

Миллий сертификат (23.02.2025 год)

1-вариант

1. Даны различные цифры a, b, c, d, f , и если $\overline{aaaa} - \overline{bbb} + \overline{c} + d + f = 5000$, то найдите значение выражения: $a \cdot b - d \cdot f + c$

- A) 4
- B) 9
- C) 7
- D) 5

2. Вычислите:

$$\left(4, (6) \cdot 2\frac{4}{7} - 3\right) \cdot 1,0(5) - \frac{1}{0,4}$$

- A) 6
- B) 7
- C) 9,5
- D) 7,5

3. В бассейн ведут 4 трубы. Первая и вторая труба наполняют бассейн. Третья и четвёртая трубы сливают воду. Все 4 трубы вместе заполняют бассейн за 5 часов. Первая, вторая и третья трубы вместе наполняют бассейн за 3 часа. Первая, третья и четвёртая трубы наполняют бассейн за 30 часов. За сколько часов бассейн наполнится, если будут работать только первая и третья труба?

- A) 10 часов
- B) 4 часа
- C) 6 часов
- D) 5 часов

4. Первоначальная цена рубашки была 100000 сумов. Сначала цену увеличили на 10%, затем снизили на 15%. Найдите текущую цену рубашки.

- A) 93500
- B) 103500
- C) 92000
- D) 95000

5. Если $x^2 = 2048^{24}$ и $\sqrt[3]{y} = 512^5$, то найдите значение $\frac{x}{y}$.

- A) 8
- B) $\frac{1}{8}$
- C) 64
- D) $\frac{1}{64}$

6. Упростите выражение:

$$\frac{(\sqrt{11} - \sqrt{5})(\sqrt{15} + \sqrt{33} - \sqrt{22} - \sqrt{10})}{\sqrt{108} - \sqrt{72}}$$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

7. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

- A) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{6}$
- B) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{12}$
- C) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{30}}{12}$
- D) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{6}$

8. В арифметической прогрессии известно, что $a_{14} = 20$, $S_{28} = 600$. Найдите a_{28} .

- A) 60
- B) 40
- C) 70
- D) 80

9. В убывающей геометрической прогрессии сумма первых 3 членов равна 14, а сумма квадратов этих членов равна 84. Найдите сумму первых 6 членов прогрессии.

- A) $15\frac{3}{4}$
- B) $14\frac{3}{4}$
- C) $13\frac{2}{3}$
- D) $12\frac{1}{5}$

10. В результате поворота точки $P(0;1)$ на 3 радиана против часовой стрелки, в какой четверти окажется полученная точка?

- A) III
- B) III
- C) II
- D) IV

11. Если $|c| < |b| < |a|$ и $a < 0, b > 0, c < 0$, то найдите значение выражения:

$$\frac{a|b-c|}{|a|} + \frac{b|c-a|}{|b|} + \frac{c|a-b|}{|c|}$$

A) $2a - 2b$

B) 0

C) $2c - 2a$

D) $2c - 2b$

12. Упростите выражение:

$$\frac{-4 \cdot 4^{x-1} \cdot 3^{2x+1} - 12^{x+1} \cdot 3^{x+2}}{36^x \cdot 8 + 9^x \cdot 2^{2x+1}}$$

A) 11,1

B) 10,1

C) -11,1

D) -10,1

13. Упростите выражение:

$$\frac{\sin^2 2\alpha \cdot \operatorname{tg}^2 2\alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 2\alpha} + \frac{\cos^2 2\alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 2\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha} + 2$$

A) $\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha$

B) $\frac{2}{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha}$

C) $\frac{4}{\sin^2 4\alpha}$

D) $\operatorname{tg}^2 2\alpha + \operatorname{ctg}^2 2\alpha + 1$

14. Решите неравенство: $3^x - 2^{x+2} + 2^{x-3} + 2^{x-1} - 3^{x-1} \geq 0$

A) $(5; \infty)$

B) $(4; \infty)$

C) $[4; \infty)$

D) $[5; \infty)$

15. Найдите значение выражения:

$$2023^{\log_{2023}^2 2024} - 2024^{\log_{2023} 2024} - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}}_{2023}$$

- A) 2024
- B) -2023
- C) -2024
- D) 2023

16. Сколько действительных корней имеет уравнение?

$$\frac{(x+2)^2 - 9}{x+7} \cdot (x+7) = 16$$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) Нет решений

17. Найдите произведение действительных корней уравнения:

$$(x-3)^2 + 3x = \sqrt{x^2 - 3x + 7} + 22$$

- A) 162
- B) -18
- C) -9
- D) -162

18. Сколько решений имеет неравенство?

$$2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 \leq 0$$

- A) 1
- B) 2
- C) 0
- D) Бесконечно много

19. Найдите сумму целых решений неравенства:

$$\frac{x^2 - 5x + 64}{x^2 - 10x + 24} \leq \frac{10}{4 - x}$$

- A) 0
- B) 10
- C) 5
- D) -5

20. Сколько натуральных чисел принадлежат области значений функции?

$$f(x) = 6 \sin x - 4 \cos x$$

- A) 15
- B) 7
- C) 4
- D) 14

21. $y = x^2 - (a^2 - 2a - 3)x + 6$, найдите значения a , при которых нули функции равны 2 и 3.

- A) 1; 2
- B) -2; 1
- C) 4; -2
- D) 0; 2

22. Найдите $f'(\frac{\pi}{4})$, если $f(x) = |\log_{\cos x} \sin x - \ln \pi|$.

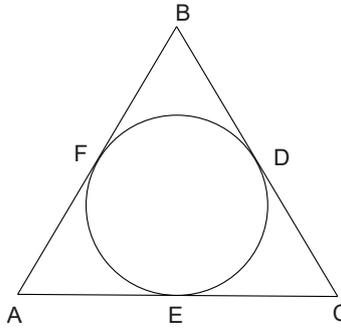
- A) $\log_2 e$
- B) $-4 \log_2 e$
- C) $-4 \log_4 e$
- D) $4 \log_2 e$

23. Вычислите определенный интеграл:

$$\int_2^4 \frac{3}{5 - 4x - x^2} dx$$

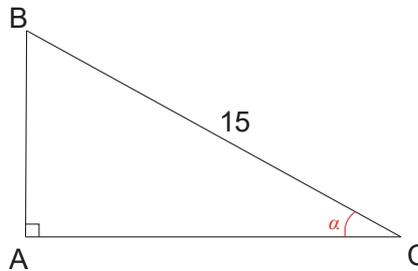
- A) $\ln \frac{3}{7}$
- B) $\ln \sqrt{\frac{3}{7}}$
- C) $\ln \sqrt{\frac{7}{3}}$
- D) $\ln \frac{7}{3}$

24. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся сторон AB , BC и AC в точках F , D и E соответственно. Найдите длину отрезка AE , если $|AB| = 9$, $|BC| = 7$, $|AC| = 10$.



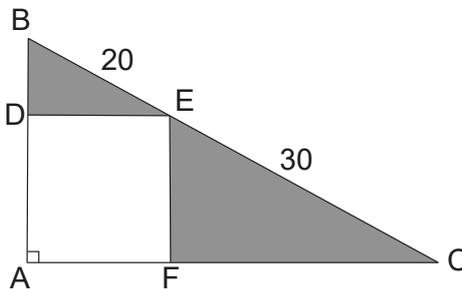
- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 5

25. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза равна 15, а $\sin \angle ACB = 0,6$.
Найдите площадь треугольника.



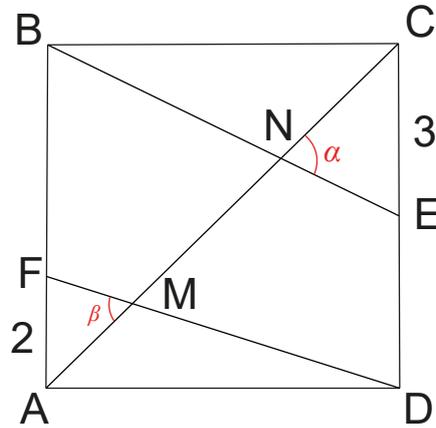
- A) 56
- B) 54
- C) 108
- D) 36

26. В прямоугольный треугольник ABC вписан квадрат $ADEF$ таким образом, что у них общий прямой угол в вершине A . Если $|BE| = 20$, $|EC| = 30$, найдите площадь заштрихованной области.



- A) 600
- B) 325
- C) 300
- D) 225

27. В квадрате $ABCD$ сторона равна 6. Если $AF = 2$, $CE = 3$, $\angle FMA = \beta$, $\angle CNE = \alpha$. Найдите значение $\alpha + \beta$.

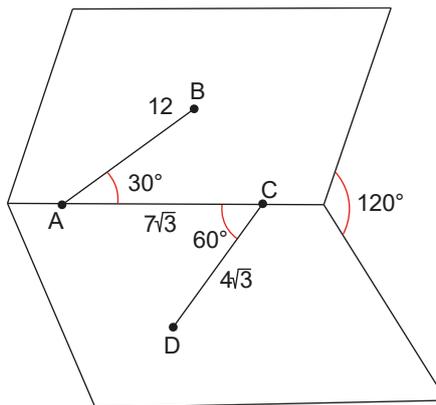


- A) 115°
- B) 135°
- C) 150°
- D) 120°

28. Внешний угол правильного многоугольника равен 45° . Радиус окружности, описанной около данного многоугольника равен 2. Найдите площадь многоугольника.

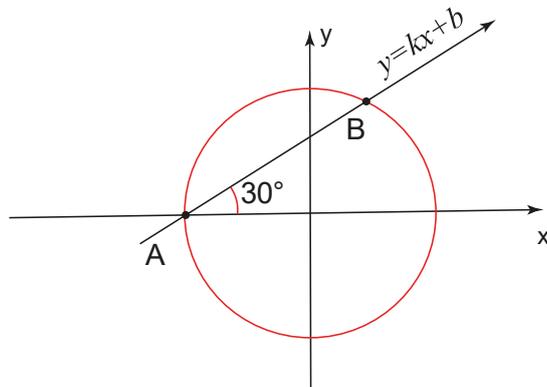
- A) $4\sqrt{2}$
- B) $\sqrt{2}$
- C) $6\sqrt{2}$
- D) $8\sqrt{2}$

29. Даны две плоскости, образующие между собой угол 120° . В этих плоскостях расположены точки A, B, C, D . Если $|AC| = 7\sqrt{3}$, $|AB| = 12$, $|DC| = 4\sqrt{3}$, $\angle BAC = 30^\circ$ и $\angle ACD = 60^\circ$. Найдите расстояние между точками B и D .



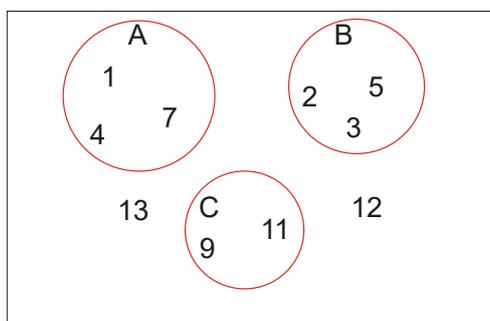
- A) $6\sqrt{3}$
- B) 12
- C) $\sqrt{75 + 6\sqrt{39}}$
- D) $\sqrt{111}$

30. Даны графики окружности $x^2 + y^2 = 36$ и прямой $y = kx + b$. Найдите кратчайшее расстояние от точки B до оси O_x .



- A) 6
- B) $3\sqrt{3}$
- C) 3
- D) $6\sqrt{3}$

31. Даны множества A и B в универсальном множестве. Найдите количество элементов множества $(A \cup B)' \cup A$.

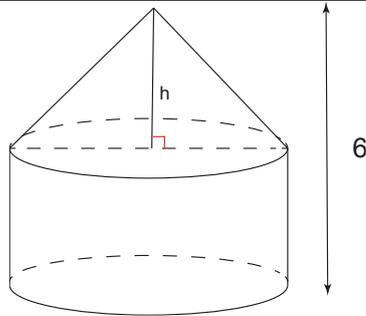


- A) 128
- B) 64
- C) 256
- D) 32

32. Сколько трехзначных чисел, кратных трем, можно составить, если все их цифры нечётные?

- A) 35
- B) 36
- C) 41
- D) 29

Крыша палатки сделана в виде конуса, а нижняя часть сделана в виде цилиндра. Основания конуса и цилиндра совпадают и имеют одинаковую высоту. Высота палатки равна 6.



- A) 64π
- B) 68π
- C) 54π
- D) 56π
- E) 60π
- F) 72π

33. Найдите объем палатки, если на покрытие крыши палатки ушло 20π (м^2) материала.

34. Если объем конуса равен 81π (м^3), найдите боковую поверхность цилиндра.

35. Найдите боковую поверхность цилиндра, если высота конуса в $\frac{\sqrt{17}}{4}$ раза больше, чем его основание.

36. Дано уравнение $x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x - 8 = 0$

а) Сколько действительных корней имеет уравнение

Ответ: а) _____

б) Найдите значение выражения $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$, если x_1, x_2, \dots, x_n корни уравнения

Ответ: б) _____

37. Дана система уравнений
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \frac{y}{2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \\ \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} \frac{y}{2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

а) Найдите наименьшее значение tgy .

Ответ: а) _____

б) Найдите наименьшее положительное значения x .

Ответ: б) _____

38. Дана функция $f(x) + \frac{x-1}{2x+1} \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3}{x-1}$

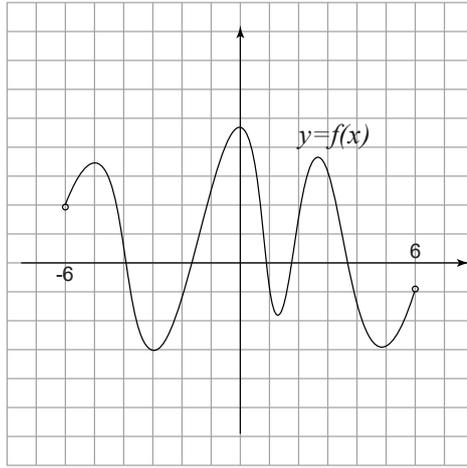
а) Найдите значение $f(2)$

Ответ: а) _____

б) Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$ (если уравнение имеет только один корень, укажите этот корень).

Ответ: б) _____

39. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$



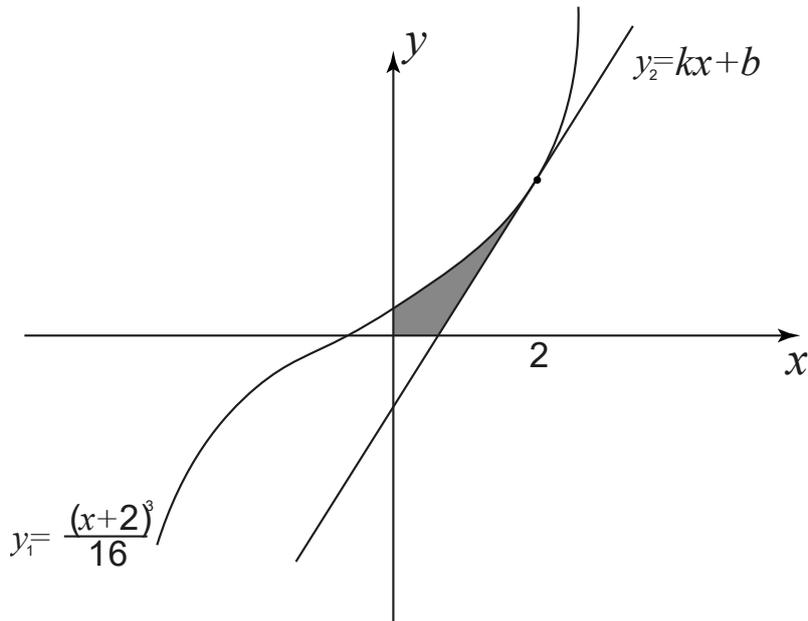
а) Сколько локальных максимумов имеет функция $f(x)$ на интервале $(-6; 6)$?

Ответ: а) _____

б) Найдите количество корней уравнения $f'(x) = 0$ на интервале $(-6; 6)$.

Ответ: б) _____

40. Если $y_1 = \frac{(x+2)^3}{16}$, то в точке $x_0 = 2$ проведена касательная к этой функции. Эта прямая имеет уравнение $y_2 = kx + b$



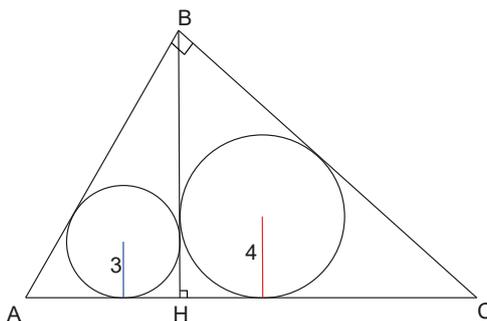
а) Найдите $k \cdot b^2$

Ответ: а) _____

б) Найдите площадь заштрихованной области.

Ответ: б) _____

41. В прямоугольном треугольнике ABC высота BH делит его на два прямоугольных треугольника ABH и BCH . Радиусы вписанных окружностей треугольников ABH и BCH равны 3 и 4 соответственно.



а) Найдите высоту BH .

Ответ: а) _____

б) Найдите площадь треугольника ABC .

Ответ: б) _____

42. Дан выпуклый четырехугольник со сторонами 6, 6, 8, 8. Вокруг четырехугольника описали окружность, а также внутри неё вписали окружность.

а) Найдите меньшую диагональ четырехугольника.

Ответ: а) _____

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.

Ответ: б) _____

43. Все стороны выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ равны 2. Если $BF = FD$, $\angle A = \angle E = 90^\circ$,

а) Найдите площадь треугольника BFD .

Ответ: а) _____

б) Если сторона шестиугольника равна $\frac{10}{\sqrt{4+\sqrt{7}+\sqrt{3}}}$, то найдите площадь шестиугольника.

Ответ: б) _____

44. Внутри шара вписали конус. Боковая поверхность конуса равна $18\sqrt{2 + \sqrt{3}}\pi$. Если угол между образующим конуса и плоскостью основания равен 75° ,

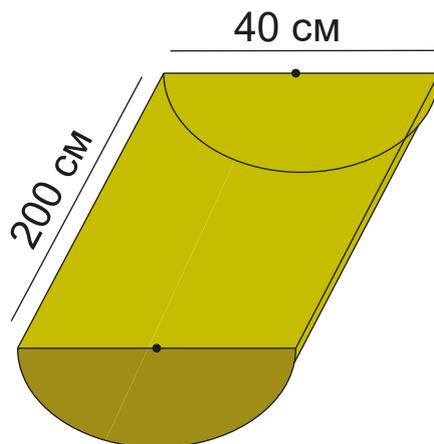
а) Найдите радиус основания конуса.

Ответ: а) _____

б) Найдите объем шара (пример $\pi \approx 3$).

Ответ: б) _____

45. Если поилку для домашних животных изготовили из металлического листа в форме полуцилиндра, где длина составляет 200 см, а диаметр 40 см (принимая $\pi \approx 3$), ответьте на следующие вопросы:



а) Сколько квадратных дециметров металлического листа потребуется для изготовления поилки?

Ответ: а) _____

б) Сколько литров воды помещается в данную фигуру?

Ответ: б) _____