر شود. در این لحظه، شتاب حرکت چتر باز (۲) صفر می‌شود و چتر باز با تندی حدی که ثابت است، به سمت پایین حرکت می‌کند. در واقع در این حالت، حرکت چتر باز پس از باز کردن چترش، تا لحظه رسیدن به تندی حدی، تندشونده بوده است.

۱۰۵ الف) تندی حدی گلوله (۱) بیشتر است.

این موضوع به این خاطر است که جسم زمانی به تندی حدی می‌رسد که نیروی مقاومت هوا و وزن هم‌اندازه شود؛ پس زمانی که دو جسم به تندی حدی می‌رسند، داریم:

$$F_{D,1} = W_1 = m_1 g = (2 \text{ kg}) \left(10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) = 20 \text{ N}$$

$$F_{D,2} = W_2 = m_2 g = \left(\frac{2}{1000} \text{ kg} \right) \left(10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) = 2\% \text{ N}$$

دو جسم ابعاد یکسانی دارند؛ پس نیروی مقاومت هوای وارد بر آنها فقط به تندی آنها وابسته است. گفتیم هر چقدر تندی بیشتر باشد، نیروی مقاومت هوا بیشتر است. در بالا دیدیم که وقتی هر دو جسم به تندی حدی خود رسیده‌اند، نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم (۲) است و در نتیجه داریم:

$$F_{D,1} > F_{D,2} \Rightarrow v_{\text{حدی},1} > v_{\text{حدی},2}$$

(ب) در قسمت قبل $F_{D,1}$ و $F_{D,2}$ را حساب کردیم؛ اینجا فقط لازم است نسبت آنها را بنویسیم:

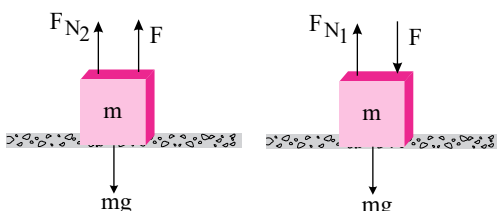
$$\frac{F_{D,1}}{F_{D,2}} = \frac{20 \text{ N}}{0.02 \text{ N}} = 1000$$

که برابر نسبت جرم گوی (۱) به جرم گوی (۲) است:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 \text{ kg}}{0.002 \text{ kg}} = 1000$$

۱۰۶ همان‌طور که گفتیم، اگر در حرکت قائم شتاب رو به بالا باشد، نیروی عمودی سطح و مقداری که نیروسنج نشان می‌دهد، بیشتر از وزن جسم است و اگر شتاب رو به پایین باشد، نیروی عمودی سطح و مقداری که نیروسنج نشان می‌دهد، کمتر از وزن است. وقتی فرد شروع به نشستن می‌کند، شتابی به سمت پایین می‌گیرد؛ بنابراین نیروی عمودی سطح او کمتر از وزن است و نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد اما در انتهای حرکت نشستن، حرکت رو به پایین کند می‌شود؛ یعنی فرد شتابی رو به بالا می‌گیرد؛ بنابراین نیروی عمودی سطح از وزن واقعی بیشتر می‌شود. بنابراین نیروسنج ابتدا عددی کمتر و سپس عددی بیشتر از وزن نشان می‌دهد.

۱۰۷ نیروهای وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم.

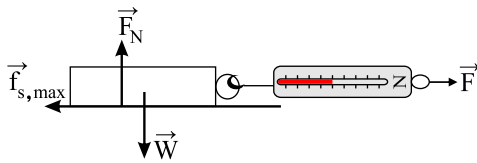




حالت ۱: $F_{N_1} = F + mg$

حالت ۲: $F_{N_2} = mg - F$

$$F_{N_1} = 2F_{N_2} \Rightarrow F + mg = 2(mg - F) \Rightarrow 3F = mg \Rightarrow F = \frac{1}{3}mg$$



۱۰۸ وسایل لازم: نیروسنج - قطعه‌های چوبی مختلف - ترازو

شرح آزمایش:

۱- قطعه چوبی را از یک وجه روی سطح افقی قرار دهید.

۲- نیروسنج را به قطعه چوب وصل کرده و سر دیگر نیروسنج را در دست گرفته و بکشید. وقتی جسم در آستانه لغزیدن قرار می‌گیرد، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s, \max}$) است.

۳- جرم قطعه چوب را با ترازو اندازه‌گیری کرده و از رابطه $F_N = mg$ مقدار نیروی عمودی را محاسبه کنید.

۴- این بار آزمایش را با ۲ قطعه چوبی روی هم انجام دهید. در این حالت عددی که نیروسنج نشان می‌دهد بیشتر می‌شود.

۵- آزمایش را با تعداد بیشتر قطعه چوبی انجام بدهید. باز هم نیروسنج عدد بیشتر را نشان می‌دهد.

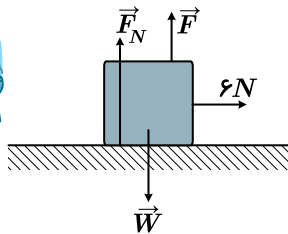
۶- اعداد به‌دست آمده از نیروسنج را در هر مرحله بر وزن قطعه‌های چوب تقسیم کنید. نتیجه تقسیم در تمامی مرحله‌ها ثابت خواهد بود.

نتیجه: نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه با مقدار وزن جسم رابطه مستقیم دارد و با تقسیم این نیرو بر وزن عدد ثابتی به‌دست می‌آید که همان ضریب اصطکاک ایستایی است.

۱۰۹

الف

گام اول: نیروی عمودی سطح را در این حالت حساب می‌کنیم. با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$F_{net, y} = 0 \Rightarrow F_N + F' - W = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F' \Rightarrow F = (27.5 \text{ kg})(10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}) - 11 \text{ N} = 25 \text{ N} - 11 \text{ N} = 14 \text{ N}$$

گام دوم: در این گام باید بررسی کنیم که آیا $f_{s, \max} > 6 \text{ N}$ است یا خیر:

$$f_{s, \max} = F_N \times \mu_s = (14 \text{ N} \times 0.4 = 5.6 \text{ N}) \Rightarrow f_{s, \max} > 6 \text{ N}$$

نیروی محرک کوچک‌تر از نیروی اصطکاک بیشینه است. بنابراین جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با 6 N ؛ زیرا:

$$F_{net, x} = 0 \Rightarrow 6 \text{ N} - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 6 \text{ N}$$

ب

گام اول: مقدار نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل بالا داریم:

$$F_{net, y} = F_N + F' - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F' = 25 \text{ N} - 10 \text{ N} = 15 \text{ N}$$

گام دوم $f_{s, \max}$ را در این حالت به دست می‌آوریم:

$$f_{s, \max} = F_N \mu_s = (15 \text{ N}) \times 0.4 = 6 \text{ N}$$

در این حالت $f_{s, \max}$ برابر نیرویی است که ما به جسم وارد می‌کنیم. در این حالت هم، جسم حرکت نمی‌کند؛ چون باید نیرویی بیش از این مقدار به جسم وارد شود و نیروی اصطکاک برابر است با:

$$f_s = f_{s, \max} = 6 \text{ N}$$

پ

اول به سراغ F_N می‌رویم. به کمک شکل قسمت (الف) داریم:

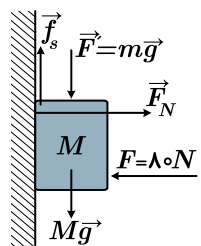
$$F_{net, y} = 0 \Rightarrow F_N + F' - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg - F' = 25 \text{ N} - 12 \text{ N} = 13 \text{ N}$$

دیگر لازم نیست محاسبه کنیم که آیا $f_{s, \max}$ در این حالت بیشتر از 6 N است یا کمتر؛ زیرا در حالت قبل که F_N بیشتر از این حالت بود، $f_{s, \max}$ کمتر از 6 N است و جسم حرکت می‌کند. وقتی جسم حرکت کند، نیروی اصطکاک جنبشی داریم:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.25 \times 13 \text{ N} = 3.25 \text{ N}$$

جهت نیروی اصطکاک نیز در هر سه حالت در خلاف جهت نیروی افقی F خواهد بود.



الف) در شکل مقابل نیروهای وارد بر M رسم شده است. دقت کنید که F' نیرویی است که m به M وارد می‌کند و این نیرو هم‌اندازه وزن m است.

ب) اگر M در آستانه حرکت باشد باید $f_s = f_{s,max} = \mu_s F_N$ باشد، بنابراین باید F_N را در ابتدا به دست آوریم:

$$F_{(net)x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 80 N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.2 \times 80 = 16 N$$

در راستای y ها هم نباید جسم حرکت کند. بنابراین:

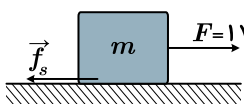
$$F_{(net)y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = Mg + mg \Rightarrow 16 = 10 + 10m$$

$$\Rightarrow 10m = 6 \Rightarrow m = 0.6 kg$$

۱۱۱

الف

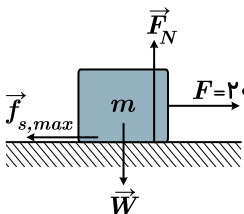
در این حالت بر جسم نیروی اصطکاک ایستایی وارد می‌شود.



$$F = f_s = 17 N$$

ب

در این حالت بر جسم نیروی اصطکاک در آستانه حرکت وارد می‌شود. بنابراین داریم:



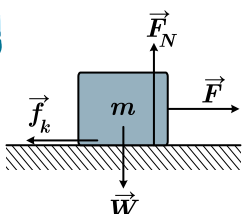
$$F_{(net)y} = ma_y \xrightarrow{a_y=0} F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 N$$

$$F_{(net)x} = ma_x \xrightarrow{a_x=0} F - f_{s,max} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = 20 N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 20 = \mu_s \times 50 \Rightarrow \mu_s = \frac{2}{5} = 0.4$$

پ

در این حالت بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود. ابتدا با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را به دست می‌آوریم:



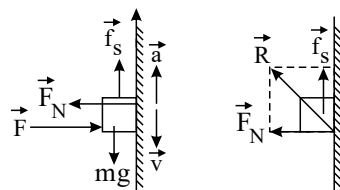
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}a \times 64 + 0 \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = ma_x \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 22 - f_k = 5 \times 1 \Rightarrow f_k = 17 N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 17 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = \frac{17}{50} = 0.34$$

۱۱۲

جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانه حرکت قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی، f_s است نه $f_{s,max}$)



$$x \text{ براینده نیروها در راستای } x: F_N = F = 120 N$$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین است، جهت v به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت a و v برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت a به سمت بالا است:

$$y \text{ براینده نیروها در راستای } y: f_s - mg = ma$$

$$f_s = m(g + a) = 4(10 + 2.5) = 50 N$$

نیروی برابندی که دیواره آسانسور به جسم وارد می‌کند را واکنش سطح می‌نامیم و با R نشان داده و برابر است با:

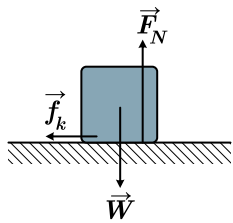
$$R = \sqrt{(F_N)^2 + (f_s)^2} = \sqrt{(120)^2 + (50)^2} = 130 N$$

دقت کنید که در صورت سؤال راجع به نیرویی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند، پرسیده است که در واقع عکس‌العمل R است که طبق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با R است.

۱۱۳ لحظه پاره شدن نخ، سرعت جسم $\frac{m}{s}$ ۲ است. با استفاده از رابطه سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را پس از پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم. سپس نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, v_0=2 \frac{m}{s}} 0 = a \times 1 + 2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

پس از پاره شدن نخ، تنها نیروی وارد بر جسم در راستای حرکت، نیروی اصطکاک جنبشی است، پس این شتاب حاصل نیروی اصطکاک جنبشی است.

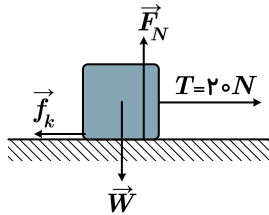


$$\begin{aligned} 0 - f_k &= ma \Rightarrow 0 - f_k = 0.5 \times (-2) \\ \Rightarrow f_k &= 1N \end{aligned}$$

هنگامی که نخ به جسم متصل است، سرعت جسم ثابت است. پس نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر می‌باشد.

$$F_{net} = ma = 0 \Rightarrow T - f_k = 0 \Rightarrow T = f_k = 1N$$

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را در مدت ۳s که نخ به جسم متصل است، به دست می‌آوریم. (۱۱۴)



$$T - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} 2.0 - 0.2 \times 5.0 = 5 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

سپس جابه‌جایی آن را در این مدت محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 9m$$

در لحظه‌ای که نخ پاره می‌شود، سرعت جسم برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + 0 = 6 \frac{m}{s}$$

پس از پاره شدن نخ، شتاب حرکت جسم را با توجه به قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

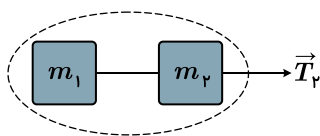
$$0 - f_k = ma' \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma' \Rightarrow a' = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی، جابه‌جایی جسم را در مرحله دوم به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=6 \frac{m}{s}} 0 - 6^2 = 2(-2) \times \Delta x_2 \\ \Rightarrow \Delta x_2 &= 9m \end{aligned}$$

جابه‌جایی جسم برابر با مجموع جابه‌جایی در دو مرحله است.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 18m$$



ابتدا کل مجموعه نشان داده شده درون خطچین را یک جسم در نظر می‌گیریم: (۱۱۵)

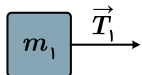
مجموع جرم $m_1 + m_2$ با T_2 کشیده می‌شود، بنابراین:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_2 = (m_1 + m_2)a$$

$$T_2 = (3.75kg + 2.25kg) \times (4 \frac{m}{s^2})$$

$$\Rightarrow T_2 = (6kg)(4 \frac{m}{s^2}) = 24N$$

حالا به بررسی جسم m_1 می‌پردازیم. تنها نیرویی که به جسم m_1 وارد می‌شود، نیروی کشش T_1 است و این جسم با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند، بنابراین:



$$F_{net,1} = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1 a$$

$$\Rightarrow T_1 = (3.75kg) \times (4 \frac{m}{s^2}) = 15N$$

(۱۱۶)

الف

در این حالت، فرد باید طناب را محکم بچسبد و طناب را به پایین بکشد تا عکس‌العمل این نیرو بتواند بر نیروی وزن فرد غلبه کرده و معلق بماند؛ پس:



$$T = mg \Rightarrow T = 700N$$

یعنی طناب به شخص نیروی ۷۰۰N وارد می‌کند.

ب

در این وضعیت، شتاب حرکت شخص، صفر است. اگرچه حرکت می‌کند اما با سرعت ثابت در حرکت است؛ پس جمع نیروهای وارد بر شخص یعنی نیروی طناب و وزن



برابر صفر است.

$$T - mg = 0 \Rightarrow T = mg = 700 \text{ N}$$

پ در این حالت فرد باید با نیروی بزرگتری طناب را بکشد تا طناب نیرویی بزرگتر از وزن به شخص اعمال کند تا بند باز رو به بالا شتاب بگیرد:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow T - mg = ma \\ \Rightarrow T - 700 \text{ N} &= (70 \text{ kg}) \left(0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \\ \Rightarrow T &= 700 \text{ N} + 35 \text{ N} = 735 \text{ N} \end{aligned}$$

۱۱۷

الف با توجه به رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

در لحظه شروع حرکت شیب نمودار صفر است پس $v_0 = 0$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 64 = \frac{1}{2} a \times 64 + 0 \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب

برای به دست آوردن سرعت در لحظه عبور از مبدأ مکان، از رابطه سرعت - جابه جایی استفاده می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 2 \times 25 \Rightarrow v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پ

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 1000 \times 2 = 2000 \text{ N}$$

ت

مجموع نیروهای مقاوم وارد بر اتومبیل را با F' نشان می دهیم:

$$F - F' = ma \Rightarrow 3000 - F' = 1000 \times 2 \Rightarrow F' = 1000 \text{ N}$$

۱۱۸

الف راننده با دیدن مانع تا توقف کامل دو نوع حرکت دارد:

- ۱- حرکت با سرعت ثابت در مدت واکنش
 - ۲- حرکت کندشونده با شتاب ثابت
- مسافت واکنش برابر است با:

$$\Delta x_1 = v\Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-2) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x = 10 + 100 = 110 \text{ m}$$

مسافت ترمز برابر است با:

مسافت کل، مجموع مسافت های واکنش و ترمز می باشد.

بنابراین اتومبیل به مانع برخورد نمی کند و در فاصله ۲ متری از مانع می ایستد.

ب

با استفاده از رابطه سرعت - زمان در شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 20 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

پ

در هنگام ترمز، نیروی پیشران برابر صفر است.

$$0 - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 1200(-2) \Rightarrow f_k = 2400 \text{ N}$$

۱۱۹

الف برای محاسبه برابند نیروهای وارد بر جسم، ابتدا شتاب حرکت جسم را از روی نمودار سرعت - زمان به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7 - (-5)}{4 - 0} \Rightarrow a = \frac{12}{4} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، برابند نیروهای وارد بر جسم را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 15 \times 3 = 45 \text{ N}$$

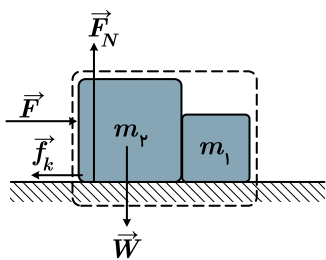
ب

برابند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم برابر صفر است. بنابراین $F_N = mg = 150 \text{ N}$ است. نیروی اصطکاک جنبشی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5 \times 150 = 75 \text{ N}$$

۱۲۰

الف برای محاسبه شتاب حرکت جعبه ها، هر دو جعبه را به عنوان یک جسم در نظر می گیریم؛ پس فرض می کنیم به جای دو جعبه ۲۵ کیلوگرمی و ۱۰۰ کیلوگرمی یک جعبه ۱۲۵ کیلوگرمی داریم. در قدم اول شکل مناسب و ساده ای رسم کرده و نیروهای وارد بر مجموعه دو جسم را روی آن نشان می دهیم.



در قدم بعدی چون مجموعه در راستای قائم ساکن است، قانون دوم نیوتون را برای راستای قائم می‌نویسیم تا نیروی عمودی سطح را حساب کنیم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = (m_1 + m_2)g = (125\text{kg})(10 \frac{N}{kg}) = 1250\text{N}$$

حالا که نیروی عمودی سطح را داریم نیروی اصطکاک وارد بر مجموع دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k \cdot F_N = 0.2 \times (1250\text{N}) = 250\text{N}$$

در قدم آخر قانون دوم نیوتون را برای مجموعه اجسام در راستای افقی می‌نویسیم و شتاب حرکت اجسام را به دست می‌آوریم:

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F - f_k = (m_1 + m_2)a \Rightarrow (450\text{N}) - (250\text{N}) = (125\text{kg})a$$

$$\Rightarrow a = \frac{200\text{N}}{125\text{kg}} = 1.6 \frac{N}{kg}$$

ب برای اینکه نیرویی که دو جسم بر هم وارد می‌کنند را به دست آوریم، باید به بررسی یکی از دو جسم بپردازیم. این طوری نیروهایی که برای مجموعه دو جسم داخلی محسوب می‌شدند و تأثیری در حرکت نداشتند وارد مسئله می‌شوند. مثلاً برای جسم m_1 می‌توانیم شکل مقابل را رسم کنیم:

نیرویی که باعث شتاب گرفتن m_1 می‌شود، نیرویی است که جسم m_2 بر آن وارد می‌کند (F_{21}).

اول نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک جنبشی را برای جسم m_1 به دست می‌آوریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N,1} - W_1 = 0 \Rightarrow F_{N,1} = W_1 = m_1g = (25\text{kg})(10 \frac{N}{kg}) = 250\text{N}$$

در نتیجه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر است با:

$$f_{k,1} = \mu_k F_{N,1} = 0.2 \times (250\text{N}) = 50\text{N}$$

و در نهایت قانون دوم نیوتون را برای جسم m_1 در راستای افقی می‌نویسیم:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_{21} - f_{k,1} = m_1 a$$

$$F_{21} - (50\text{N}) = (25\text{kg})(1.6 \frac{N}{kg})$$

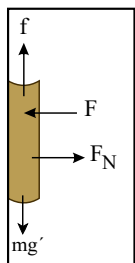
$$\Rightarrow F_{21} - (50\text{N}) = 40\text{N} \Rightarrow F_{21} = (40\text{N}) + (50\text{N}) = 90\text{N}$$

می‌دانیم که شتاب جسم m_1 با شتاب مجموع دو جسم برابر است؛ یعنی $a_1 = a = 1.6 \frac{m}{s^2}$ پس داریم:

پ با توجه به قانون سوم نیوتون اندازه نیرویی که جسم ۱ به جسم ۲ وارد می‌کند، برابر اندازه نیرویی است که جسم ۲ به جسم ۱ وارد می‌کند و داریم:

$$F_{21} = F_{12} = 90\text{N}$$

۱۲۱ چون جهت شتاب آسانسور روبه بالا است، نسبت به ناظر ساکن بیرون آسانسور داریم:



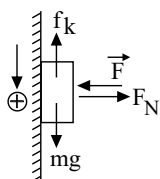
$$g' = g + a = 10 + 2 = 12$$

$$\text{کتاب نسبت به آسانسور ساکن} = F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_s = mg'$$

$$f_{s\text{ max}} = \mu_s F_N = \mu_s \cdot F$$

$$mg' = \mu_s \cdot F \Rightarrow 0.5 \times 12 = \mu_s \times 18 \Rightarrow \mu_s = 0.33$$

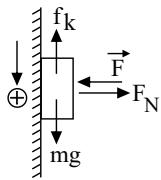
۱۲۲ در حالت اول که جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید، شتاب صفر است و بنابراین اندازه نیروی اصطکاک با اندازه وزن جسم برابر است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_k = 0$$

$$\Rightarrow mg = f_k \xrightarrow[N=F]{f_k = \mu_k N} mg = \mu_k F \Rightarrow F = \frac{mg}{\mu_k}$$

با دو برابر شدن اندازه نیروی افقی $\vec{F}$ ، اندازه نیروی اصطکاک افزایش یافته و حرکت جسم کندشونده شده و شتاب حرکت به سمت بالا می‌گردد. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، شتاب حرکت را در این لحظه به دست می‌آوریم.



$$mg - f'_k = ma \xrightarrow[N' = \mu_k F, F = \frac{mg}{\mu_k}]{f'_k = \mu_k N'} mg - \mu_k \times 2 \times \frac{mg}{\mu_k} = ma$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t, t = 2s \Rightarrow a = -g \xrightarrow[v_0 = 40m/s, g = 10 \frac{m}{s^2}]{\Delta y = \frac{1}{2} \times (-10) \times 2^2 + 40 \times 2 = 60m}$$

۱۲۳ تا قبل از حذف F : باید حرکت جسم را در دو مرحله بررسی کنیم. یکی قبل از قطع نیروی و دیگری پس از آن، در اینگونه مسائل که نیرو قطع می‌شود باید سرعت جسم از نقطه قطع نیروی F را به دست بیاوریم:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F - mg = ma_1 \Rightarrow 30 - 20 \times 10 = 20a_1 \Rightarrow a_1 = 5 \frac{m}{s^2}$$

پس از ۲ ثانیه:

$$v_1 = a_1 t + v_0 = 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

پس از حذف F :

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow -mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = -10 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از رابطه مستقل از زمان تا نقطه اوج که سرعت صفر می‌شود، جابه‌جایی به دست می‌آید:

$$v^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta y$$

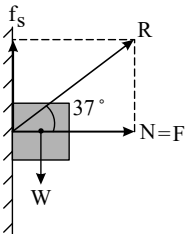
$$0 - 4^2 = 2 \times (-10) \Delta y \Rightarrow \Delta y = 0.8m$$

جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta y_{کل} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 4 + 0.8 = 4.8m$$

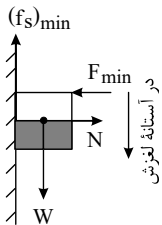
۱۲۴

قدم اول: امتداد نیروی وارده از طرف سطح دیوار به جسم بر سطح تماس جسم با دیوار عمود نمی‌باشد. بنابراین اصطکاک ایستایی f_s وجود دارد.



$$\text{جسم ساکن است.} \begin{cases} \tan 37^\circ = \frac{f_s}{F} \\ f_s = mg = 30N \end{cases} \rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{30}{F} \rightarrow \boxed{F = 40N}$$

قدم دوم: مقدار F_{min} را در حالتی می‌یابیم که جسم در آستانه لغزش قرار گیرد:



$$\begin{cases} (f_s)_{min} = \mu_s N = W \\ N = F_{min} \end{cases} \rightarrow \mu_s F_{min} = W \rightarrow F_{min} = \frac{W}{\mu_s} = \frac{30}{\frac{3}{4}} = 40N \rightarrow \Delta F = 40 - 35 = 5N$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK} \Rightarrow \sqrt{12K} = \sqrt{2mK} \Rightarrow m = 6kg$$

اکنون اندازه نیروی خالص متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{F}_{متوسط} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{6(7 - 2)}{2} = 15N$$



۱۲۶ ابتدا زمان حرکت جسم را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد که $F = f_{s,max}$ شود.

$$f_{s,max} = \mu_s mg = 0.4 \times 2.5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

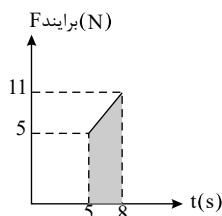
با توجه به اینکه نمودار اندازه نیرو بر حسب زمان به صورت خط راست است، معادله آن را به دست می‌آوریم و لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$$F = 2t \xrightarrow{F=10\text{N}} t = \frac{10}{2} = 5 \text{ s}$$

پس از این لحظه نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی می‌شود.

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 2.5 \times 10 = 5 \text{ N} \xrightarrow{F_{\text{برایند}} = F - f_k} F_{\text{برایند}} = 2t - 5$$

اکنون نمودار نیروی برایند وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (در لحظات $t \leq 5 \text{ s}$ جسم در حالت سکون و برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با میزان تغییر اندازه حرکت است.



$$\Delta p = \frac{(5 + 11)}{2} \times (8 - 5) = 24 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

۱۲۷ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه بر حسب زمان در هر لحظه، اندازه برایند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد ($\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$) بنابراین مطابق نمودار

سوال، از لحظه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 15 \text{ s}$ ، برایند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_1 = \frac{30 - 0}{15 - 0} = 2 \text{ N}$ و از لحظه $t_2 = 15 \text{ s}$ تا $t_3 = 20 \text{ s}$ برایند نیروهای وارد بر

جسم ثابت و برابر با $F_2 = \frac{0 - 30}{20 - 15} = -6 \text{ N}$ بوده است. چون از لحظه $t = 15 \text{ s}$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر

جسم اثر می‌کند که اندازه آن برابر با $f_k = 6 \text{ N}$ است. بنابراین در بین لحظه‌های $t_1 = 0$ تا $t_2 = 15 \text{ s}$ می‌توان نوشت:

$$F - f_k = 2 \xrightarrow{f_k=6\text{N}} F - 6 = 2 \Rightarrow F = 8 \text{ N}$$

۱۲۸ شیب نمودار تکانه - زمان برابر با نیروی برایند وارد بر جسم است، داریم:

$$\left| \vec{F}_{\text{برایند}} \right| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow{p_2=16 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}, t_2=8\text{s}; p_1=0, t_1=0} \left| \vec{F}_{\text{برایند}} \right| = \frac{16 - 0}{8 - 0} = 2 \text{ N}$$

$$F_{\text{برایند}} = F - f_k \xrightarrow{f_k=\mu_k mg=0.2 \times 2.5 \times 10=5\text{N}} F = F_{\text{برایند}} + f_k = 2 + 5 \Rightarrow F = 7 \text{ N}$$

۱۲۹

به سرنشین این اتومبیل دو نیروی افقی (معادل نیروی مرکزگرا) و قائم (معادل وزن شخص) وارد می‌شود. بنابراین داریم:

$$f_s = F_r = \frac{mv^2}{R} = \frac{80 \times 400}{200} = 160 \text{ N}$$

$$F_N = mg = 800$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + N^2} = \sqrt{(160)^2 + (800)^2} = \sqrt{160^2 + (5 \times 160)^2} = 160 \sqrt{26} \text{ N}$$

۱۳۰ در پیچ افقی مسطح، نیروی اصطکاک ایستایی، شتاب مرکزگرای لازم برای دور زدن لغزش را تأمین می‌کند. بنابراین حداکثر نیروی مرکزگرا برابر $\mu_s F_N$ است.

$$\frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v_{\text{max}}^2 = \mu_s rg$$

حداکثر تندى، به جرم اتومبیل بستگی ندارد و به شعاع چرخش و ضریب اصطکاک ایستایی بستگی دارد.

$$\left(\frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{خودرو}}} \right)^2 = \frac{r_{\text{کامیون}}}{r_{\text{خودرو}}} \Rightarrow 1.2^2 = \frac{r_{\text{کامیون}}}{10} \Rightarrow r_{\text{کامیون}} = 14.4$$

این شعاع، حداقل شعاع لازم برای دور زدن کامیون بدون لغزش است.

۱۳۱ ترازوی کاوندیش وسیله‌ای است که برای بررسی تجربی قانون جهانی گرانش نیوتون به کار می‌رود. اما این تناسب را می‌توان با تعریف یک ثابت تناسب به تساوی

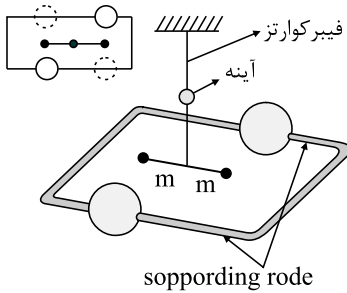
تبدیل کرد. این ثابت را ثابت جهانی گرانش می‌گویند. برای تعیین مقدار ثابت جهانی گرانش که آن را با G نمایش می‌دهیم، باید نیروی جاذبه میان دو جرم را اندازه‌گیری کنیم.

قسمت‌های مختلف ترازوی کاوندیش:

(۱) دو گلوله به جرم m



دید از سمت بالا



دو گلوله کوچک هریک به جرم m ، به دو انتهای یک میله سبکی متصل می‌شوند. این میله، دمبل صلبی است که محورش افقی است و توسط یک رشته نازک قائم آویزان شده است.

(۲) دو گلوله بزرگ به جرم M

دو گلوله بزرگ هر کدام به جرم M ، که در نزدیک دو سر دمبل و در دو طرف مخالف قرار داده شده‌اند. این دو گلوله نیز بر روی یک میله افقی قرار گرفته‌اند و نقطه وسط این میله بر روی تکیه‌گاهی قرار گرفته است، به گونه‌ای که می‌تواند آزادانه بچرخد. نقطه وسط این میله درست در راستای مرکز دمبل و در زیر آن قرار دارد.

(۳) آینه کوچک

این آینه کوچک بر روی رشته نازک و کمی بالاتر از دمبل قرار دارد. از طریق یک چشمه نور، بر این آینه نور تابیده می‌شود، نور منعکس شده از آینه بر روی یک مقیاس شیشه‌ای می‌افتد و به این وسیله، میزان انحراف آینه (یا زاویه چرخش) آن قابل اندازه‌گیری است.

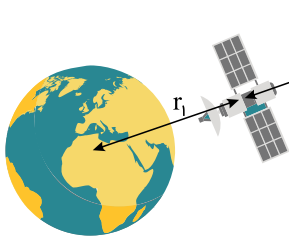
شرح کار ترازوی کاوندیش:

هرگاه جرم‌های بزرگ M در نزدیکی میله‌ای که جرم‌های کوچک m روی آن هستند، قرار گیرند، در این صورت براساس قانون جهانی گرانش نیوتون، بر گلوله‌های کوچک نیرو جاذبه‌ای وارد می‌شود، این امر باعث چرخیدن دمبل و در نتیجه تاب خوردن رشته نازک و چرخش آینه می‌شود. با استفاده از شیشه مدرج می‌توان میزان انحراف آینه (زاویه α) را هنگام چرخش گلوله‌های کوچک اندازه‌گیری نمود.

اندازه‌گیری G :

ثابت G به کمک روش انحراف پیشینه تعیین می‌شود، همان‌طور که در طرز کار ترازو گفته شد، میله بر اثر گرانش گلوله‌های بزرگ حول نقطه آویز می‌چرخد و در حین چرخش با گشتاور نیروها مخالفت می‌کند. α (زاویه پیش رسته هنگام حرکت گلوله‌ها از موضعی به موضع دیگر) با مشاهده انحراف باریکه بازتابیده از آینه کوچک متصل به رشته اندازه‌گیری می‌شود (تصویر رشته لامپ توسط آینه متصل به m_1 و m_2 روی خطکش مدرج می‌افتد و در نتیجه هرگونه دوران m_1 و m_2 قابل اندازه‌گیری است). اگر جرم‌ها و فاصله میان آنها و نیز ثابت پیش رسته معلوم باشد، می‌توانیم G را از روی زاویه پیش رسته اندازه‌گیری شده محاسبه کنیم. چون نیروی جاذبه کم است، اگر بخواهیم پیش رسته قابل مشاهده‌ای داشته باشیم باید ثابت پیش رسته فوق‌العاده کوچک باشد. در این ترازو جرم‌ها مسلماً ذره نیستند، بلکه اجسامی بزرگ هستند؛ اما چون این جرم‌ها کره‌های یکنواختی هستند از لحاظ گرانشی طوری عمل می‌کنند که گویی تمام جرم آنها در مرکزشان متمرکز شده است. چون G بسیار کوچک است نیروهای گرانشی میان اجسام بر روی سطح زمین فوق‌العاده کوچک‌اند و می‌توان از آنها صرف‌نظر کرد.

۱۳۲
الف)



$$F_{em} = G \frac{M_e m}{r_1^2}, \quad F_{mm} = G \frac{M_m m}{r_2^2}$$

$$F_{net} = G \frac{M_e m}{r_1^2} - G \frac{M_m m}{r_2^2} = \frac{Gm}{r^2} (M_e - M_m)$$

$$r_1 = r_2 = r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \times 3,84 \times 10^8 \text{ km} = 1,92 \times 10^8 \text{ m}$$

$$F_{net} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \times 3 \times 10^4 \text{ kg}}{(1,92 \times 10^8 \text{ m})^2} (5,98 \times 10^{24} \text{ kg} - 7,36 \times 10^{22} \text{ kg})$$

$$F_{net} = 320,59 \text{ N}$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow G \frac{M_e m}{r_1^2} = G \frac{M_m m}{r_2^2} \rightarrow \frac{M_e}{r_1^2} = \frac{M_m}{r_2^2} \xrightarrow{r_1 + r_2 = d}$$

$$\frac{M_e}{M_m} = \frac{r_2^2}{(d - r_1)^2} \rightarrow \frac{r_1}{(d - r_1)} = \sqrt{\frac{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{7,36 \times 10^{22} \text{ kg}}} \simeq 9$$

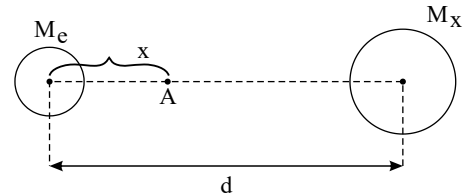
$$\rightarrow \frac{r_1}{d - r_1} = 9 \rightarrow r_1 = 9d - 9r_1 \rightarrow r_1 = 0,9d = 3,456 \times 10^8 \text{ m}$$



الف) شتاب گرانشی در فاصله R از مرکز سیاره‌ای به جرم M از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \rho_x = \frac{1}{2}\rho_e \\ A_x = 2A_e \rightarrow 2\pi R_x^2 = 2(\pi R_e^2) \rightarrow \boxed{R_x = 2R_e} \\ M = \rho V = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \rightarrow \frac{M_x}{M_e} = \left(\frac{\rho_x}{\rho_e}\right)\left(\frac{R_x}{R_e}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(2\right)^3 \rightarrow \boxed{M_x = 4M_e} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A : g_e = g_x &\rightarrow \frac{GM_x}{x^2} = \frac{GM_e}{(d-x)^2} \\ \rightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 &= \left(\frac{M_x}{M_e}\right) \rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \\ \rightarrow d-x &= 2x \rightarrow 3x = d \rightarrow \boxed{x = \frac{d}{3}} \end{aligned}$$



ب

$$\begin{cases} g = \frac{GM}{r^2} \\ \text{شعاع دایره } r = R \rightarrow \text{سطح سیاره} \end{cases}$$

$$\rightarrow g = \frac{GM}{R^2} \rightarrow \frac{g_x}{g_e} = \frac{\frac{GM_x}{R_x^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \left(\frac{M_x}{M_e}\right)\left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = \left(4\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \rightarrow \boxed{g_x = g_e}$$

الف) ۱۳۴

$$A = 9\text{ cm} = 9 \times 10^{-2}\text{ m}$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{6 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1\text{ kg}}} = 10\sqrt{6} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{\max} = A\omega \rightarrow v_{\max} = 9 \times 10^{-2} \times 10\sqrt{6} = 0.9\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} \times 1 \times (0.9\sqrt{6})^2 = 2.43\text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (1.6)^2 = 1.28\text{ J}$$

$$E = U + K \rightarrow U + 2.43 - 1.28 = 1.15\text{ J}$$

الف) ابتدا با توجه به نمودار، دوره و پس از آن بسامد زاویه‌ای را محاسبه کرده و معادله حرکت نوسانگر را می‌نویسیم. پس از آن با قرار دادن $x = -2\sqrt{3}$ در معادله، مقدار t' را به دست می‌آوریم.

$$1.74\text{ s} = \frac{T}{2} \rightarrow T = 0.8\text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{2.5\pi}{1}$$

$$x = A \cos(\omega t) = 0.04 \cos\left(\frac{5\pi}{2}t\right)$$

$$\begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{100}\text{ m} = 0.04 \cos\left(\frac{5\pi}{2}t'\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{5\pi}{2}t'\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ t = t' \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{5\pi}{2}t' = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right), \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right), \left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right), \left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right), \dots \rightarrow \frac{5\pi}{2}t' = \frac{5\pi}{6} \rightarrow 5t' = \frac{5}{3} \rightarrow \boxed{t' = \frac{1}{3}\text{ s}}$$

برای دومین بار

$$F_{\text{net}} = -kx = ma \rightarrow \begin{cases} a = -\left(\frac{k}{m}\right)x \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \end{cases} \Rightarrow a = -\omega^2 x$$

مثل آب خوردن ۲۰ بگیر



$$\omega = \frac{5\pi}{2} \rightarrow \omega^2 = \frac{25\pi^2}{4} = \frac{25 \times 10}{4} = \frac{250}{4} = 62,5$$

$$(1), (2) \Rightarrow \boxed{a = -62,5x} \xrightarrow[t = t']{x = -\frac{2\sqrt{3}}{100}m} a = -62,5 \left(-\frac{2\sqrt{3}}{100} \right) \rightarrow \boxed{a = 1,25\sqrt{3} \frac{m}{s^2}}$$

$$m = 250g = \frac{1}{4}kg$$

$$U = 0,1J$$

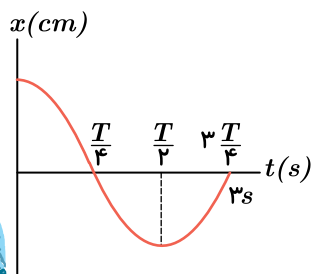
$$E = K_{\max} = U + K \rightarrow K = K_{\max} - U = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 - U = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{100} \right)^2 \times 62,5 - 0,1J$$

$$\rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = 1,25J - 0,1J = 1 \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times v^2 = 1 \rightarrow \boxed{v = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}}$$

(ت)

۱۳۶

الف با توجه به نمودار روبه‌رو می‌فهمیم که $\frac{3}{4}T = 3s$ است؛ پس:



$$\frac{3}{4}T = 3s \Rightarrow T = \frac{(3s) \times 4}{3} = 4s$$

حالا دوره تناوب را داریم؛ پس می‌توانیم بسامد زاویه‌ای را حساب کنیم و با توجه به اینکه دامنه برابر $0,06m$ است، معادله مکان - زمان را بنویسیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow x(t) = A \cos \omega t = 0,06 \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \frac{rad}{s} \right) t \right)$$

ب متحرک در t_1 برای دومین بار از $3\sqrt{3}cm$ عبور می‌کند؛ پس:

$$-3\sqrt{3}cm = (6cm) \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \frac{rad}{s} \right) t \right)$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos \left(\left(\frac{\pi}{2} \frac{rad}{s} \right) t \right) \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \begin{cases} \frac{5}{6}\pi \\ \frac{7}{6}\pi \end{cases}$$

وقتی $\frac{\pi}{2} t_1 = \frac{5}{6}\pi$ است، متحرک برای اولین بار و وقتی $\frac{\pi}{2} t_1 = \frac{7}{6}\pi$ است، متحرک برای دومین بار از $3\sqrt{3}cm$ عبور کرده است.

$$\frac{\pi}{2} t_1 = \frac{7}{6}\pi \Rightarrow t_1 = \frac{7}{3}s$$

حال مقدار $t_1 + \frac{T}{4}$ را به دست می‌آوریم:

$$t_1 + \frac{T}{4} = \frac{7}{3}s + \frac{4}{4}s = \frac{7}{3}s + 1s = \frac{10}{3}s$$

$$\Rightarrow x = 0,06 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{rad}{s} \left(\frac{10}{3}s \right) \right) \right)$$

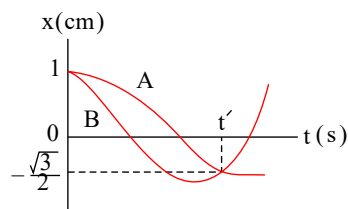
$$= 0,06 \cos \left(\frac{5}{3}\pi rad \right) = \frac{0,06}{2}m = 0,03m$$

پ مدت زمان یک نوسان برابر با دوره تناوب است؛ پس برای اینکه بفهمیم چند نوسان صورت گرفته است، باید $30s$ را تقسیم بر دوره تناوب یعنی $4s$ کنیم:

$$\frac{30s}{4s} = 7,5$$

تعداد نوسانها

۱۳۷



با توجه به نمودار، در لحظه t' متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار در مکان $x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ هستند. بنابراین داریم:

$$x_A = A_A \cos(\omega_A t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_A t') \Rightarrow \omega_A t' = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x_B = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_B t') \Rightarrow \omega_B t' = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

بنابراین داریم:

$$\rightarrow \frac{\omega_B t'}{\omega_A t'} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6}} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{T_A}{T_B} = \frac{7}{5}$$

گام اول: با توجه به اینکه جسمی به جرم 1 kg به انتهای فنر آویزان کرده‌ایم و فنر 5 cm کشیده شده است، ثابت فنر برابر است با:

$$F_e = W \Rightarrow kx = mg$$

$$\Rightarrow k \times (0.05 \text{ m}) = (1 \text{ kg})(10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

$$\Rightarrow k = \frac{10 \text{ N}}{0.05 \text{ m}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

گام دوم: وقتی به این فنر جرم 2 کیلوگرمی را وصل می‌کنیم، براساس رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بسامد زاویه برابر می‌شود با:

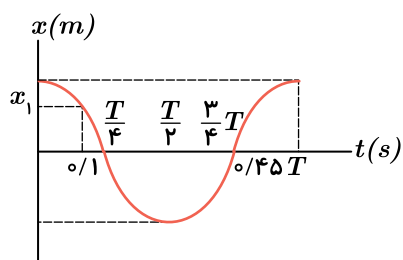
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{2 \text{ kg}}} = \sqrt{100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام سوم: بنابراین معادله مکان - زمان نوسانگر که 1 cm روی سطح افقی کشیده شده است، در SI به صورت زیر می‌شود:

$$A = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m} \Rightarrow x(t) = A \cos \omega t = 0.01 \cos 10t$$

۱۳۹

الف) گام اول: با توجه به نمودار زیر می‌فهمیم که $\frac{3}{4}T = 0.45 \text{ s}$ است؛ پس:



$$\frac{3}{4}T = 0.45 \text{ s}$$

$$\Rightarrow T = \frac{0.45 \text{ s} \times 4}{3} = 0.6 \text{ s}$$

$$\Rightarrow T = 0.6 \text{ s}$$

گام دوم: براساس رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0.6 \text{ s} = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{0.1 \text{ kg}}{k}}$$

$$\Rightarrow 0.1 \text{ s} = \sqrt{\frac{0.1 \text{ kg}}{k}} \Rightarrow 0.01 \text{ s}^2 = \frac{0.1 \text{ kg}}{k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{0.1 \text{ N}}{0.01 \text{ m}} \Rightarrow k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

ب) اندازه شتاب نوسانگر برابر با $|a| = \left| \frac{F}{m} \right|$ است که در آن $F = kx$ است؛ پس:

$$|a| = \left| \frac{F}{m} \right| \Rightarrow 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \left| \frac{10 \times x_1}{0.1 \text{ kg}} \right|$$

$$\Rightarrow x_1 = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

معادله نوسانگر به صورت $x = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ است؛ پس:



$$x_1 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t_1\right) \Rightarrow 1,2 \text{ cm} = A \cos\left(\frac{2\pi}{0,6} \times 0,1\right)$$

$$\Rightarrow 1,2 \text{ cm} = A \times \frac{1}{2} \Rightarrow A = 2,4 \text{ cm} = 0,024$$

$$\Rightarrow x(t) = 0,024 \cos\left(\frac{10\pi}{3} t\right)$$

۱۴۰ با مقایسه معادله نیرو - زمان داده شده با فرم کلی معادله نیرو - زمان در حرکت نوسانی می توان گفت:

$$\begin{cases} F = -m\omega^2 x \text{ یا } -m\omega^2 y \\ F = -\pi^2 y \end{cases} \Rightarrow -m\omega^2 = -\pi^2 \Rightarrow m\omega^2 = \pi^2$$

همچنین می دانیم دوره نوسان این نوسانگر برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{60 \text{ s}}{300} = \frac{1}{5} (\text{s})$$

با توجه به نتایج فوق داریم:

$$m\omega^2 = \pi^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \pi^2 \Rightarrow m \times \frac{4\pi^2}{T^2} = \pi^2 \Rightarrow m = \frac{T^2}{4}$$

$$\xrightarrow{T = \frac{1}{5} (\text{s})} M = \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 10 \text{ gr}$$

۱۴۱ مادامی که جهت حرکت نوسانگر تغییر نمی کند تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با یکدیگر برابر است بنابراین فرض می کنیم در لحظه ای که تندی متوسط نوسانگر

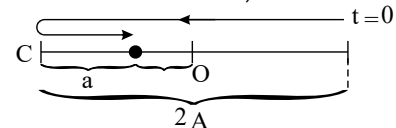
دو برابر بزرگی سرعت متوسط آن است نوسانگر در فاصله a از نقطه C قرار دارد.

$$\frac{T}{4} = 0,2 \text{ s} \Rightarrow T = 0,8 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = 2 \xrightarrow{s_{av} = \frac{\ell}{t}} \frac{\ell}{|v_{av}|} = 2 \xrightarrow{\frac{|\vec{d}| = 2A - a}{\ell = 2A + a}} \frac{2A + a}{2A - a} = 2 \Rightarrow 4A - 2a = 2A + a \Rightarrow a = \frac{2A}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2A}{3} - A = -\frac{A}{3} = -\frac{6}{3} = -2 \text{ cm}$$

$$|a| = \omega^2 |x| \xrightarrow{\omega = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}} |a| = \frac{25\pi^2}{4} \times 0,2 = \frac{\pi^2}{8} \text{ m/s}^2$$



۱۴۲ با توجه به نمودار می توان نوشت:

$$U_{max} = E = 3,4 \text{ J}$$

هنگامی که جسم در مکان $x = +2 \text{ cm}$ قرار دارد، انرژی پتانسیل آن $0,2 \text{ J}$ است. پس:

$$E = K + U \Rightarrow 3,4 = K + 0,2 \Rightarrow K = 3,2 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 3,2 \times 10^{-1} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-1} v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow |v| = 4 \text{ m/s}$$

طبق نمودار در این لحظه، نوسانگر در مکان های مثبت قرار دارد و چون بزرگی سرعت آن در این لحظه در حال کاهش است. پس حرکت آن کندشونده بوده و نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ مختصات است. پس حرکت آن در جهت محور بوده و $v > 0$ است. بنابراین سرعت نوسانگر معادل 4 m/s است.

۱۴۳ الف) می دانیم که دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ به دست می آید، پس در استوا: $(استوا: T_{استوا} < T_{تهران} \Rightarrow g_{استوا} < g_{تهران})$ ساعت عقب می افتد. برای محاسبه

مقدار عقب افتادن در شبانه روز از روش زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{T_{استوا}}{T_{تهران}} = \sqrt{\frac{g_{تهران}}{g_{استوا}}} \Rightarrow \frac{T_{استوا}}{T_{تهران}} = \sqrt{\frac{9,8}{9,78}} = 1,001$$

$$\xrightarrow{T_{تهران} = 1 \text{ s}} T_{استوا} = 1,001$$

یعنی در هر $1,001$ ثانیه، آونگ در استوا به اندازه $0,001 \text{ s}$ عقب می افتد.

بنابراین میزان عقب افتادن ساعت در یک ساعت شبانه روز برابر است با:

$$\frac{1,001 \text{ s}}{24 \text{ h}} \times \frac{0,001 \text{ s}}{x} \Rightarrow x = \frac{24 \times 0,001}{1,001} \approx 0,024 \text{ h} \xrightarrow{\times 60} 1,44 \text{ min}$$

یعنی در هر 24 ساعت، ساعت در استوا به اندازه $1,44$ دقیقه عقب می افتد.



ب) با افزایش دما، طبق رابطه $L_p = L_1(1 + \alpha \Delta \theta)$ ، طول فنر افزایش می‌یابد. با افزایش طول طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ، دوره تناوب نیز افزایش می‌یابد؛ یعنی ساعت عقب می‌افتد.

* به عنوان یک نکته توجه داشته باشید که با افزایش دوره تناوب، ساعت عقب می‌افتد و با کاهش دوره تناوب، ساعت جلو می‌افتد.

الف) به طور کلی اگر دوره تناوب یک ساعت آونگ‌دار (یا آونگ ساده) بزرگتر شود، ساعت عقب می‌افتد و اگر دوره تناوب آن کوچکتر شود، ساعت جلو می‌افتد.

طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ، با کاهش شتاب گرانشی g ، دوره تناوب بزرگتر شده و ساعت عقب می‌افتد.

ابتدا دوره تناوب آونگ در شهر B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{g_A}{g_B}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{9.8}{9.6}} = 1.01 \xrightarrow{T_A=1s} T_B = 1.01s$$

یعنی در هر $1.01s$ ، آونگ در شهر B به اندازه $0.01s$ عقب می‌افتد. بنابراین در یک شبانه‌روز داریم:

$$\frac{1.01s}{24h} \times \frac{0.01s}{x} \Rightarrow x = \frac{24h \times 0.01}{1.01} \simeq 0.24h \xrightarrow{\times 60} 14.4min$$

بنابراین در شهر جدید ساعت در مدت یک شبانه‌روز 14.4 دقیقه عقب می‌افتد.

۱۴۵

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow[m=AL]{m=\rho V} v = \sqrt{\frac{F \cancel{L}}{\rho A \cancel{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{156N}{(9.8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}) \times (0.5 \times 10^{-6} m^2)}} = 200 \frac{m}{s}$$

الف) برای پاسخ به این سؤال گام‌به‌گام پیش می‌رویم:

گام اول: با توجه به جهت انتشار موج جهت نوسان ذره B را مشخص می‌کنیم:

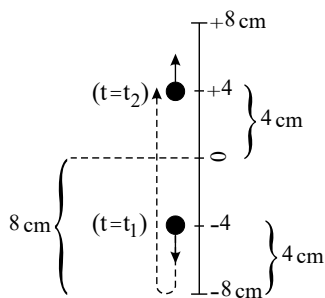
ذره B در لحظه t_1 رو به پایین و ذره B در لحظه t_2 رو به بالا در حال نوسان است.

گام دوم: دوره تناوب نوسان هر ذره از این محیط از جمله ذره B را نیاز داریم. برای این کار ابتدا طول موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{2} = 100cm \rightarrow \lambda = 200cm \rightarrow vT = 200cm \rightarrow 50 \times T = 200cm \rightarrow T = \frac{200cm}{50cm/s} = 4s \rightarrow \boxed{T = 4s}$$

گام سوم: حداقل مسافت طی‌شده توسط ذره B (به دلیل حرکت نوسانی‌اش) برابر است با:

$$L_{min} = 4 + 4 + 4 = 12cm$$



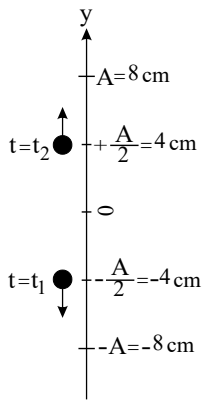
ب) مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره B از مکان در لحظه $t = t_1$ به مکان و موقعیتش در لحظه $t = t_2$ برسد محاسبه می‌کنیم. ذره B یک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد (چون موج نشان داده‌شده سینوسی بوده و حتماً چشمه این موج نیز یک حرکت هماهنگ ساده انجام داده است):

$$y = A \cos(\omega t) \text{ و } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad/s$$



فرض می‌کنیم در $t = 0$ ذره B در $y = +A$ قرار داشته است.

(این فرض تأثیری در محاسبه Δt ندارد؛ اما سبب می‌شود که به سادگی بتوانیم از معادله حرکت هماهنگ ساده بیان شده در متن کتاب درسی یعنی $y = A \cos(\omega t)$ استفاده کنیم.)



$$\begin{cases} t = t_1 \\ y = -\frac{A}{2} \end{cases} \Rightarrow y = A \cos(\omega t) \rightarrow -\frac{A}{2} = A \cos(\omega t_1)$$

$$\rightarrow \cos(\omega t_1) = -\frac{1}{2} \xrightarrow[\text{پس از } t=0 \text{ فرض شده}]{\text{برای اولین بار}} \omega t_1 = \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \boxed{t_1 = \frac{4}{3} s}$$

$$\begin{cases} t = t_2 \\ y = +\frac{A}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos(\omega t_2) = +\frac{1}{2} \xrightarrow[\text{پس از } t=0 \text{ فرض شده}]{\text{برای دومین بار}} \omega t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{5\pi}{3} \rightarrow \boxed{t_2 = \frac{10}{3} s}$$

$$\Delta t_{\min} = \frac{10}{3} - \frac{4}{3} = \frac{6}{3} \rightarrow \boxed{\Delta t = 2 s}$$

روش دوم برای تعیین $\Delta t_{\min}$: چون ذره، بین دو لحظه t_1 و t_2 از یک موقعیت با مکان و سرعت $\begin{cases} y_1 \\ v_1 \end{cases}$ به موقعیتی قرینه یعنی $\begin{cases} y_2 = -y_1 \\ v_2 = -v_1 \end{cases}$ رفته، حداقل مقدار Δt معادل

$$\Delta t_{\min} = \frac{T}{2} \text{ یعنی } \frac{T}{2}$$

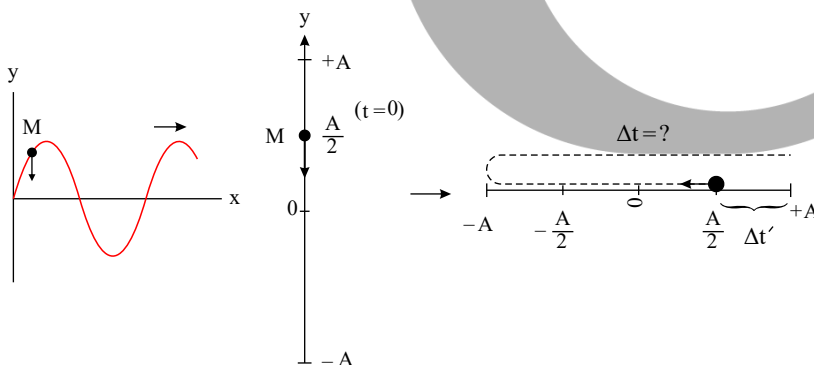
گام پنجم: چون جابه‌جایی مقدار ثابت و مشخص دارد:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = (+4 \text{ cm}) - (-4 \text{ cm})$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta y = 8 \text{ cm}} \rightarrow (v_{av})_{\max} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ s}} = 4 \text{ cm/s}$$

۱۴۷

با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در حرکت به طرف پایین است و مدت $\frac{7T}{12}$ طول می‌کشد تا به مکان $x = -4 \text{ cm}$ برسد، زیرا:



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} + \frac{T}{2} = \frac{10T}{12} = \frac{5T}{6} \rightarrow 1 = \frac{5T}{6} \rightarrow T = 1.2 s$$

(الف)

مجهول، Δt است. کافی است $\Delta t'$ را یافته و در نهایت: (۱) $\boxed{\Delta t = T - \Delta t'}$

$$y = A \cos(\omega t) \rightarrow \frac{A}{2} = A \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2}$$

از $(+A)$ تا $(+\frac{A}{2})$ اولین بار $y = \frac{A}{2}$ شده است بنابراین:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} \times 1 = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{T = 6 s}$$

$$\text{ب) } \frac{3}{4} \lambda = 12 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 16 \text{ cm} = 0.16 \text{ m} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow 0.16 = v \times 1.2 \rightarrow v = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(پ) می‌دانیم موج در هر T به مقدار λ پیشروی می‌کند یعنی در 1.2 s ، 0.16 cm ، بنابراین در مدت 24 ثانیه موج به مقدار $160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}$ پیشروی می‌کند. یعنی:

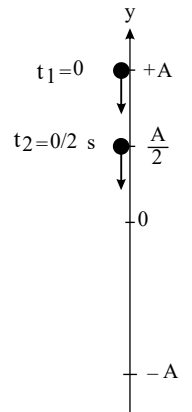


$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{24}{1.2} \rightarrow \Delta x = 160 \text{ cm}$$

الف) به ذره B از طناب توجه می‌کنیم؛ برای سادگی در پاسخ‌گویی می‌توان فرض کرد:

$$\begin{cases} t_1 = t' = 0 \\ t_2 = t' + 0.2 \text{ s} = 0 + 0.2 = 0.2 \text{ s} \end{cases}$$

$$t_2 = 0.2 \text{ s} \rightarrow y = A \cos(\omega t) \rightarrow \frac{A}{2} = A \cos(\omega \times 0.2)$$

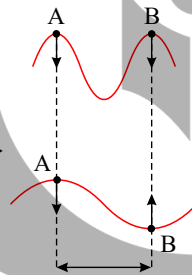


$$\rightarrow \omega \times 0.2 = \frac{\pi}{3} \rightarrow (\omega = \frac{5\pi}{3}) \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5\pi}{3} \rightarrow \frac{10}{m} = \frac{25 \times 10}{9} \rightarrow m = \frac{9}{25} \text{ kg}$$

$$\text{راه تستی} \rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{6} \rightarrow (t' + 0.2) - (t') = \frac{T}{6} \rightarrow 0.2 = \frac{T}{6} \rightarrow T = 1.2 \text{ s} \\ A \rightarrow \frac{A}{2} \end{cases} \rightarrow (\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{3})$$

ب) برای قرینه شدن وضعیت نوسانی ذرات A و B باید فاصله آنها از حالت کنونی ($\Delta x_{AB} = \lambda$) به وضعیت ... و $\frac{5\lambda}{2}$ یا $\frac{3\lambda}{2}$ یا $\frac{\lambda}{2}$ ($\Delta x_{AB} = \lambda$) تبدیل شود. چون با آویختن جرم دیگر به وزنه قبلی m افزایش می‌یابد طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ و ثابت ماندن k (ثابت فنر)، T و در نتیجه طبق رابطه: $\lambda = vT$ (v به محیط انتشار موج یعنی طناب بستگی داشته و چون شرایط فیزیکی حاکم بر طناب تغییر نکرده v ثابت می‌ماند.)

$$\lambda = \underbrace{v}_{\text{افزایش ثابت}} \underbrace{T}_{\text{افزایش می‌یابد}} \rightarrow \text{و چون فاصله دو ذره ثابت مانده است بنابراین}$$



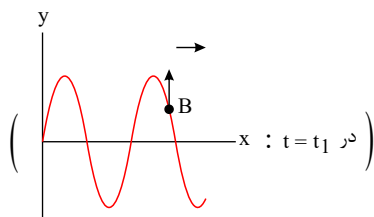
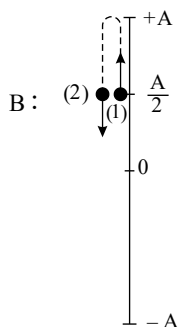
$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2} \rightarrow \lambda_2 = 2\lambda_1 \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow m_2 = 4m_1 \rightarrow \Delta m = m_2 - m_1 = 4m_1 - m_1 = 3m_1 = 3\left(\frac{9}{25}\right) = \frac{27}{25} \text{ kg}$$

قدم اول: این که سرعت متوسط نوسانی ذره B صفر شده، یعنی ذره B در $t = t_1 + \frac{4}{3}$ برای اولین بار به همان مکان قبلی خود رسیده تا:

$$v_{av} = 0 \rightarrow \Delta y = 0$$

یعنی اگر به ذره B از طناب در حالت اول در بازه زمانی t_1 تا $t_2 = t_1 + \frac{4}{3}$ بنگریم:





بنابراین با توجه به فاصله زمانی (۱) تا (۲) دوره موج را می‌یابیم.

$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{T}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow T = 4s$$

قدم دوم: در حالت دوم:

$$A_2 = A_1 + 2cm = 4 + 2 = 6cm$$

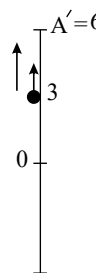
می‌دانیم افزایش یا کاهش دامنه در دوره T تأثیری نداشته ولی تغییر جرم در چشمه موج، بر دوره موج موثر است:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} = \sqrt{\frac{1+3}{1}} = 2 \rightarrow T' = 2T \rightarrow T' = 8s$$

حال باید ببینیم که بازه زمانی داده شده، چه کسری از دوره موج است.

$$\frac{\Delta t'}{T'} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow \Delta t' = \frac{T'}{2}$$

و در این مدت ذره B از نصف دامنه نوسان (یعنی $x = 3cm$) به $x = 6cm$ می‌رسد. یعنی:



$$\Rightarrow \Delta y = 6 - 3 = 3cm \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t'} \Rightarrow v_{av} = \frac{3cm}{\frac{4}{3}s} = \frac{9}{4} \frac{cm}{s} = 2.25 \frac{cm}{s}$$

$$\triangle OMN : x + y + \alpha = 180^\circ : (x + y) = 180^\circ - \alpha \quad (1)$$

$$\triangle MNI : \theta + (180 - 2x) + (180 - 2y) = 180^\circ \rightarrow \theta = 2x + 2y - 180^\circ$$

$$\rightarrow \theta = 2(x + y) - 180^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \theta = 2(180^\circ - \alpha) - 180^\circ = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \theta = 180^\circ - 2\alpha, \Delta = 2\alpha$$

$$\begin{cases} \theta_1 = 180^\circ - 2\alpha_1 \\ \theta_2 = 180^\circ - 2(\alpha_1 + 15^\circ) = 180^\circ - 2\alpha_1 - 30^\circ \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 - 30^\circ \end{cases}$$

θ ، ۳۰° کاهش می‌یابد.

گام اول: تندی موج را تعیین می‌کنیم:

$$v = \lambda f = (5 \times 10^{-7}m)(67kHz) = (5 \times 10^{-7}m) \times (67 \times 10^3Hz) = 335m/s$$

گام دوم: موج ارسالی یک رفت و برگشت کامل را انجام می‌دهد؛ پس:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{2 \times 134m}{335m/s} = \frac{4}{5}s = 0.8s$$

(الف) از قانون عمومی شکست امواج به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \rightarrow \frac{v_{1A}}{v_{1B}} = \frac{\sin \theta_{1A}}{\sin \theta_{1B}}, \frac{v_{2B}}{v_{2A}} = \frac{\sin \theta_{2B}}{\sin \theta_{2A}}$$

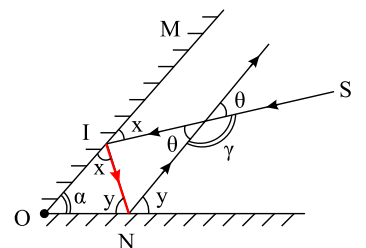
$$\left. \begin{aligned} v_{1A} &= v_{1B} = v \\ \theta_{1A} &= \theta_{1B} = \theta_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{v_{2A}}{v} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_{1A}}, \frac{v_{2B}}{v} = \frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_{1A} + 30^\circ)}$$

$$\rightarrow \frac{v_{2A}}{v_{2B}} = \frac{\sin(\theta_{1A} + 30^\circ)}{\sin \theta_{1A}} \rightarrow \sin(\theta_{1A} + 30^\circ) = \sqrt{3} \sin \theta_{1A}$$

$$\xrightarrow{\theta_{1A} = x} \sin(x + 30^\circ) = \sqrt{3} \sin x \rightarrow \sin x \cos 30^\circ + \cos x \sin 30^\circ = \sqrt{3} \sin x$$

۱۵۰

الف



ب

اگر زاویه α ، ۱۵° افزایش یابد:



$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \cos x \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} \sin x \xrightarrow{\times 2} (2\sqrt{3} - \sqrt{3}) \sin x = \cos x$$

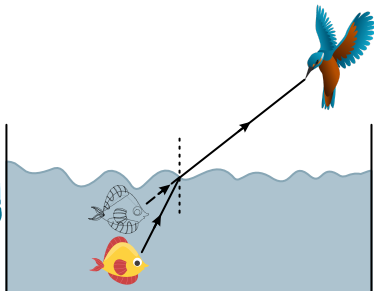
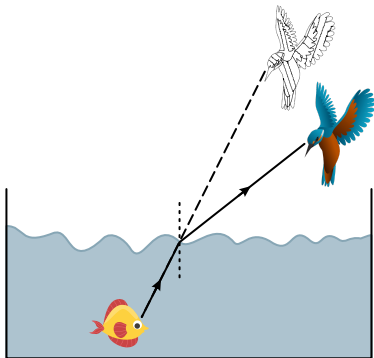
$$\rightarrow \sqrt{3} \sin x = \cos x \rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow x = 30^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{n_1}{n_2}$$

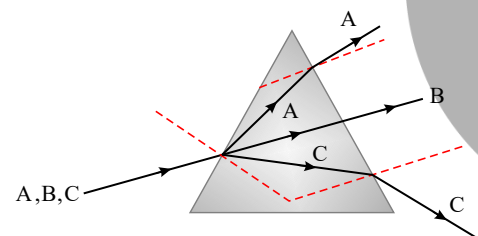
۱۵۳ با تغییر مایع، ضریب شکست مایع افزایش می‌یابد؛ یعنی $n_1 < n_2'$ می‌شود. با توجه به این موضوع و قانون شکست اسنل ($n_1 \rightarrow n_2'$) و ثابت ماندن زاویه تابش (θ_1)، مقدار زاویه شکست افزایش می‌یابد.

۱۵۴ برای حل، مسیر پرتوهای نوری که از هر حیوان به چشم حیوان دیگر می‌رسد، را ترسیم کنیم. در رسم پرتوها، دقت داشته باشید که با عبور نور از محیط آب به هوا، به علت افزایش سرعت پرتوهای نور از عمود دور می‌شوند.

همچنین پرتوهایی که از هوا وارد آب می‌شوند به دلیل کاهش تندی، به خط عمود نزدیک می‌شوند. با این توضیحات به سراغ رسم پرتوها می‌رویم: ابتدا پرتوهایی که از مرغ ماهی‌خوار به ماهی می‌رسد:



پرتوهای نور بازتاب‌شده از بدن مرغ، در سطح آب شکسته می‌شوند، اما به علت اینکه ماهی عادت دارد مسیر پرتو نور را خطی راست در نظر بگیرد، تصور می‌کند که مرغ ماهی‌خوار در محل نقطه‌چین حضور دارد و آن را بالاتر از محل واقعی خود می‌بیند. ببینیم که ماهی در کجا دیده می‌شود: با توجه به شکل، مرغ ماهی‌خوار نیز ماهی را بالاتر از عمق واقعی آن می‌بیند.

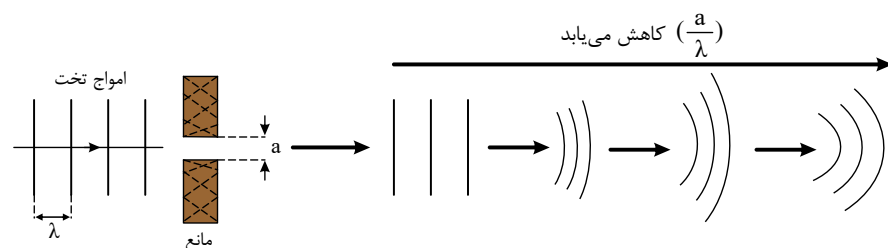


$\theta_r > \theta_i \Rightarrow$ مایع (محیط غلیظ) و شیشه (محیط رقیق) محسوب می‌شود. : شیشه $n_{\text{شیشه}} > n_{\text{مایع}}$ برای رنگ آبی A

$\theta_r = \theta_i \Rightarrow$ رنگ زرد بدون شکست از منشور عبور می‌کند. : شیشه $n_{\text{شیشه}} = n_{\text{مایع}}$ برای رنگ زرد B

$\theta_r < \theta_i \Rightarrow$ شیشه (محیط غلیظ) و مایع (محیط رقیق) محسوب می‌شود. : شیشه $n_{\text{شیشه}} > n_{\text{مایع}}$ برای رنگ قرمز C

۱۵۶ می‌دانیم در پدیده پراشی که به واسطه عبور یک موج از شکاف ایجاد می‌شود، هرچه نسبت $(\frac{a}{\lambda})$ کوچکتر باشد پدیده پراش بهتر انجام می‌شود. پراش با کیفیت بالاتر یعنی اینکه خمیدگی جبهه‌های موج پس از عبور از شکاف بیشتر شده است، یعنی:



نسبت $(\frac{a}{\lambda})$ را به این شکل هم تحلیل می‌کنیم:

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{a}{v/f} = \frac{af}{v} \Rightarrow (\text{کمتر } \frac{a}{\lambda}) \sim (af \text{ کمتر})$$

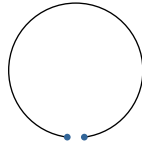
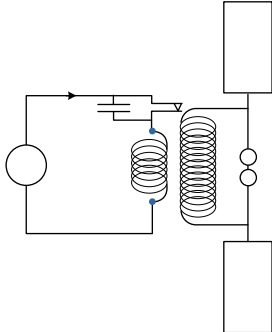


چون v ثابت است پس می‌بایستی af را مورد بررسی و مقایسه قرار داد. یعنی هرچه af کمتر باشد پراش بهتری داریم؛ چون بحث مقایسه است تبدیل یکا نیازی نیست:

$$\begin{cases} a_1 f_1 = 4 \times 20 = 80 \\ a_2 f_2 = 5,2 \times 16 = 83,2 \end{cases}$$

بنابراین در تشت اول (a_1 و f_1) پراش بهتری صورت گرفته تا در تشت دو.

احتمال اینکه موج تخت سطحی عبوری از شکاف به ناظر A نرسد، بیشتر است.



۱۵۷ در سال ۱۸۸۸ هرتز موفق شد برای نخستین بار وجود امواج الکترومغناطیسی را به‌طور تجربی آشکارسازی کند.

هرتز در آزمایشگاه خود، با کمک یک سیم‌پیچ القایی، یک سیستم جرقه‌زن با ولتاژ بالا ساخته بود که جرقه‌هایی را

میان دو کره فلزی کوچک تولید می‌کرد. در گوشه دیگری از آزمایشگاه هرتز با فاصله اندکی یک سیم دایره‌ای به قطر

چند سانتی‌متر داشت که شکاف کوچکی در محیط آن ایجاد شده بود. هرتز به‌طور تصادفی متوجه شد که هرگاه جرقه

میان دو کره فلزی مزبور ایجاد می‌شود بلافاصله در شکاف سیم دایره‌ای نیز جرقه‌ای ایجاد می‌شود.

هرتز پیش خود چنین استدلال کرد که با ایجاد جرقه در سیستم جرقه‌زن اولیه یک موج الکترومغناطیسی در فضا

منتشر می‌شود. هنگامی که این موج از سیم دایره‌ای شکل می‌گذرد یک جریان الکتریکی در آن القا می‌کند که موجب

ایجاد جرقه در شکاف میان آن می‌شود و بدین صورت امواج الکترومغناطیسی که توسط معادلات ماکسول به‌صورت

روابط ریاضی پیش‌بینی شده بود به‌صورت تجربی تأیید شد.

۱۵۸ الف) $f = \frac{nv}{2L}$ رابطه بسامد تار مرتعش (دقت کنید که در این رابطه n ، یک واحد کمتر از گره است)

$$\begin{aligned} \frac{n_1 v_1}{2L} &= \frac{n_2 v_2}{2L} \quad \frac{n_1=10, n_2=5-1=4}{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{16t_2}{\mu}}=\frac{4t_2}{\sqrt{\mu}}} \rightarrow 10 \times \frac{4t_1}{\sqrt{\mu}} = 4 \times \frac{4t_2}{\sqrt{\mu}} \\ t_1=1s, t_2=? &\rightarrow 40 = 16t_2 \rightarrow t_2 = 2,5s \\ \mu: \text{ ثابت} & \end{aligned}$$

ب) در زمان $t_2 = 2s$ ، n_2 را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{n_1 v_1}{2L} &= \frac{n_2 v_2}{2L} \rightarrow n_1 v_1 = n_2 v_2 \xrightarrow{v \propto \sqrt{F}} 4n_1 t_1 = 4n_2 t_2 \\ t_1=1s, n_1=10, t_2=2s &\rightarrow 10 = 2n_2 \rightarrow n_2 = 5 \end{aligned}$$

۱۵۹

الف) در نقاط $x = 36cm$ و $x = 45cm$ گره تشکیل می‌شود. می‌دانیم فاصله بین دو گره متوالی نصف طول موج است؛ بنابراین اگر بخواهیم بزرگترین طول موج ممکن را به دست آوریم، باید فرض کنیم که بین این دو نقطه گره دیگری وجود ندارد، یعنی این دو گره را متوالی در نظر بگیریم:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 45cm - 36cm = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 9cm = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 18cm$$

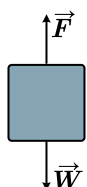
ب) طبق رابطه طول موج در هماهنگ n ام داریم:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow 45cm = n \times \frac{18cm}{2} \Rightarrow n = 5$$

پس هماهنگ پنجم در این سیم ایجاد می‌شود.

۱۶۰

الف)



ابتدا تندی انتشار موج در سیم را به دست می‌آوریم؛ برای این کار باید نیروی کشش سیم و جرم واحد طول آن را داشته باشیم. نیروی کشش سیم

$$F - W = \cancel{ma} \Rightarrow F = W = mg = (10kg)(10 \frac{N}{kg}) = 100N$$

با وزن وزنه ۱۰ کیلوگرمی برابر است، زیرا:

جرم واحد طول سیم نیز برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{25 \times 10^{-3}kg}{1m} = 25 \times 10^{-3} \frac{kg}{m}$$

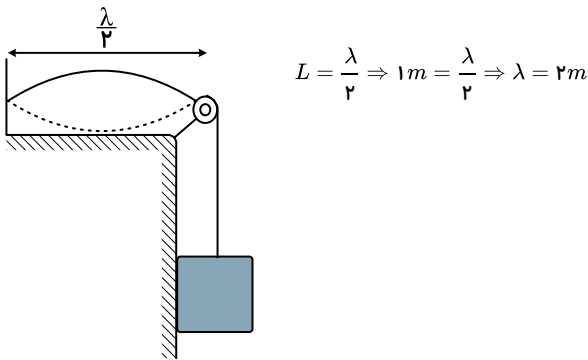
$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 1m} \sqrt{\frac{100N}{25 \times 10^{-3} \frac{kg}{m}}}$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{1}{2m} \times (2 \times 10^2 \frac{m}{s}) = 1 \times 10^2 Hz = 100Hz$$

حالا داریم:



اما طول موج برابر است با:



$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1m = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2m$$

ب اگر بخواهیم در حالت جدید با همان بسامد $f = 100 \text{ Hz}$ هماهنگ دوم در سیم ایجاد شود، باید با تغییر کشش سیم تندی انتشار موج را تغییر دهیم؛ یعنی:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{f_2 = 100 \text{ Hz}} 100 \text{ Hz} = \frac{1}{2 \times 1m} \sqrt{\frac{F'}{25 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}}}$$

$$100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{\frac{F'}{25 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}}} \Rightarrow (100 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = \frac{F'}{25 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}}$$

$$F' = (100 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \times (25 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}) = 25 \text{ N}$$

برای آنکه سیم تحت این کشش باشد، باید وزن وزنه این نیروی کشش را تأمین کند، یعنی:

$$\begin{cases} W' = m'g \Rightarrow F' = m'g \Rightarrow 25 \text{ N} = m' \times 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \Rightarrow m' = 2.5 \text{ kg} \\ F' = W' \end{cases}$$

یعنی باید $2.5 \text{ kg} - 7.5 \text{ kg} = 10 \text{ kg}$ از جرم وزنه آویزان شده را کاهش دهیم.

۱۶۱ با پایین رفتن آب در لوله، طول ستون هوای موجود در لوله افزایش می‌یابد. وقتی برای اولین بار طول ستون هوای درون لوله با $\frac{1}{4}$ طول موجود ایجاد شده برابر شد،

هماهنگ اول یا اصلی در لوله تشکیل می‌شود و صدای بلندی از لوله شنیده می‌شود. با خالی شدن بیشتر آب و افزایش طول ستون هوا در لوله صدا قطع می‌شود تا اینکه مجدداً

وقتی طول ستون هوای درون لوله به $\frac{3}{4}$ طول موج ایجاد شده رسید، صدای ایجاد شده از لوله تشدید می‌شود. به این ترتیب به‌طور متناوب صدای لوله زیاد و کم می‌شود.

۱۶۲ یکی از پیامدهای نظریه الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است. $(I \propto E^2)$ از طرفی

می‌دانیم هنگام برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی (نور فرودی) با سطح فلز، میدان الکتریکی این موج، نیروی $(\vec{F} = -e\vec{E})$ به الکترون‌های فلز وارد می‌کند و آنها را به نوسان و

می‌دارد و هنگامی که دامنه نوسانی برخی از الکترون‌ها به قدر کافی بزرگ شود انرژی جنبشی لازم را برای جدا شدن از سطح فلز پیدا می‌کنند. بنابراین با افزایش شدت (I) ، بزرگی $\vec{E}$ با آهنگ بیشتری افزایش یافته، و طبق رابطه $\vec{F}(\vec{F} = -e\vec{E})$ نیز با شدت بیشتر افزایش می‌یابد. این یعنی الکترون‌های جدا شده از سطح فلز بایستی انرژی بیشتری داشته باشند.

۱۶۳ می‌دانیم انرژی فوتون به فرکانس (بسامد) آن بستگی دارد: $E = hf$ و هنگامی که نور از خلا وارد محیط دیگری می‌شود f تغییر نمی‌کند. پس اگر در شرایط خلا این فوتون توانسته باشد که الکترون را از سطح فلز جدا کند، حتماً در آن محیط شفاف خواهد توانست؛

بد نیست بدانیم:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{v}{f} \\ \lambda_r = \frac{v_r}{f_r} = \frac{3}{4} \\ \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} = \frac{3}{4} \\ f_r = f_1 \\ E_r = E_1 \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad v = \frac{c}{n} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \right) \rightarrow n = \frac{4}{3}$$

$$\lambda' = \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow f' = 2f$$

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 \rightarrow hf = K_{\text{max}} + W_0$$

تابع کار فلز (W_0) فقط به جنس فلز بستگی دارد، بنابراین با تغییر طول موج یا بسامد نور فرودی تابع کار فلز تغییر نمی‌کند.

$$\begin{cases} W_0 = \text{ثابت} \\ f' = 2f \end{cases}$$

$$\frac{K'_{\text{max}}}{K_{\text{max}}} = \frac{hf' - W_0}{hf - W_0} = \frac{h(2f) - W_0}{hf - W_0} = \frac{(hf - W_0) + hf}{(hf - W_0)}$$



$$\Rightarrow \frac{K'_{max}}{K_{max}} = 1 + \frac{hf}{hf - W_0} \Rightarrow \frac{K'_{max}}{K_{max}} = (1 + \underbrace{\frac{a}{b}}_{\text{بزرگتر از یک}}) > 2 \rightarrow K'_{max} > 2K_{max}$$

تذکره: هرگاه در آزمایش اثر فوتوالکتریک بر روی یک فلز، بسامد نور فرودی K برابر شود ($\frac{f'}{f} = K$)، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانهای جدا شده بیشتر از K برابر می‌شود. (۱۶۵)

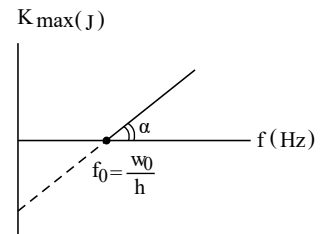
می‌دانیم که در نمودار $K_{max} - f$ ، طول از مبدأ f_0 (بسامد آستانه) و شیب خط h (ثابت پلانک است).

$$K_{max} = hf - W_0$$

$$K_{max} = 0 \rightarrow hf_0 = W_0 \rightarrow f_0 = f_{min} = \frac{W_0}{h}$$

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}{6,4 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f_0 = 10^{15} \text{ Hz} \text{ و شیب نمودار } h = 6,4 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

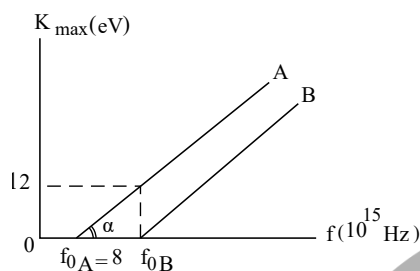


(۱۶۶)

می‌دانیم برای تمام فلزات شیب نمودارهای $(K_{max} - f)$ یکسان است.

$$\text{بنابراین: } h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} = \text{شیب نمودار } A \text{ و } B$$

اگر بخواهیم عدد روی نمودار را به دست بیاوریم (f_B) به صورت زیر عمل می‌کنیم.



$$A \text{ برای } f_0 = 8 \text{ و شیب نمودار: از طرفی برای } 12 \text{ eV} \rightarrow f_0B - f_0A = 3 \rightarrow f_0B = 11 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow 4f_0B - 4f_0A = 12 \rightarrow f_0B = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow f_0B = 11 \text{ Hz} \rightarrow f_0B = 11 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

از طرفی می‌دانیم که نسبت تابع کار دو فلز A و B ، همانند نسبت بسامد آستانه آنهاست. یعنی:

$$\frac{W_{0A}}{W_{0B}} = \frac{f_{0A}}{f_{0B}} = \frac{8}{11}$$

$$W_0 = 6,4 \text{ eV}$$

کمترین انرژی لازم برای کندن الکترون از سطح فلز همان تابع کار فلز است. یعنی:

این فوتون‌های فرابنفش به الکترون‌هایی با وابستگی‌های مختلف به فلز برخورد می‌کنند. می‌دانیم هرچه الکترون میزان وابستگی کمتری به فلز داشته باشد، (به ازای انرژی ثابت و مشخص فوتون‌های فرودی) فوتوالکتران‌های جدا شده از سطح فلز انرژی جنبشی بیشتری را خواهند داشت. بنابراین:

$$\text{if: } \begin{cases} W_0 = 6,4 \text{ eV} \\ K_{max} = 3,8 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow hf - W_0 = K_{max} \rightarrow hf = K_{max} + W_0$$

$$\rightarrow hf = 3,8 \text{ eV} + 6,4 \text{ eV} = 10,2 \text{ eV} \rightarrow hf = 10,2 \text{ eV}$$

(۱۶۸)

الف «نادرست»

طبق نظریه فیزیک کلاسیک حتی اگر بسامد کمتر از بسامد آستانه باشد با افزایش شدت پرتوها می‌توان الکترون را از سطح فلز جدا کرد (که می‌دانیم این موضوع نادرست است).

ب «درست»

بسامد آستانه از رابطه $f_0 = \frac{W_0}{h}$ محاسبه شده و W_0 (تابع کار فلز) فقط به جنس فلز بستگی دارد.

پ «نادرست»

طیف جذبی و گسیلی (گسسته - خطی) در شناسایی عناصر از یکدیگر به کار می‌روند نه طیف پیوسته.

ت «درست»

ث «نادرست»

طیف گسیلی هر عنصر مکمل طیف جذبی همان عنصر نیست بلکه طیف گسیلی گاز یا بخار کم‌فشار و رقیق آن عنصر می‌تواند مکمل طیف جذبی همان عنصر شود.

ج «نادرست»



تعدادی از خطوط رشته بالمر هم در ناحیه فرابنفش قرار دارند.

ج «درست»

ح «نادرست»

مدل بور ایده‌ای در مورد اتم‌های چند الکترونی نداشت. در پدیده فوتوالکتریک در بحث فلزات، اتم‌های فلزات چندین الکترون دارند. بنابراین نمی‌توانیم در توجیه پدیده فوتوالکتریک از مدل بور استفاده نماییم.

۱۶۹

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} (eV \cdot s) \times 3 \times 10^{15} (Hz) \\ \rightarrow E = 12 eV$$

ابتدا W_0 را مشخص می‌کنیم.
انرژی فوتون فرودی به سطح فلز:

$$W_0 \leq 12 eV$$

چون پدیده فوتوالکتریک رخ داده است بنابراین:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{3 \times 10^{15} Hz} = 10^{-7} m = 100 nm$$

طول موج فوتون فرودی:

چون به ازای $\lambda < \lambda_0$ پدیده فوتو رخ می‌دهد. $\lambda_0 = \lambda_{max} > 100 nm \Rightarrow$ طول موج آستانه $\Rightarrow$ چون پدیده فوتوالکتریک رخ داده است. و حال بررسی موارد:

(۱) خیر، برای هر دو فلز رخ می‌دهد.

(۲) خیر، ممکن است برای B رخ ندهد ولی برای A رخ دهد یعنی $f_{0A} < f < f_{0B}$ بوده باشد.

(۳) درست است چون در این حالت است که: $E = 12 eV > W_0$ است و فوتوالکتریک‌ها از سطح فلز جدا می‌شوند.

۱۷۰

الف

$$\lambda = 240 nm \rightarrow E = hf = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s \times 3 \times 10^8 \frac{m}{s} = 1.989 \times 10^{-26} J$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{240 \times 10^{-9}} = 0.0125 \times 10^{17} = 1.25 \times 10^{15}$$

ب

$$E = n(hf) \Rightarrow Pt = n(hf)$$

$$\rightarrow 50 \times 60 = n \times 6.63 \times 10^{-34} \times 1.25 \times 10^{15} \rightarrow n = \frac{3000}{1.989 \times 10^{-26}} \approx 1.5083 \times 10^{26}$$

$$\rightarrow n \approx 1.5083 \times 10^{26}$$

(پ) با توجه به این‌که زمان گسیل فوتون‌ها و بسامد آنها تغییر نمی‌کند، تعداد فوتون‌ها با توان P متناسب است. بنابراین اگر P نصف شود، تعداد فوتون‌ها هم نصف می‌شود.

$$P \times \frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{P}_{\text{ثابت}} \underbrace{t}_{\text{ثابت}} = n \underbrace{hf}_{\text{ثابت}} \Rightarrow n \times \frac{1}{2}$$

۱۷۱ گام اول: در هر ثانیه $320 J$ انرژی به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد. این انرژی توسط فوتون‌هایی با طول موج $620 nm$ تامین می‌شود. ابتدا انرژی هر فوتون را می‌یابیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 eV \cdot nm}{620 nm} = 2 eV = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} J = 3.2 \times 10^{-19} J$$

گام دوم: تعداد فوتون‌ها (n) برابر است با:

$$n = \frac{\text{کل } E}{E \text{ هر فوتون}} = \frac{320 J}{3.2 \times 10^{-19} J} = 10^{21}$$

۲۱ فوتون در هر ثانیه به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد.

۱۷۲ طبق تعریف ارائه‌شده از شدت تابشی در متن سؤال شدت تابشی را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} A &= 4\pi R^2 = 4 \times 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{12}{4} = 3 m^2 \\ I &= \frac{E}{A \cdot t} = \frac{3.6}{3 \times 60} = 0.02 W/m^2 \\ I &= \frac{E}{At} = \frac{\left(\frac{E}{t}\right)}{A} = \frac{P}{A} (W/m^2) \end{aligned} \right.$$

توجه: یکای شدت تابشی:

۱۷۳

شدت تابش تغییر نمی‌کند. اگر طبق تعریف بیان‌شده برای شدت تابش رابطه شدت تابش را به صورت $I = \frac{E}{At}$ بیان کنیم، با نصف شدن A (مساحت) بدیهی است انرژی

گسیل‌شده از سطح (E) نیز نصف شود. پس I تغییر نمی‌کند:



$$I = \frac{\overbrace{E}^{\text{نصف}}}{\underbrace{A}_{\text{نصف}} \times t} \rightarrow (I = \text{ثابت})$$

۱۷۴ می‌دانیم تغییر در بسامد نور فرودی تأثیری در تعداد فوتون‌های تابیده‌شده به سطح فلز و در نتیجه در تعداد فوتوالکترون‌های خارج شده از سطح فلز ندارد. نور اول با فرکانس f قادر به جدا کردن الکترون‌ها از سطح فلز بوده است. پس نور دوم با فرکانس بیشتر $3f$ نیز به یقین قادر به این کار خواهد بود.

تعداد فوتون‌های اضافه‌شده برابر تعداد فوتون‌های اولیه است پس تعداد کل فوتون‌ها ۲ برابر حالت اول شده است:

$$n_p = 2n_1 \rightarrow n_p = 2 \times 10^{26}$$

۱۷۵

انرژی فوتون A را با E_A ، انرژی فوتون B را با E_B و انرژی فوتون C را با E_C نمایش می‌دهیم. می‌دانیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{انرژی فوتون}$$

$$\lambda_C = \frac{\lambda_B \lambda_A}{\lambda_B + \lambda_A} \rightarrow \frac{1}{\lambda_C} = \frac{\lambda_B + \lambda_A}{\lambda_B \lambda_A} = \frac{\cancel{\lambda_B} + \cancel{\lambda_A}}{\cancel{\lambda_B} \lambda_A} + \frac{\cancel{\lambda_A}}{\lambda_B \cancel{\lambda_A}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda_C} = \frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B} \xrightarrow{\times hc} \frac{hc}{\lambda_C} = \frac{hc}{\lambda_A} + \frac{hc}{\lambda_B} \rightarrow E_C = E_A + E_B$$

۱۷۶

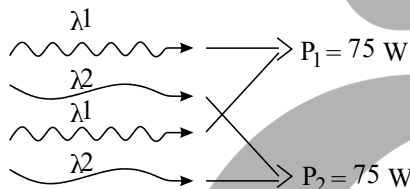
$$E = nhf = nh \frac{c}{\lambda} \rightarrow P_1 = P_p \rightarrow n_1 \frac{hc}{\lambda_1} = n_p \frac{hc}{\lambda_p}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_p} = \frac{\lambda_1}{\lambda_p} = \frac{1}{2}$$

دقت شود چون $\lambda_p < \lambda_1$ و $\lambda_1 < 650 \text{ nm}$ است هر دو در آزمایش فوتوالکتریک و جدا نمودن فوتوالکترون‌ها از سطح فلز نقش ایفا خواهند کرد.



$P = 150 \text{ W}$



بنابراین: $n_p = 2n_1$

۱۷۷ قدم اول: تعیین می‌کنیم که در هر ثانیه چه تعداد فوتون در گسترهٔ موردنظر توسط لامپ گسیل می‌شود؛ کل انرژی تابشی در یک ثانیه در گسترهٔ طول موج موردنظر:

$$E = (pt) \times \frac{20}{100} \times \frac{1}{100} = (100)(1) \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{100} \right) = 2 \times 10^{-1} \text{ J}$$

حال ببینیم چه کسری از این انرژی از مردمک چشم می‌گذرد؛ واضح است این فوتون‌ها به‌طور یکنواخت در همهٔ جهت‌ها گسیل می‌شود و این مقدار انرژی روی کره‌ای به مرکزیت لامپ و شعاع 1 km توزیع شده است:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3 \times (10^3)^2 = 12 \times 10^6 \text{ m}^2$$

با یک تناسب ساده مقدار انرژی گذرنده از مردمک چشم را می‌یابیم:

$$A' = \pi r'^2 = 3 \times (10^{-3})^2 = 3 \times 10^{-6} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\frac{12 \times 10^6 \text{ m}^2}{3 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \left| \begin{array}{l} 0.2 \text{ J} \\ E=? \end{array} \right. \rightarrow \frac{3 \times 10^{-6} \cancel{\text{m}^2}}{12 \times 10^6 \cancel{\text{m}^2}} = \frac{E}{0.2 \text{ J}} \Rightarrow E = \frac{3 \times 10^{-6} \times 0.2}{12 \times 10^6} = \frac{\cancel{3} \times 10^{-7}}{\cancel{12} \times 10^6} \text{ J} \rightarrow E = 0.5 \times 10^{-13} \text{ J}$$

و اکنون تعداد فوتون‌ها را می‌یابیم:

$$E = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{0.5 \times 10^{-13} \times 650 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \cong 17 \times 10^4 \text{ فوتون}$$

۱۷۸ * هنگامی که نور A توانایی جدا کردن الکترون از فلز را داشته باشد، حتماً نور B نیز این توانایی را دارد. چون انرژی فوتون نور B بیشتر از انرژی فوتون نور A است.

هر دو توان یکسانی به سطح انتقال می‌دهند یعنی در 1 s انرژی یکسانی به سطح منتقل می‌کنند.

$$E_A = E'_B \rightarrow nhf_A = n'hf'_B$$

$$\xrightarrow{Bf' > Af} n' < n$$

بنابراین تعداد فوتون‌های نور A بیشتر از تعداد فوتون‌های نور B است. پس نور A تعداد فوتوالکترون‌های بیشتری را می‌تواند از سطح جدا کند.

۱۷۹ برای پاسخ به این تمرین به موارد زیر توجه می‌کنیم:

(۱) توان لامپ رشته‌ای 100 W است، یعنی در هر ثانیه 100 J انرژی مصرف می‌کند اما بازده لامپ در ایجاد نور مرئی 5% است: $5\% \times 100 = 5 \text{ W}$



یعنی این لامپ در هر ثانیه $5J$ نور در محیط گسیل می‌کند.

(۲) تابش مرئی گسیل‌شده توسط لامپ به‌طور یکنواخت در همه جهات گسیل می‌گردد (یعنی به شکل کره). هنگامی که این انرژی به شخص می‌رسد، شعاع کره یک کیلومتر است و مساحت سطح کره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A = 4\pi R^2 = 4 \times 3.14 \times 1000^2 \rightarrow A = 12.56 \times 10^6 m^2$$

(۳) طبق فرض مسئله فقط یک درصد تابش گسیل‌شده توسط لامپ به شکل نور مرئی با طول موج $550nm$ است:

$$\frac{1}{100} \times 5W = \frac{5}{100} W$$

یعنی در هر ثانیه $5J$ انرژی به شکل کره با طول موج $550nm$ گسیل می‌شود. (البته این‌که امواج الکترومغناطیسی کروی منتشر شوند با مفروضاتی است که خوب فعلاً کاری به آن نداریم!...)

(۴) حال سطح کروی به مساحت $12.56 \times 10^6 m^2$ را در نظر می‌گیریم. انرژی روی این سطح در هر ثانیه $5J$ است. مردمک چشم ناظر به مساحت A' قسمتی از این سطح است:

$$A' = \pi r^2 = 3.14 \left(\frac{2}{2} \times 10^{-3} \right)^2 \rightarrow A' = 3.14 \times 10^{-6} m^2$$

(۵) در نهایت با یک تناسب ساده، یک حساب و کتاب ساده می‌کنیم:

مساحت سطح انرژی عبوری از سطح

$$\frac{\frac{5}{100} J}{E' = ?} = \frac{12.56 \times 10^6 m^2}{3.14 \times 10^{-6} m^2}$$

$$\rightarrow E = \frac{\frac{5}{100} \times 3.14 \times 10^{-6} m^2}{12.56 \times 10^6 m^2} = 0.0125 \times 10^{-12} J \rightarrow E = 1.25 \times 10^{-14} J$$

(۱۸۰) در هر ثانیه $300J$ انرژی به هر متر مربع از زمین می‌رسد. این انرژی وابسته به فوتون‌هایی با طول موج $570nm$ فرض شده است.

ابتدا انرژی هر فوتون را می‌یابیم:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{1240 eV \cdot nm}{570 nm} = 2.18 eV$$

تعداد فوتون‌ها (n) برابر است با:

$$n = \frac{\text{کل } E}{E \text{ هر فوتون}} = \frac{300 J}{2.18 \times 1.6 \times 10^{-19} J} \rightarrow n = \frac{300 \times 10^{19}}{3.488} \approx 86 \times 10^{19} = 8.6 \times 10^{20}$$

(۱۸۱) طبق متن کتاب درس در رابطه ریذبرگ می‌توانیم به جای n' از n_L و بالعکس و به جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

در رشته بالمر $n' = n_L = 2$ است. در این رشته ۴ خط مرئی وجود دارد که به ترتیب (خط اول بالمر: $n = 3$)، (خط دوم: $n = 4$)، (خط سوم: $n = 5$)، (خط چهارم: $n = 6$) حاصل می‌شود. هر چه n بیشتر شود λ کمتر می‌شود پس نتیجه می‌گیریم که کوتاه‌ترین طول موج مرئی رشته بالمر به ازای $n = n_U = 6$ و کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش به ازای $n = n_U = \infty$ حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{\lambda_{min} \text{ مرئی}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{32R}{144} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{min} \text{ مرئی}} = \frac{32R}{144} \rightarrow \lambda_{min} \text{ مرئی} = \frac{144}{32R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{min} \text{ فرابنفش}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R}{4} \rightarrow \lambda_{min} \text{ فرابنفش} = \frac{4}{R}$$

$$\frac{\lambda_{min} \text{ مرئی}}{\lambda_{min} \text{ فرابنفش}} = \frac{\frac{144}{32R}}{\frac{4}{R}} = \frac{144}{128} = \frac{9}{8}$$

(۱۸۲)

بلندترین طول موج رشته لیمان مربوط به $n = 2$ است. بنابراین داریم:

$$\text{رشته لیمان (در خلأ)} : \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{(\lambda_1)_{max}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3R}{4} \rightarrow (\lambda_1)_{max} = \frac{4}{3R}$$

و بلندترین طول موج رشته بالمر مربوط به $n = 3$ است.

$$\text{رشته بالمر} : \text{در خلأ} \rightarrow \frac{1}{(\lambda_2)_{max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5R}{36} \rightarrow (\lambda_2)_{max} = \frac{36}{5R}$$

هنگامی که نور دوم وارد آب به ضریب شکست $n = \frac{3}{4}$ می‌شود، طول موج آن $\frac{3}{4}$ برابر می‌شود.

$$\left(\lambda = \frac{v}{f} \text{ و } v = \frac{c}{n} \rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = \frac{n}{n'} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \right)$$



$$\lambda'_r = \frac{3}{4} \lambda_r = \frac{3}{4} \times \frac{36}{5R} = \frac{27}{5R}$$

$$\frac{\lambda'_r}{\lambda_1} = \frac{\frac{27}{5R}}{\frac{4}{5R}} \rightarrow \frac{\lambda'_r}{\lambda_1} = \frac{27}{40}$$

۱۸۳ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n'_L از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

بدیهی است چون فوتون گسیل شده است: $n_1 > n_r$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_r^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{112.5nm} = \frac{1}{100nm} \left(\frac{1}{n_r^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{100}{112.5} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{1}{n_r^2} - \frac{1}{n_1^2} = \frac{8}{9} \quad (1)$$

می‌دانیم چون طول موج فوتون گسیل شده $112.5nm$ $\lambda = 112.5nm$ کوچکتر از $400nm$ است، بنابراین طیف گسیل‌شده از نوع فرابنفش است بنابراین می‌تواند مربوط به رشته لیمان باشد. یعنی:

$$n_r = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{1}{n_1^2} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \rightarrow n_1^2 = 9 \rightarrow n_1 = 3$$

۱۸۴ مرئی (در رشته بالمر پرتوهای مرئی و فرابنفش مشاهده می‌شود).

۱۸۵ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n'_L از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_r^2} - \frac{1}{n_L^2} \right) \Rightarrow \lambda = 100n_L^2 \rightarrow 400nm = 100nm \times n^2 \rightarrow n_L = 2$$

رشته بالمر

۱۸۶ «دانش‌آموز گرامی، طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n'_L از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.»

کوتاه‌ترین طول موج:

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

$$\rightarrow \lambda_{min} = \frac{n^2}{R} \rightarrow \lambda'_{min} - \lambda_{min} = \frac{(n'+1)^2}{R} - \frac{n^2}{R}$$

$$\rightarrow \lambda'_{min} - \lambda_{min} = \frac{n^2 + 2n' + 1 - n^2}{R} = \frac{2n' + 1}{R}$$

۱۸۷ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n'_L از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

رشته بالمر

بلندترین طول موج به ازای: $n = n' + 1$ حاصل می‌شود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right) = R \left(\frac{n^2 + 2n' + 1 - n^2}{n^2(n'+1)^2} \right)$$

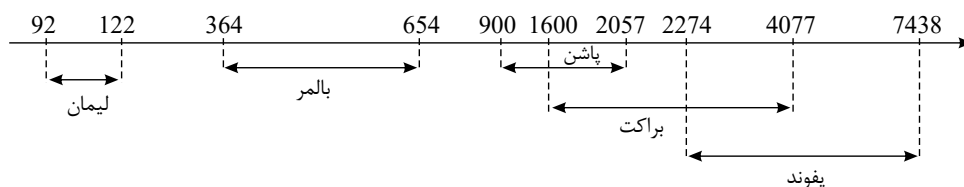
$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{2n' + 1}{n^2(n'+1)^2} \right) \rightarrow \lambda R = \frac{n^2(n'+1)^2}{2n' + 1} \text{ و } \lambda R = 720nm \times 10^9 nm^{-1}$$

$$\rightarrow \begin{cases} n^2(n'+1)^2 = 36 \\ 2n' + 1 = 5 \rightarrow (n' = 2) \Rightarrow (\text{رشته بالمر}) \end{cases}$$

روش کوتاه‌تر: $720nm$ طول موج مرئی است که مربوط به رشته بالمر و $n' = 2$ است.

۱۸۸ خیر، «برخی از خطوط رشته براکت طول موج کمتر و در نتیجه بسامد و انرژی بیشتری نسبت به طول موج‌های رشته پفوند دارد.»

به شکل زیر درمورد طول موج‌های رشته‌های مختلف اتم هیدروژن توجه فرمایید. (اعداد روی محور تقریبی هستند.)



برای دستیابی به اعداد روی محور کافی است بیشترین و کمترین طول موج هر سری (رشته) را بیابیم...



۱۸۹ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n_L از n_L و بالعکس و به‌جای n_U از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

تابش فوتون‌های فروسرخ مربوط به رشته‌های پاشن، براکت و پفوند است. هرچه n برای یک رشته معین کمتر باشد، $(n' + 1)$ یا $n_U = n_L + 1$ ، آنگاه طول موج بلندتر خواهد بود. از طرفی متوسط طول موج‌های رشته پفوند بلندتر از سایر رشته‌هاست.

به عبارتی در اینجا باید دورترین و کوتاه‌ترین گذار را بررسی کنیم یعنی

$$\begin{cases} n' = 4 \\ n = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \\ R &= \frac{E_R}{hc} \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{9.1 \times 10^{-8} m} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{9}{9.1 \times 10^{-8} m \times 400} \\ &\rightarrow \lambda = \frac{9.1 nm \times 400}{9} \simeq 404.44 nm \end{aligned}$$

۱۹۰ الف) پایین‌ترین تراز انرژی، حالت پایه نامیده می‌شود که مربوط به $n = 1$ است. دلیل این نام‌گذاری به این دلیل است که از ترازهای بالاتر که حالت‌های برانگیخته نامیده می‌شوند، متمایز باشد. در اتم هیدروژن و در دمای اتاق، الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد. برای بالا بردن الکترون از حالت پایه ($n = 1$) به بالاترین حالت برانگیخته ممکن ($n = \infty$) مقدار $13.6 eV$ باید صرف شود. صرف این مقدار انرژی، الکترون را از اتم خارج می‌کند و یون مثبت هیدروژن H^+ ایجاد می‌شود. «این کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه، انرژی یونش الکترون نامیده می‌شود.

ب) براساس مدل بور می‌دانیم که خط‌های گوناگون در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی وقتی به‌وجود می‌آیند که الکترون‌های اتم‌های هیدروژن که به هر دلیلی برانگیخته شده‌اند، از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر جهش کنند و فوتون‌هایی را گسیل کنند. در این حالت چون تعداد گذارها بین ترازها با انرژی بالا به تراز پایین‌تر محدودیت دارد (چون الکترون فقط می‌تواند انرژی‌های مجاز و کوانتومی را داشته باشد)، تعداد مشخصی خطوط روشن مشاهده می‌شود.

پ)

$$\begin{aligned} \begin{cases} n' = 1 \\ n = 2 \end{cases} &\rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R \\ &\rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} \\ \begin{cases} n' = 1 \\ n = \infty \end{cases} &\rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = R \\ &\rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \\ \Delta\lambda &= \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{4-3}{3R} \\ &\rightarrow \begin{cases} \Delta\lambda = \frac{1}{3R} \simeq \frac{1}{9.1 \times 10^{-8} m^{-1}} = 33 nm \\ R \simeq 9.1 \times 10^{-8} m^{-1} \end{cases} \\ &\Delta\lambda \simeq 33 nm \end{aligned}$$

۱۹۱ الف) رادرفورد استدلال کرد که ذره‌های بدون انحراف باید از قسمت‌هایی از ورقه گذشته باشند که تهی بوده باشد؛ بنابراین نتیجه گرفت بیشتر فضای اتم تهی است. ب) او استدلال کرد که ذره‌های با انحراف شدید از مرکزهایی بسیار چگال و دارای بار مثبت منحرف شده‌اند. وی سرانجام نتیجه گرفت باید هسته‌ای بسیار کوچک، چگال و دارای بار مثبت در مرکز هر اتم وجود داشته باشد. بنابر مدل رادرفورد، اتم دارای یک هسته بسیار چگال و کوچک (شعاع $\approx 10^{-15} m$) و با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور (نسبت به ابعاد هسته)، احاطه شده است.

پ) طلا خاصیت چکش‌خواری خیلی خوبی دارد و به راحتی می‌توان ورقه بسیار نازکی از آن را ساخت. رادرفورد به دنبال یک ورقه خیلی نازک از یک فلز بود و چون شکل دادن و نازک کردن طلا از همه آسان‌تر بود، ورقه طلا را برای آزمایش خود برگزید. دلیل دیگر این است که رادرفورد به دنبال یک فلز سنگین بود که تعداد الکترون‌های زیادی دارد و می‌خواست پراکندگی ذرات α را در این اتم سنگین با تعداد الکترون‌های زیاد بررسی کند.

ت) مربوط به یکی از چالش‌های مدل اتمی رادرفورد است؛ به‌طوری که اگر الکترون‌ها، مانند سیاره‌های منظومه خورشیدی که دور خورشید می‌چرخند، به دور هسته در گردش باشند، این حرکت پایدار نمی‌ماند. زیرا حرکت مداری الکترون به دور هسته، شتابدار است. بنابر فیزیک کلاسیک، این حرکت شتابدار الکترون سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، از انرژی آن کاسته می‌شود. این کاهش انرژی باعث می‌شود که شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کوچک‌تر و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر شود. این افزایش تدریجی بسامد حرکت مداری الکترون‌ها، سبب می‌شود تا بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده نیز به تدریج زیاد شود. به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده از اتم، پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فرو افتد که با طیف خطی گسیلی توسط اتم‌ها جور در نمی‌آید.

طبق مدل اتمی بور، وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کند. الکترون فقط هنگام گذار از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L ، یک فوتون تابش می‌کند. در این صورت انرژی فوتون تابش‌شده برابر اختلاف انرژی بین دو تراز انرژی اولیه و تراز انرژی نهایی است.

مثال آب خوردن ۲۰ پیر

۱۹۲

الف «درست»

ب «درست»



بر اساس الگوی اتمی بور، الکترون فقط هنگام تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین تابش می‌کند.

پ

«درست»

$$E_p = -\frac{E_R}{3^2} \Rightarrow E_R = -9E_p$$

$$\Delta E_{(f \rightarrow r)} = E_f - E_r = \left(-\frac{E_R}{4^2}\right) - \left(-\frac{E_R}{3^2}\right) = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)E_R = \frac{5}{36}E_R$$

$$\rightarrow \Delta E_{(f \rightarrow r)} = \frac{5}{36}(-9E_p) \rightarrow \Delta E_{(f \rightarrow r)} = -\frac{5}{4}E_p$$

ت «درست»

پرانرژی‌ترین فوتون تابش زمانی است که از تراز $n = 4$ به $n = 1$ گذار کند:

$$E = E_f - E_1 = \left(-\frac{E_R}{4^2}\right) - \left(-\frac{E_R}{1^2}\right) = \frac{15}{16}E_R$$

ث «درست»

$$7 \xrightarrow{(1)} 6 \xrightarrow{(2)} 5 \xrightarrow{(3)} 4 \xrightarrow{(4)} 3 \xrightarrow{(5)} 2 \xrightarrow{(6)} 1$$

$$7 \xrightarrow{(7)} 5 \xrightarrow{(8)} 3 \xrightarrow{(9)} 1$$

$$7 \xrightarrow{(10)} 6 \xrightarrow{(11)} 4 \xrightarrow{(12)} 2 \xrightarrow{(13)} 1$$

۱۱ فوتون مختلف (با انرژی‌های متفاوت) گسیل می‌شود.

۱ - مدل بور تصویری از چگونگی حرکت الکترون‌ها به دور هسته ارائه می‌کند.

۲ - این مدل در تبیین پایداری اتم موفق است.

۳ - این مدل در تبیین طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن اتمی و محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن با موفقیت همراه است.

۴ - این مدل را برای اتم‌های هیدروژن‌گونه (اتم‌هایی که با از دست دادن الکترون‌هایش تنها یک الکترون داشته باشند)، نیز می‌توان به کار برد. مدل بور می‌تواند انرژی یونش و همچنین طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن‌گونه مانند لیتیم دو بار یونیده (Li^{++}) را پیش‌بینی کند که با تجربه سازگاری خوبی دارد.

۱ - این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد کارایی ندارد، زیرا در مدل بور، نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به حساب نیامده است.

۲ - این مدل نمی‌تواند تفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد. مثلاً نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی با هم متفاوت هستند.

۱۹۵ الف) اینکه الکترون روی مدار دایره‌ای دوران می‌کند و نیز محاسبه انرژی الکترون از جنبه‌های کلاسیکی مدل اتمی بور است.

ب) پیشنهاد مدارهای خاص برای حرکت الکترون (مدارهای مانا) و چگونگی تابش اتم، دو جنبه غیر کلاسیکی الگوی بور هستند.

۱۹۶ طبق متن کتاب درس در رابطه ریدبرگ به جای n' از n_L و بالعکس و به جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

بلندترین طول موج رشته پاشن زمانی تابش می‌شود که الکترون از مدار $n_U = 4$ به مدار $n_L = 3$ گذار کند. (در رشته پاشن: $n_L = 3$)

$$r_n = n^2 a_0 \rightarrow \frac{r_n}{r_{n'}} = \left(\frac{n_U}{n_L}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

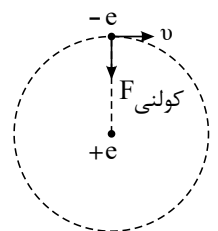
$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \rightarrow |E_n| = \frac{E_R}{n^2} \rightarrow \left|\frac{E_n}{E_{n'}}\right| = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۱۹۷ فرض کنید الکترونی با بار $(-e)$ در مسیر دایره‌ای شکل به شعاع r_n به دور هسته اتم $(+e)$ در حال دوران است.

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

یادآوری:

عامل دوران نیروی جاذبه کولنی بین هسته و الکترون است:



$$F_{net} = ma_c = \frac{mv^2}{r_n} \quad (1)$$

$$F_{net} = F_{کولنی} = \frac{k|-e||e|}{r_n^2} = \frac{ke^2}{r_n^2} \quad (2)$$

$$\frac{mv^2}{r_n} = \frac{ke^2}{r_n^2} \rightarrow mv^2 = \frac{ke^2}{r_n} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{ke^2}{2r_n}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{ke^2}{2r_n} = \frac{ke^2}{2n^2 a_0}$$

ثابت کولن: $k \simeq 9 \times 10^9$

بزرگی بار الکترون: $e = 1.6 \times 10^{-19} C$

مثل آب خوردن ۲۰ بگیر



$$hf_o = W_o \rightarrow f_o = \frac{W_o}{h} \xrightarrow{\lambda_{max} = \frac{c}{f_o}} \lambda_{max} = \frac{c}{\frac{W_o}{h}} \rightarrow \lambda_{max} = \frac{hc}{W_o} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$R = \frac{E_R}{hc} \rightarrow hc = \frac{E_R}{R} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \lambda_{max} = \frac{\frac{E_R}{R}}{W_o} \rightarrow \lambda = \frac{E_R}{RW_o}$$

۱۹۹ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n' از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=1} E_1 = -E_R \rightarrow E_R = -E_1$$

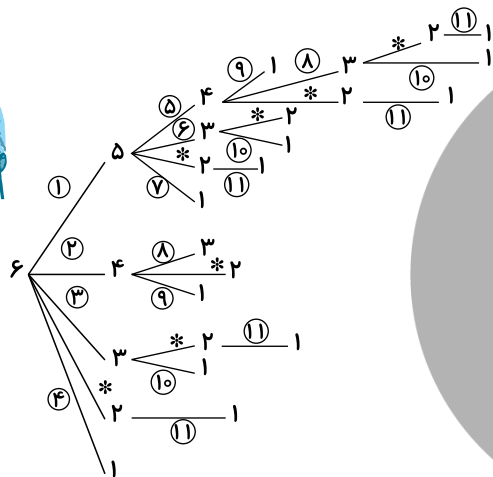
$$\text{در رشته پاشن} \begin{cases} n = \infty \\ n' = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{min}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9} \rightarrow \lambda_{min} = \frac{9}{R}$$

$$\text{از طرفی می‌دانیم} : R = \frac{E_R}{hc} \rightarrow \lambda_{min} = \frac{9}{\frac{E_R}{hc}} \rightarrow \lambda_{min} = \frac{9hc}{E_R}$$

$$\xrightarrow{E_R = -E_1} \lambda_{min} = \frac{9hc}{-E_1} \Rightarrow \lambda_{min} = -\frac{9hc}{E_1}$$

۲۰۰ می‌دانیم فوتون‌های مرئی هنگام گذار به تراز $n = 2$ (رشته بالمر) گسیل می‌شوند.

بنابراین به غیر از گذارهایی که به تراز $n = 2$ ختم می‌شوند باقی گذارها را شمارش می‌کنیم:



موارد * دار چون به $n = 2$ ختم می‌شوند قابل قبول نیستند (البته $n_U = 6$ آخرین خط مرئی است. مشاهده می‌شود ۱۱ فوتون غیر مرئی با انرژی مختلف می‌تواند گسیل نماید.

روش دوم: برای تعیین مقدار کل گذارها به‌جز $n = 2$ که در اینجا مرئی هستند، به‌صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

$$\left. \begin{aligned} 6 \rightarrow 5, N_1 &= 6 - 5 = 1 \\ 6 \rightarrow 4, N_2 &= 6 - 4 = 2 \\ 6 \rightarrow 3, N_3 &= 6 - 3 = 3 \\ . \\ . \\ 6 \rightarrow 1, N_6 &= 6 - 1 = 5 \end{aligned} \right\} N_t = N_1 + N_2 + N_3 + N_6 = 11$$

طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n' از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

$$E = E_U - E_L = \left(-\frac{E_R}{n_U^2} \right) - \left(-\frac{E_R}{n_L^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{E_R}{hc} \right) \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \rightarrow R = \frac{E_R}{hc}$$

۲۰۲ طبق متن کتاب درسی در رابطه ریدبرگ می‌توانیم به‌جای n' از n_L و بالعکس و به‌جای n از n_U و بالعکس استفاده نماییم.

$$\Delta E = \left(-\frac{E_R}{n_U^2} \right) - \left(-\frac{E_R}{n_L^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$



$$\rightarrow 12,75(eV) = 13,6eV \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{12,75eV}{13,6eV}$$

برای سهولت در حل: $\left. \begin{aligned} 12,75 &= 15 \times 0,85 \\ 13,6 &= 16 \times 0,85 \end{aligned} \right\}$

$$\rightarrow \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{15}{16} = 1 - \frac{1}{16} \begin{cases} \frac{1}{n_1^2} = 1 \rightarrow n_1^2 = 1 \rightarrow n_1 = 1 \\ \frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{16} \rightarrow n_2^2 = 16 \rightarrow n_2 = 4 \end{cases}$$

*البته اگر به عدد $12,75eV$ دقت شود با توجه به مقادیر انرژی ترازهای انرژی در اتم H : $13,6, -3,4, -1,5, -0,85, \dots$ می‌فهمیم قطعاً یک پای کار باید $13,6$ - الکترون ولت باشد! یعنی $E_{n_1} = -13,6eV$ پس $n_1 = 1$ (این طور نیست!!؟)

(۲۰۳) فرض کنید الکترون اتم هیدروژن در یکی از حالت‌های برانگیخته باشد و بخواهد به حالتی با انرژی کمتر جهش کند.

به عبارت دیگر الکترون از مدار مانای n_U به مدار مانای n_L می‌رود و فوتونی را گسیل می‌کند.

با توجه به روابط مربوط بسامد فوتون گسیل‌شده برابر است با:

$$f = \frac{1}{h}(E_U - E_L) = \frac{E_R}{h} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

با استفاده از رابطه $f = c/\lambda$ طول موج فوتون گسیل‌شده را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{E_R}{h} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

از سوی دیگر داریم:

$$\frac{E_R}{hc} = \frac{13,6eV}{1240eV \cdot nm} = 0,0109(nm)^{-1}$$

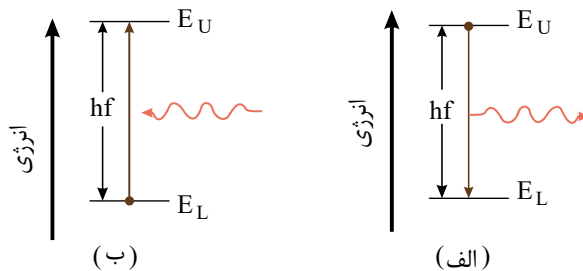
که این مقدار با تقریب بسیار خوبی همان ثابت ریذبرگ R است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

این همان معادله‌ای است که با اصلاح و بازنویسی معادله بالمر برای طیف گسیلی خطی هیدروژن توسط ریذبرگ به‌دست آمد. در نتیجه به کمک مدل بور می‌توانیم رابطه تجربی ریذبرگ را به‌دست بیاوریم و طیف خطی هیدروژن را توجیه کنیم.

(۲۰۴) می‌دانیم انرژی فوتون‌های فروسرخ کمتر از انرژی فوتون‌های نور مرئی (از جمله نور بنفش) است. بنابراین اگر فوتون فروسرخ جذب و نور مرئی (با انرژی فوتون‌های بیشتر) گسیل شود قانون پایستگی انرژی نقض می‌شود.

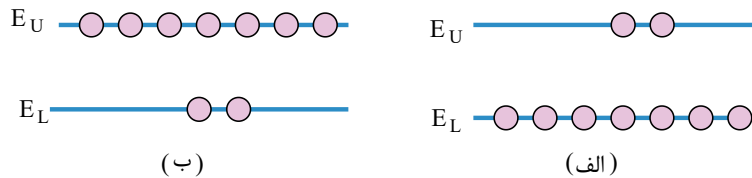
(۲۰۵) براساس مدل بور می‌دانیم که خط‌های گوناگون در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی وقتی به‌وجود می‌آیند که الکترون‌های اتم‌های هیدروژن، که به هر دلیلی برانگیخته شده‌اند، از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر جهش کنند و فوتون‌هایی را گسیل کنند (شکل الف)، همچنین الکترون‌ها می‌توانند در جهت عکس گذار کنند، یعنی در فرآیندی که جذب فوتون خوانده می‌شود از ترازهای انرژی پایین‌تر به ترازهای انرژی بالا بروند (شکل ب). در این حالت اتم، فوتونی را که دقیقاً انرژی لازم برای گذار الکترون از تراز انرژی پایین به تراز انرژی بالاتر را دارد جذب می‌کند. به این ترتیب اگر فوتون‌هایی با گستره پیوسته‌ای از طول موج‌ها مطابق آرمایش از گاز بگذرند و سپس طیف آنها تشکیل شود. یک دسته خط‌های جذبی تاریک در طیف پیوسته مشاهده خواهند شد. خط‌های تاریک طول موج‌هایی را مشخص می‌کنند که با فرآیند جذب فوتون، برداشته شده‌اند.



الف) فرآیند گسیل فوتون و ب) فرآیند جذب فوتون توسط اتم

(۲۰۶) می‌دانیم وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند. در این ترازها، الکترون‌ها مدت زمان بسیار طولانی‌تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیخته معمولی (10^{-8} s) باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند.

(۲۰۷) با انتخاب یک چشمه انرژی خارجی مناسب باید تعداد الکترون‌ها در ترازهایی شبه پایدار را افزایش داد. چون الکترون‌ها در این تراز مدت زمان بسیار طولانی‌تری نسبت به حالت برانگیخته معمولی باقی می‌مانند فرصت بیشتری پیش می‌آید تا با افزایش سطح انرژی الکترون‌های پایین‌تر و رسیدن سطح انرژی آنها به سطح تراز انرژی شبه پایدار وارونی جمعیت افزایش یافته و در نتیجه هنگامی که الکترون‌های حضور یافته در ترازهای شبه پایدار قصد بازگشت به ترازهای اولیه خود را دارند، چون تعداد آنها افزایش یافته، بنابراین تعداد فوتون‌های مشابه بیشتری در باریکه لیزر به‌وجود می‌آید و این یعنی تقویت نور لیزر.



الف) به طور معمولی و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند. ب) در وضعیتی که وارونی جمعیت به وجود آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.

۲۰۸

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (3.2 \times 10^{-2} m)^3 = 1.37 \times 10^{-4} m^3$$

$$V' = \frac{4}{3}\pi r'^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.4 \times 10^{-16} m)^3 \approx 2.48 \times 10^{-45} m^3$$

$$N = \frac{V}{V'} = \frac{1.37 \times 10^{-4} m^3}{2.48 \times 10^{-45} m^3} \approx 5.5 \times 10^{40}$$

$$m = N \times m' = 5.5 \times 10^{40} \times 1.7 \times 10^{-27} = 9.35 \times 10^{13} kg$$

۲۰۹

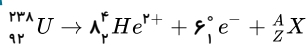
الف) Q و X

هسته‌های X و Y روی نیمساز نمودار هستند. بنابراین در این هسته‌ها تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها برابر است.

پ) R نادرست رسم شده است. زیرا نباید تعداد پروتون‌ها از تعداد نوترون‌ها بیشتر باشد.

تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است.

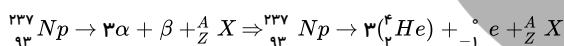
۲۱۰



$$\begin{cases} 238 = 8 \times 4 + 206 \Rightarrow A = 206 \\ 92 = 82 + 10 + (-1) \times 8 \Rightarrow Z = 82 \end{cases}$$

۲۱۱

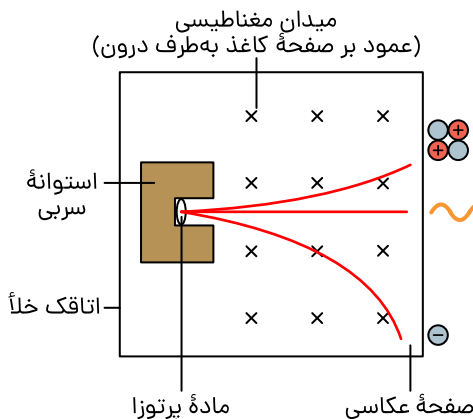
در این واپاشی مجموعاً سه ذره α و یک بتای منفی گسیل می‌شود:



$$\begin{cases} 237 = 12 + 0 + A \Rightarrow A = 225 \\ 93 = 6 - 1 + Z \Rightarrow Z = 88 \end{cases}$$

۲۱۲

مطابق شکل، قطعه‌ای از ماده پرتوزا را در ته حفره باریکی در یک استوانه سربی قرار می‌دهند. استوانه را درون اتاقکی می‌گذارند و هوای درون آن را تخلیه می‌کنند؛ سپس یک صفحه عکاسی مقابل حفره قرار می‌دهند و میدان مغناطیسی یکنواختی درون اتاقک برقرار می‌کنند. خطوط قرمز رنگ، مسیر حرکت پرتوها را نشان می‌دهد. با توجه به این‌که میدان مغناطیسی درون سو است و پرتوی α به سمت بالا منحرف شده است. می‌فهمیم این پرتو دارای بار مثبت است. پرتوی β هم به سمت پایین منحرف شده است. پس بار منفی دارد. γ هم که انحراف نداشته، بدون بار است. در مورد جرم هم با توجه به اینکه میزان انحراف پرتوی β بیشتر از پرتوی α ، بوده است می‌فهمیم جرم آن کمتر از α است.



مثل آب خوردن: گیر

الف) ابتدا جرم ایزوتوپ اورانیوم ${}_{92}^{235}U$ در هر کیلوگرم اورانیوم موجود در طبیعت را محاسبه می‌کنیم:

$$m = 0.7\% \times 1 kg = 0.007 kg = 7g$$

حال تعداد مولکول‌های این مقدار جرم را به دست می‌آوریم:



$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \rightarrow \frac{N}{6,02 \times 10^{23} \left(\frac{1}{\text{mol}}\right)} = \frac{1g}{235 \left(\frac{g}{\text{mol}}\right)} \rightarrow N = 1,8 \times 10^{22}$$

حال انرژی کل را با توجه به معلوم بودن تعداد ذرات و انرژی آزاد شده توسط هر ذره، به صورت زیر به دست می آوریم:

$$E_{\text{کل}} = NE = 1,8 \times 10^{22} \times 200 \text{ MeV} = 3,6 \times 10^{24} \text{ MeV}$$

$$\rightarrow 3,6 \times 10^{24} \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 5,73 \times 10^{11} \text{ J}$$

ب) با یک تناسب ساده می توان پاسخ را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{1 \text{ kg}}{m} = \frac{3 \times 10^9 \text{ J}}{5,73 \times 10^{11} \text{ J}} \rightarrow m = \frac{5,73 \times 10^{11} \text{ J} \times 1 \text{ kg}}{3 \times 10^9 \text{ J}} = 1,91 \times 10^2 \text{ kg}$$

انرژی حاصل از ۷ گرم اورانیم معادل سوختن ۱۹,۱ تن زغال است!

۲۱۴

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \rightarrow 0,35 = \frac{1000 \text{ MW}}{P_{\text{in}}} \rightarrow P_{\text{in}} = 2,86 \times 10^3 \text{ MW}$$

$$\text{انرژی ورودی } E_{\text{in}} = P_{\text{in}} t \rightarrow E_{\text{in}} = 2,86 \times 10^3 (\text{MW}) \times 365 \times 86400 \text{ s} \rightarrow E_{\text{in}} = 9,02 \times 10^9 \text{ MJ} \simeq 9 \times 10^9 \text{ MJ}$$

$$N = \frac{E_{\text{in}}}{E} = \frac{9 \times 10^9 \text{ J}}{200 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 2,82 \times 10^{27}$$

حالا تعداد هسته های یک کیلوگرم اورانیم را محاسبه می کنیم:

$$\frac{N'}{N_A} = \frac{m}{M} \rightarrow \frac{N'}{6,02 \times 10^{23} \left(\frac{1}{\text{mol}}\right)} = \frac{1000 \text{ (g)}}{235 \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right)}$$

$$\rightarrow N' = 2,56 \times 10^{24}$$

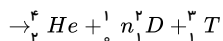
$$m = \frac{2,82 \times 10^{27}}{2,56 \times 10^{24}} \simeq 1101,56 \text{ kg}$$

۲۱۵ الف

تعداد نوکلئون های واکنش شکافت اورانیم: $N = 1 + 235 = 236$

$$^1_0n + ^{235}_{92}\text{U} \rightarrow ^{142}_{54}\text{Xe} + ^{90}_{38}\text{Sr} + 2^1_0n + 202,5 \text{ MeV}$$

$$\rightarrow E = \frac{202,5 \text{ MeV}}{236} \rightarrow E = \frac{E_T}{N} E_T = NE$$



تعداد نوکلئون های واکنش گداخت دوتریم با تریتم $N' = 2 + 3 = 5$

$$E'_T = N' E' \rightarrow E' = \frac{E'_T}{N'} \rightarrow E' = \frac{17,6 \text{ MeV}}{5} = 3,52 \text{ MeV}$$

پ) مقدار انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون در واکنش گداخت هسته ای (دوتریم با تریتم)، تقریباً ۴,۱ برابر مقدار انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون در واکنش شکافت هسته ای است.

تولید انرژی بیشتر، پرتوایی کمتر و نداشتن پسماند و هسته های باقی مانده پرتوزا، از اهمیت های واکنش گداخت است.