

121A

کد کنترل

121

A



دفترچه شماره ۱

صبح پنج‌شنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت اول سال ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات تأیید می‌نمایم.

$\frac{\alpha(1-q^9)}{1-q} \rightarrow (1-q^9)(1+q^2+q^4) = 7^3$
 $\frac{\alpha(1-q^9)}{1-q} = 7^3$ امسا $+^2 +^2 - 7^2 = 0 \rightarrow -9 \text{ و } 8 \rightarrow q=2$

۱- اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم

این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟ q^2

۹ (۴) ۸ (۳) ۴ (۲✓) ۳ (۱)
 اگر $x^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 9$ باشد، مقدار $(x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2}$ کدام است؟
 $(+ + \frac{1}{+})^2 = (1 \cdot)^2 \rightarrow +^2 + \frac{1}{+^2} + 2 = 10$
 $+^2 + \frac{1}{+^2} = ?$

۳- A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر $A \cup B' \subseteq A \cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟



$A = \emptyset$ (۴)

$B = A$ (۳)

$A = U$ (۲)

$B = U$ (۱✓)

۴- گزاره $p \Leftrightarrow q \sim p$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$\sim[\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$ (۲)

$(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$ (۱)

$\sim[\sim(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$ (۴)

$(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ (۳)

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2}$ کدام است؟

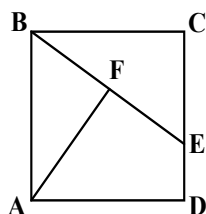
۱۸ (۴)

۱۹ (۳✓)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

۶- در مربع شکل زیر، $CD = 3ED$ و نقطه F، وسط پاره خط BE قرار دارد. اگر $AF = 5$ باشد، مساحت چهارضلعی ADEF کدام است؟



۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

محل انجام محاسبات

$\frac{\alpha^3 + \beta^3}{5} = \frac{5 - 3\beta^5}{5}$

$$\frac{-17}{m} + 39 = 15 \quad 15 = \frac{17}{m} \rightarrow m = \frac{17}{15}$$

-۷ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

$$y = 15$$

-۸ اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^6 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۲

$$-1 - a = 0 \quad a = -1$$

-۹ اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

-۱۰ تابع پیوسته f یک‌به‌یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x}$$

کدام است؟

(۴) $f'(a)$ (۳) a

(۲) ۲

(۱) ۱

-۱۱ اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log \sqrt{x}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{-1}{2}$

(۲) -۲

(۱) $-\frac{1}{2}$

-۱۲ اگر $2\sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

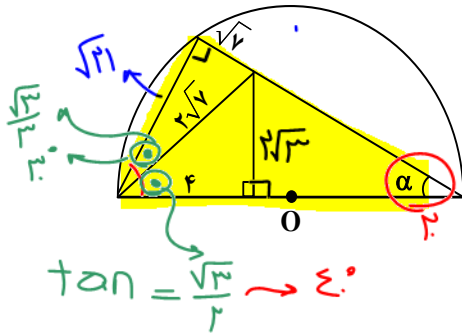
-۱۳ حاصل عبارت $\frac{-\sin(285^\circ) + 2\cos(105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(225^\circ)}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{4}\sqrt{6}$ (۱) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

$$\frac{2\sin 10 - 2\sin 10}{1\sin 10 + 3\sin 10} = \frac{1}{5}(\cot 10) - \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

۱۴- در نیم دایره شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha^\circ$$

(۴) ۶-

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$$

$$\frac{1 - (\sqrt{5}x)^2}{2}$$

$$\frac{0}{2} = 3$$

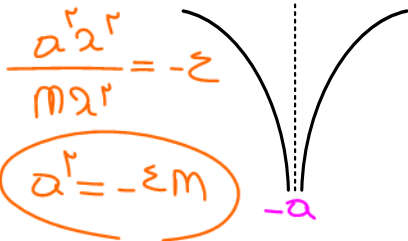
۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}x)}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{2}{k}$ کدام است؟

(۳) ۳-

(۲) ۳

(۱) ۶

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x = -a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y = -4$ مجانب افقی دارد



$$\frac{a^2x^2}{mx^2} = -4$$

$$a^2 = -4m$$

ریشه مخالف

تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{2}{m} = -a$$

$$m = \frac{a^2}{-4}$$

$$\frac{2}{\frac{a^2}{-4}} = -a$$

$$a^2 = -4a$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]}$ کدام است؟

$$\frac{\cot x}{[x - \pi]}$$

(۴) $-\infty$

(۳) $+\infty$

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2 + (m-2)x + 2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

$$a = -1 \leftarrow a^2 + a = 0$$

$$m = 2 \leftarrow -1 - m + 2 + 1 = 0$$

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{-2\sqrt{3}2}{\sqrt[3]{2^2}} = -2\sqrt{3} \sqrt[3]{\frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}} 2^{\frac{1}{3}}$$

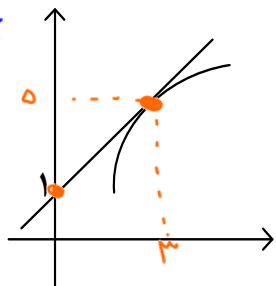
۱۲-۲۱

۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2} - 4x + 4 + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f'(1) - 2g'(1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$



$$2b + c = 3 \rightarrow c = -3$$

$$2b = 1 \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > 1 \\ 3x^2 & x \leq 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2} |x - a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) ۱

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از y ، به ترتیب برابر $-1, -5, -6, -7$ و 4 باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

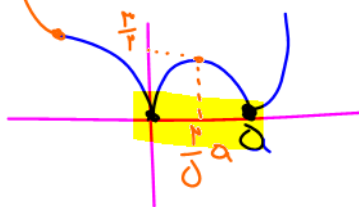
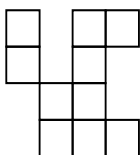
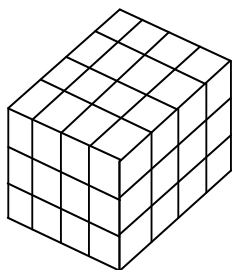
- (۱) $15/6$ (۲) $16/4$ (۳) $24/6$ (۴) $25/4$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ، روابط $P(A-B) = P(A)P(B')$ و $P(A) = 1/6 P(B)$ برقرار است. اگر

$P(A' \cap B') = 0/25$ باشد، مقدار $P(A \cup B')$ کدام است؟

- (۱) $27/40$ (۲) $13/20$ (۳) $17/20$ (۴) $31/40$

۲۵- حداکثر چند مکعب کوچک باید از مکعب سمت چپ برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟

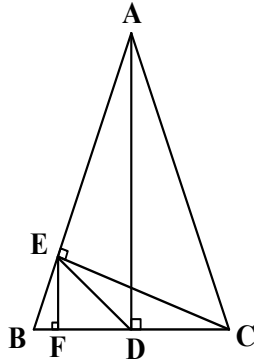


- (۱) ۲۴ (۲) ۳۸ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

۲۶- مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانه‌ی پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

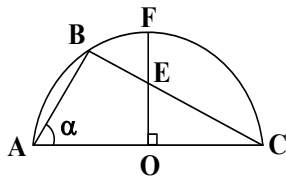
- (۱) $2 - \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازه‌ی BF کدام است؟



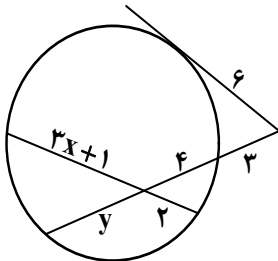
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $2\sqrt{3}$

۲۸- در نیم‌دایره‌ی زیر، اگر $\sin \alpha = 0.8$ باشد، مقدار $\frac{BE}{EF}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۲۹- در شکل زیر، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

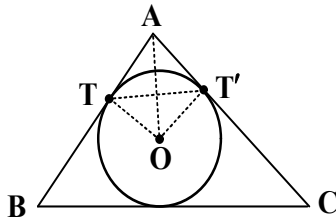


- (۱) $\frac{3}{5}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{5}{6}$
(۴) $\frac{6}{5}$

۳۰- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و نقطه O روی خط d قرار دارد. اگر $OA' = 10$ و فاصله نقطه A' از خط OA برابر $9/6$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای AA' کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۰ (۴) ۱۴

۳۱- در مثلث محیطی شکل زیر، اضلاع $AB=4$ و $AC=5$ به ترتیب در نقاط T و T' بر محیط دایره محاطی، مماس هستند. اگر $BC=7$ باشد، اندازه وتر TT' کدام است؟



- (۱) $0.2\sqrt{15}$
(۲) $0.4\sqrt{15}$
(۳) $0.2\sqrt{5}$
(۴) $0.4\sqrt{5}$

۳۲- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، 60° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، اگر $|A^2 + kA - A| = 125$ باشد، دترمینان $(k+1)I_3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) ۶۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۶۴

۳۴- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با درایه‌های صحیح و ماتریس $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2} & b \\ c & 0 & d \end{bmatrix}$ ، اگر $|A| = 2$ و $B^2 = 2I$ باشد،

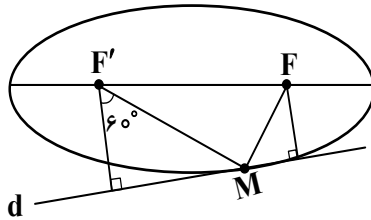
حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس B^3 کدام است؟

- (۱) $32\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-32\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(4/5, 0/5)$ بگذرد و بر خط $3x - 2y = 6$ در نقطه $(2, 0)$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $(2/5, 4)$ (۲) $(3, 1/5)$ (۳) $(4, -3/5)$ (۴) $(3/5, -1)$

- ۳۶- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

- ۳۷- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

- ۳۸- تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 0.4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۲۲

(۲) ۱۵

(۱) ۱۶

- ۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ می توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

(۴) ۲۷

(۳) ۲۸

(۲) ۴۰

(۱) ۴۱

- ۴۰- در گراف G ، $p(G) > 4$ و $\delta(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۶

(۲) ۷

(۱) ۸