



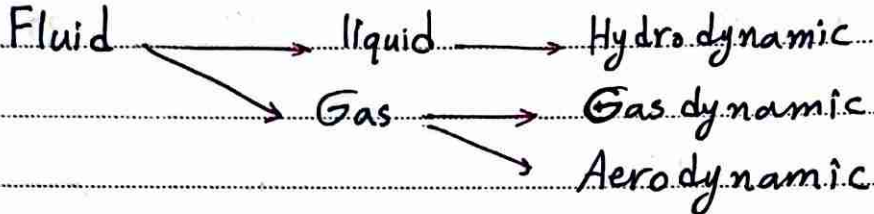
@AEROHANDOUT

جزوات هوا فضا

موارد تذکره: 1- بعد از 4:45 در کلاس حاضر نشو.

2- در حین کلاس به هیچ عنوان صحبت نشو.

3- محوون اول کلاس حضور غیاب انجام میشه.



وقتی در استخر راه می روی اصطکاک و مقاومت سیال را حس می کنی.

وقتی در استخر بشینی فشار آب بالای سر خود را حس می کنی.

سیال اثرش روی جسم را به دو صورت وارد می کنه
 ← friction اصطکاک
 ← pressure فشار

در مسائل مکانیک سیالات دو عامل مهم باید موجود باشه [حجم سیال]

وقتی یک جسم جامد، تنش برشی وارد شود جسم دچار تغییر شکل deformation می شود. و وقتی

Elastic deformation:

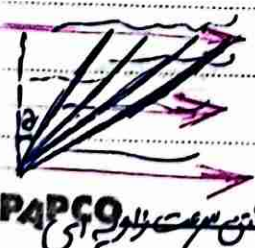
نیرو را برداریم جسم به حالت اولیه خودش بازمی گردد و پاسخ به تنش، کرنش الاستیک است

در سیالات اگر به سیال تنش برشی وارد شود با سرعتی شروع به حرکت می کنه یعنی deformation rate

ولی پاسخ سیال به تنش برشی، کرنش دینامیک است.

مثال: انگشت خود را روی سطح آب بکشید وقتی رها می کنید

deformation موج که روی سیال ایجاد شده بود عمر متوقف میشه



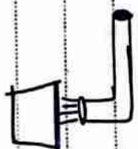
$$\frac{d\theta}{dt}$$

PAPSCO

طرح عبور از سد $\Rightarrow$ در سطح $\rightarrow$ مجموعی از مسائل که در واحد ریاض از یک

Volume Flow Rate
Volume Flux

$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{r^2 \omega}{s}$$



$$Q = \iint \hat{V}_n \, ds$$

جہتی از سوال کہ در واحد زبان الیک صلیح عبرتیں الیہ

Mass Flow rate

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \frac{\rho \cdot \frac{\pi}{4} d^2}{s}$$

Mass Flux

$$p = \frac{m}{V} \rightarrow \underbrace{p = m \cdot \frac{1}{V}}_{\text{Dichte}} + \underbrace{p = m \cdot \frac{1}{V}}_{\text{Dichte}}$$

$$\frac{fR}{\Delta P} = \frac{V \cdot n \cdot d \cdot s}{\Delta P}$$

$$m = \rho \int V \cdot ds$$



دینی جمعہ مضبوطی و محبت کے لیے ہر سطح پر خارج کر دینا

$$Q = \iint_V n \, ds$$

المرور في بلاد الهند في سنة ١٢٠٠ هـ

011
Please Xchange with Corp

$$Q = V/dA$$

اگر سرور سے ثابت جائے تو یہ امتحان اور انتظار خارج کرد

جریان داخل لوله



جہان کے داخل لوگ، حکماء، ملازمین، خدو، لور، اللہ

بہارِ نبویؐ، ذیل المزمع فی آرائہ فی السورۃ

$$Q = \int V \cdot dA$$

سرعت داخل لوله عیسیٰ موازی دیوار لوله است

و قتی روی سطح زمین را به دیویم محیط ملائک گفت فرمایید حرکت دارم مگر اینک احوال عالم را بشناس

Subject,
Date

Specific weight = $\frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{\rho V g}{V} = \rho g$ (unit is N/m^3)

* $\delta_{air} = 1, 2, \dots, 9, 81$

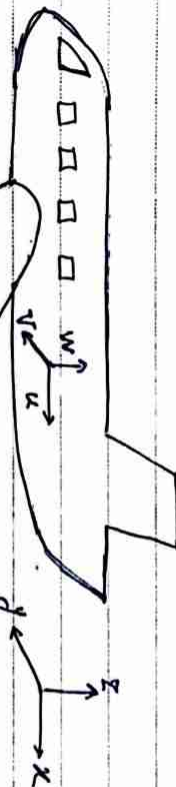
$$\delta_{\text{water}} = 998 \times 9,81 = 9790$$

Specific gravity

۳۶ → نسبت سال به سال در صدم

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{liquid} \rightarrow \frac{p}{p_{\text{water}}} \\ \text{Gas} \rightarrow \frac{p}{p_{\text{atm}}} \end{array} \right.$$

Specific weight ؟ γ وزن مخصوص
Specific gravity ؟ G جرمات
Gas گیس



اگر ملک میں دعوتِ دین کے پیغام کو پہنچانے کے لیے

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

• $\vec{v}$ velocity field $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$

$$\vec{V} = V_x \hat{i} + V_y \hat{j} + V_z \hat{k} = u \hat{i} + v \hat{j} + w \hat{k}$$

اگر I ایک محدود کم ذرات در متن حرکت می شود مورد جست باشد

نکته: در هر وقت و جایی که این را مشاهده کنید
Lagrangian point

Papco  Longrington

سوالات طبق شکل (1) (2) صفحه قبل در نظر گرفته می شود.

سوال ۱: مقدار تنش برشی τ را روی دیواره بالا و پایین محاسب کنید.

در دینامیک ما یک برزخ داریم که است. اگر برزخ را برش بزنیم، رابطه خلی باشد تغییر است در u .

در صورت خلی است بین دو قاع نوشت.

$$u(y) = Ay + B$$

این تابع u است و مقدار سرعت u که از τ و u دارد تغییر می کند.

این خرابی است A و B را به دست آوریم.

$$\text{top boundary} \rightarrow u = u_0 \quad y = h$$

$$\text{bottom boundary} \rightarrow u = 0 \quad y = 0$$

$$u(y) = Ay + B$$

مرز بالایی

$$\text{top boundary} \rightarrow y = h, u = u_0 \rightarrow u(y=h) = Ah = u_0$$

$$\text{bottom boundary} \rightarrow y = 0, u = 0 \rightarrow u(y=0) = 0 = B$$

مرز پایینی

$$\begin{cases} B = 0 \\ A = \frac{u_0}{h} \end{cases} \rightarrow u(y) = \frac{u_0}{h} y$$

تنش برشی τ که $\frac{du}{dy}$ است. چون u و y در یک خط مستقیم داریم مقدار τ یک عدد

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u_0}{h}$$

اینکه در صورت

$$\tau = \mu \frac{u_0}{h}$$

در صورت خلی هم τ در صورت تنش برشی در مرز بالای سیال

$$\tau = \mu \frac{u_0}{h}$$

در صورت خلی هم τ در صورت تنش برشی در مرز بالای سیال

$$u = 2x^2 - 4x \rightarrow \frac{du}{dx} = 4x - 4$$

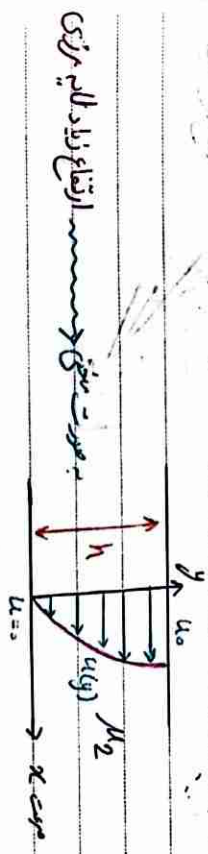
$$2 - 4 = -2 \rightarrow x = 1$$

* در $\frac{du}{dx}$ هم مثل عبارت بالا مشتق در یک نقطه داریم خواهم کرد که عدد به دست می آید. مشتق

دهم. حالا می خواهیم ببینیم که در یک نقطه خالی را می خواهیم

الزغامت لایه مرزی زیاد باشد $\frac{du}{dy}$ خود را برای برای برزخ می کشیم و می آید ارتفاع را به

ای که لایه مرزی در آن قرار دارد کم باشد می شود به صورت یک خط عمود بر



فرغ می شود. سیال در بین دو دیواره قرار می دهیم و دیواره بالایی را با سرعت u_0 حرکت می دهیم

و در پایین دیواره $u = 0$ است. در این صورت u و y در یک خط مستقیم داریم



در آن که روی سطح بالایی غشید با سرعت u_0 حرکت می کند

و سیالی که در نزدیکی سطح پایین $u = 0$ قرار دارد $u = 0$ است

بجز این اتفاق کم سیالی می توانی بگویم و سرعت است. در نظر گرفت

shear stress $\rightarrow \tau = \frac{F_{\text{shear}}}{A}$ رابطه تنش و کرنش در حالت برش است

Normal stress $\rightarrow \sigma = \frac{F_n}{A}$

Shear strain $\rightarrow \gamma = \frac{\alpha}{2} = \theta_{\text{new}}$

Normal strain $\rightarrow \epsilon = \frac{\delta}{L_0}$

در سیالات معادل تنش و کرنش برقرار است.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

نوع کرنش داشته باشیم و نوع کرنش را داشته باشیم

تنش برشی اندکی می افتد که اختلاف سرعت داشته باشیم

strain rate $\rightarrow \dot{\epsilon}$ اختلاف سرعت

* یعنی یک لایه با یک سرعت حرکت کند و لایه دیگر همان با سرعتی دیگر حرکت کند بر اختلاف سرعت

viscosity $\uparrow$ friction $\uparrow$ اصطکاک همراه جوی آید.

نرمی و سکونیتی سیالات تغییر تابع خاص است.

گازها و مایعات بسته به خاصیت سکونیتی متفاوتی دارند

Gas temperature $\uparrow$ Viscosity $\uparrow$ Ex: Oil

Papco liquid temperature $\uparrow$ Viscosity $\downarrow$ Ex: Honey

مگر بیشتر باشد و سکونیت را بیشتر است.

مگر $\mu > \mu_{\text{water}}$

همه هست - سیال متحرک - مثل قند باد

سیال ثابت - هم متحرک - مایع کشی درون آب

سیال متحرک - هم متحرک - عموماً در حالت

از سه طریق میشه از مایک سیالات استفاده کرد

سوال ۵ وقتی ه بزرگی سیال ثابت است، نرخ حرکت نیست چرخ در ابعاد مولکولی در حین

در حرکت است. پس چواری کنیم یک مثال در صورت برای حالتی که سیال ثابت باشد و هم متحرک و مایع

سیال در نظر می آید باقی بماند حالت مارشکوبی و ابعاد کل آن را در حالت ثابت مولکولی

که حین وجودش دارد.

مثل شیر آب، لوله های رس - و سکونیت وابسته به خاصیت سیال و تفاوتی

سیالات

دیسکورت - وابسته به خاصیت و زمان ماندن در - غیر یونیفرم

و مقدار نیرو دارد.

دیسکورت و یونیفرم

تغییرات

میانگین

رژیم

Subject, _____
Date _____

Sutherland law
$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{(\frac{T}{T_0})^2 (70 + 110)}{T + 110}$$

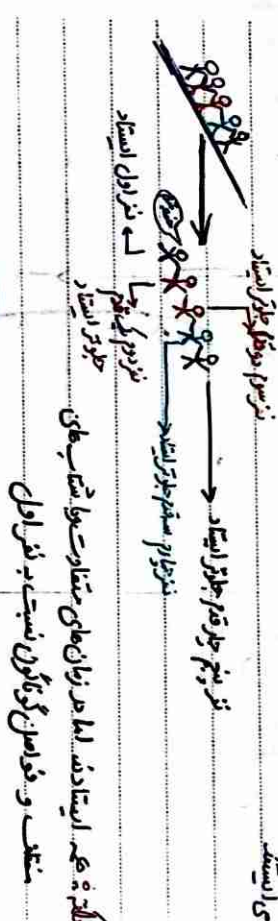
رابطه مشخص هواست برای گازهای دیگر 110 عوض می شود.

T را حساب می کرد.

The Boundary Layer (لایه مرزی)

مثال: فرض کنیم 5 نفر دست عم رو گرفتیم و در یک راستا هم زمان با هم و هم قدم در حال حرکت هستیم

اگر یک نفر آخر بایستد اتفاقی که برای بقیه می افتد این است که اولاد به ترتیب با شتاب های متفاوت



No-slip Condition

دره مسایلی که دقیقاً روی سطح یک جسم است $\Rightarrow$ سرعت این لایه با سرعت سطح جسم همیشه برابر است

PAPCO

Subject, _____
Date _____

روغن موتور ماشین وظیفه 1- روانکاری 2- خنک کاری را دارد.

یکی از دلایل تقویت روغن موتور این است که وقتی در طی یک مدت مشخص ماشین ملوم خاموش و

روغن می شود و مکان موتور تغییر کند و لایه روغن تغییر کرده و بعد از مدتی روغن خاصیت لایه روغن

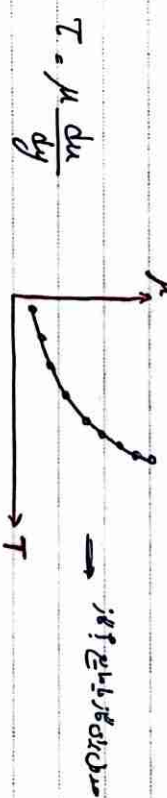
قبل از خاموشی داشت پس باید تعویض شود.

اگر روغن تعویض نشد چه می شد؟ روغن خاصیت روانکاری سابق را نداشته و علاوه بر اینکه ملی

مدت بزرگ و گرمی گیرد بلکه خود روغن می تواند به سربلند و سیلیک و دیگر ذرات آلوده بزرگ

نمونه روغن هایی که در خودرو به کار می رود: 5W30 - 10W30 - 10W40 و ...

انجی که روغن روغن ها روغن های مختلف



ی به صفت

power law
$$\mu \propto \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$$

رابطه ای که روغن ها در خودرو در حالت لایه روغن و لایه روغن

PAPCO

272

3

در سطحی از سردی در دیواره به مدت صدمت ثانیه ای در اسس.

معادله داخل می شود:

$$u(r) = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

* در منازل و شعاع در طریقه صورت طریقی باز *

2/2/20

$$* dQ = u(r) dA = u_0 (1 - \frac{r^2}{R^2}) (2\pi r dr) *$$
$$Q = 2\pi u_s \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot r dr$$

محصول تابع ۲ است.

Viscosity (دینکوزیته)
مقاومت سیال در برابر حرکت • برای مغل و دینکوزیته روغن از آب بیشتر است

تا وقتی سیاه جاری نشده و لکته نکرده نمی توان از فیروزه و سبز زنی سیاه را استخراج نمود.

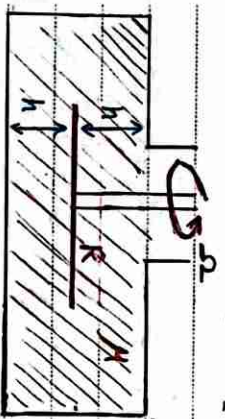
Viscosity
Volume flow rate } خواص جویج

در جامدات در جواب : تنش و کرنش ظاهر می شود
در سیالات " " " " منحنی کرنش ظاهر می شود

سائین بائبلہ تفسیر الیٰ ہجرتی تقش برقع باقادی و یاضاعصا سال مسخین فیست
حقیقت کی لکھ یاضاعصا جو خلوص جوبل سال مسخ مصدب ہی نظرد۔
PAPCO

مسئله: صفحه‌ای داخلی نظری قرار دارد که صفحه با عرض h در حال چرخش است. و ارتفاع

روشنی داخلی ظرف از بالا و پایین صفحه h بوده و یکبار چرخش رویش μ است.



نشی T ، نیروی اصطکاک F و گشتاور T را تعیین کنید.

$$dT = \mu \cdot \frac{2R\Omega}{h}$$

$$dF = T \cdot A \rightarrow \mu \cdot \frac{2R\Omega}{h} (2\pi r dr)$$

$$dT = F \cdot R \rightarrow \mu \cdot \frac{4\Omega\pi R^2 dr}{h} \times R$$

$$T = \frac{4\mu\Omega\pi}{h} \int_0^R R^3 dr \rightarrow T = \frac{4\pi\mu\Omega}{h} \left[\frac{R^4}{4} \right]_0^R$$

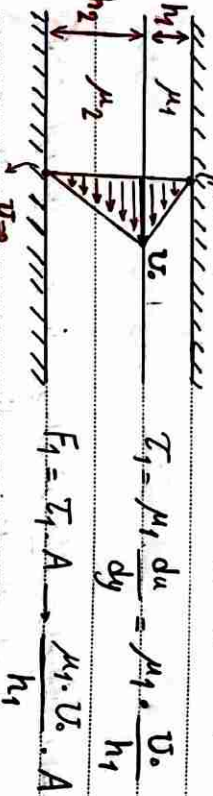
$$T = \frac{\pi\Omega\mu R^4}{h}$$

مسئله: صفحه‌ای بین دو دیوار ثابت قرار دارد که در بالای صفحه سیال μ_1 و در پایین صفحه سیال μ_2 است.

بالای صفحه مایه با دیوار بالا فاصله h_1 و با دیوار پایین فاصله h_2 را دارد. صفحه مایه با

الک

سرعت U_0 حرکت می‌دهیم. اگر سطح مقطع صفحه مایه A باشد، چرخش ω و منحنی u را بدست آوریم.



$$T_1 = \mu_1 \frac{du}{dy} = \mu_1 \cdot \frac{U_0}{h_1}$$

$$F_1 = T_1 \cdot A = \mu_1 \cdot U_0 \cdot A$$

PAPCO $T_2 = \mu_2 \cdot \frac{U_0}{h_2}$ $F_2 = T_2 \cdot A \rightarrow \mu_2 \cdot \frac{U_0}{h_2} \cdot A$

$$F_T = F_1 + F_2 \rightarrow A U_0 \cdot \left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2} \right)$$

نکته: مسئله دو قسمت دارد یک قسمت گشتاوری محاسبه که دور تا دور استوانه باید محاسبه کنیم
قسمت دوم: " که استوانه باید چرخش نماید "

قسمت 1

$$T_{surface} = \mu \cdot \frac{du}{dy} \rightarrow \mu \cdot \frac{R\Omega}{h} = T_s$$

$$F_{surface} = T_s \cdot A \rightarrow \mu \cdot \frac{R\Omega}{h} \times 2\pi R L = F_s$$

$$T_s = F_s \cdot R \rightarrow \frac{2\pi R^3 \Omega \mu L}{h}$$

قسمت 2

$$dT_{bottom} = \mu \cdot \frac{r\Omega}{h}$$

$$dF_{bottom} = \mu \cdot \frac{r\Omega}{h} \cdot (2\pi r dr)$$

$$dT_{bottom} = \mu \cdot \frac{r\Omega}{h} \cdot (2\pi r dr) \cdot r \rightarrow \mu \cdot \frac{\Omega 2\pi r^3 dr}{h}$$

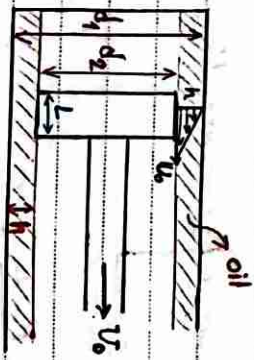
$$T_{bottom} = \int_0^R \mu \cdot \frac{\Omega 2\pi r^3 dr}{h}$$

نکته: در شکل صفحه قبل اگر فرض کنیم استوانه داخلی بالای آن هم با هم فرض کنیم از طبقه گشتاوری

محاسبه T و F زیر استوانه باید علاوه بر آن سطح بالای استوانه هم در نظر گرفته شود.

2 x خواهند شد

PAPCO



سوال: اگر از وزن صرف نظر کنیم چه نیروی باید

روغن وارد کنیم تا با سرعت ثابت U_0 حرکت کند؟

فرض اصطکاک بین روغن و سطح بستن

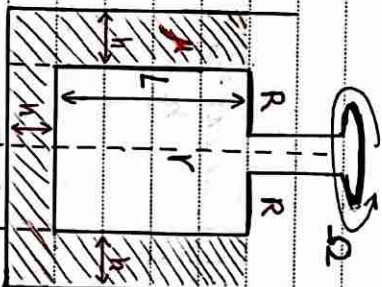
سیستم سایندر - بستن

در این مثال روغن ساکن و بستن با سرعت U_0 فرض می شود.

اختلاف سرعت بین دو نقطه

$$T = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \mu \cdot \frac{2U_0}{d_1 - d_2}$$

$$F = T \cdot A = \mu \cdot \frac{2U_0}{d_1 - d_2} (d_2 \pi L)$$

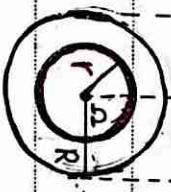


مسئله: یک استوانه مخروطی و یک استوانه مدورنی داریم که سطح آن

با روغنی با ویسکوزیته μ وجود دارد. و فاصله دو استوانه از هر

طرف h است. این بار استوانه مدورنی را با چرخانیم و یک گشتاور

ایجاد می کنیم تا سرعت زاویه ای بگیرد.

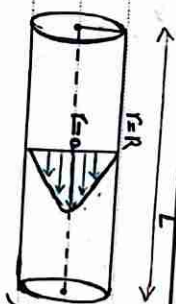


سوال: چه گشتاوری به این استوانه داخلی اعمال کنیم تا

با سرعت زاویه ای Ω ثابت بچرخد؟

$$V = R \cdot \Omega$$

نام Ω محور دوران



$$u(r) = U_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

وقتی سیال در حال حرکت است دیواره ساکن در لوله در نظر

لیده است و نیازی که دیواره چسبیده سرعتش صفر و هر چه سرعت سیال های کمتر تا مرکز دیواره بیشتر می شود

سرعت انشائی می یابد یعنی مرکز بیشتر خالی از دیواره دارد.

در مرکز دیواره

$$r=0 \Rightarrow u(0) = U_0 \left(1 - \frac{0^2}{R^2}\right) \Rightarrow u(0) = U_0$$

در مرکز دیواره

$$r=R \Rightarrow u(R) = U_0 \left(1 - \frac{R^2}{R^2}\right) \Rightarrow u(R) = 0$$

سوال: برای طول L از این لوله مخروطی اصطکاک را به دست آوریم.

وجه: T حالت چسبندگی

لایه سیال داخلی لوله شکل مخروطی است.

معادله $u(r)$ را داریم که مشتق آن $\frac{du}{dr}$ به دست می آید.

$$T = \mu \cdot \left(\frac{du}{dr}\right)_{r=R} \Rightarrow \mu \left[-\frac{2U_0 R}{R^2}\right] = -\frac{2\mu U_0}{R}$$

$$F = T \cdot A \Rightarrow F = T \times 2\pi R L$$

نیروی اصطکاک در دیواره لوله

در مکانیک سیالات عمده لایه های مرئی در حجم متحرک در سوال ثابت است.

به این مکان ما شیخ در حال حرکت در دیواره ساکن

ما شیخ با سرعت 80 الی 100 حرکت کند فضا نیست لایه مرئی روی سقف دیوار ساکن

از 30 به بعد لایه مرئی (هر سیال است) μ را

1- در نظر بگیرید دو سیال با ویسکوزیته μ_1 و μ_2 به یک سطح متحرک قرار دارند.

نساخت جدید که تنش برشی در سطح متحرک بالایی با تنش برشی در سطح ثابت و بی حرکت پستی برابر است.

① $T_1 = \mu_1 \frac{du}{dy} \rightarrow T_1 = 0.4 \times \frac{3-2}{0.02} = 20 \text{ Pa}$

② $T_2 = \mu_2 \frac{du}{dy} \rightarrow T_2 = 0.2 \times \frac{2-0}{0.02} = 20 \text{ Pa}$

$\Rightarrow T_1 = T_2$

2- یک سیلندر دایره‌ای با فوچ W و قطر D و ارتفاع h به آثلی با سرعت ثابت U_0 روی یک سطح شیب‌دار که زاویه θ را با افقی می‌علاقی به آثلی سری خود لایه روانی با ضخامت یکسان روی سطح شیب‌دار وسیلکوزیته μ و ضغمت h را دارد، قرار دهید.

سطح شیب‌دار وسیلکوزیته μ و ضغمت h را دارد، زاویه θ را محاسبه کنید.



$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\mu U_0 \pi D^2}{4 h W} \Rightarrow \theta = \text{Arcsin} \frac{\mu U_0 \pi D^2}{4 h W}$

ب) چه رابطه‌ای بین μ_1 و μ_2 وجود دارد؟

الف) $\mu_1 < \mu_2$ ب) $\mu_1 > \mu_2$ ج) $\mu_1 = \mu_2$ د) هیچ کدام

هر دو سیال μ_1 و μ_2 در دو شرایط خود را به سرعت U_0 می‌رسانند و این مورد ثابت است چیزی که متفاوت است شیب خط و دقیق‌تر $\frac{du}{dy}$ است

مثلاً به جای μ_1 هوا باشد و به جای μ_2 گلیسرین باشد، هیچ از توالی به هم نماند، اینک در سطح تماس صفر در بالا و پایین سرعت به U_0 می‌رسد به خاطر $no-slip$ است و پروفیل سرعت به

دو حالت داشته است: μ_1 و μ_2 همه نرین می‌گیرند اما در کل سیستم ثابت است.

نکته: سیال اندر $\frac{du}{dy}$ و شیب او در پروفیل خودش کم و زیاد می‌کند تا به سرعت مورد نظر برسد و این حالت

کار خود سیال است و به سرعت با نوع سیال که در بالا و پایین صفت می‌زنیم هیچ ارتباطی ندارد. چه سیال بالایی قرار دارد چه خوار.

سوال: اصطکاک friction چیست؟ با تنش stress دارد؟ تنش برشی T نیروی محوری

بر آن فشار و نیروی افقی بر آن اصطکاک است.

نکته: ابزار سیال برای آنکه نیرو وارد کند فشار و اصطکاک است. نیرو: سیال ساکن اصطکاک ندارد و فقط فشار دارد و سیال در حال حرکت جفتش را دارد.

خبر درجهت x : $d\vec{F}_{press_x} = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$

خبر درجهت y : $d\vec{F}_{press_y} = -\frac{\partial p}{\partial y} dy dx dz$

خبر درجهت z : $d\vec{F}_{press_z} = -\frac{\partial p}{\partial z} dz dx dy$



I $d\vec{F}_{press} = \left[-\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + -\frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + -\frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \right] dx dy dz$

II $\vec{\nabla} p = \frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \leftarrow$ یاد آوری ریاضی از بردار گرادیان

I, II $\Rightarrow d\vec{F}_{press} = -\vec{\nabla} p dx dy dz$

$\frac{\vec{F}_{press}}{\text{Volume}} = \frac{-\vec{\nabla} p dx dy dz}{\text{Volume}} \Rightarrow \vec{F}_{press} = -\vec{\nabla} p$

نتیجه

درجهت x : $\rho a_x = \rho g_x - \nabla p + \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}}$
درجهت y : $\rho a_y = \rho g_y - \nabla p + \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}}$
درجهت z : $\rho a_z = \rho g_z - \nabla p + \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}}$

کلمه: برای اینکه این معادله را بهتر متوجه بشیم باید Viscous force را به صورت برداری بنویسیم

PAPCO

قوانین دینامیک سیالات

در این فصل فشار مایعات و بیشتر اثرش روی جسم را در مسائل شتابی و از اثر

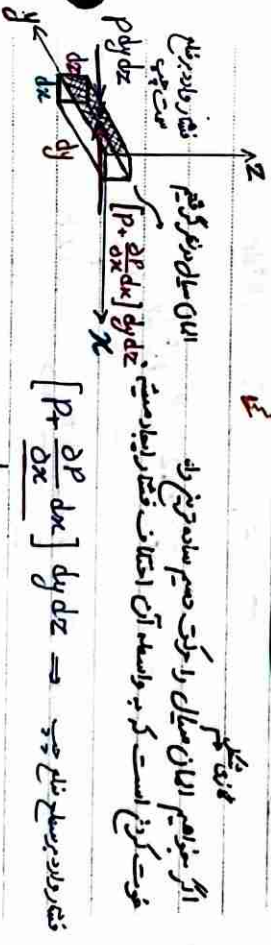
استحکام و دینامیک سیالات می بینیم

باین نوع مسائل را داریم

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \Sigma \vec{F} = \rho V \vec{a}$
عوامل درونی: $\text{body force} \rightarrow \text{Ex: weight}$
عوامل بیرونی: $\text{surface force} \rightarrow \text{Ex: friction, pressure}$

$\Sigma \vec{F} = \vec{\text{Weight}} + \vec{\text{friction}} + \vec{\text{press}} = \rho V \vec{a}$
عوامل بیرونی (استحکام): $\vec{\text{Weight}} = \rho V \vec{g}$
عوامل درونی: $\vec{\text{press}} = \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}}$

$\rho a = \rho g + \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}}$



دقیقاً بگویم و بفهمیم فشار را به چه صورت می بینیم
فرض کنیم یک مکعب داریم با ابعاد dx, dy, dz
و فشار p در آن نقطه

$d\vec{F}_{press_x} = p dy dz - \left[p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right] dy dz$

$d\vec{F}_{press_y} = p dx dz - \left[p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right] dx dz$

PAPCO $d\vec{F}_{press_z} = p dx dy - \left[p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right] dx dy$

تئیس در سطح : I_{xx} برآیند

اگر مرکز ثقل روی مرکز سطح باشد مثل الماس که در CG باشد $0 = \int y dA$

$$F_y = -\rho g \sin \theta \cdot I_{xx} \rightarrow F = \frac{-\rho g \sin \theta \cdot I_{xx}}{y_{cp}}$$

اگر تمام سطح در یک راستا

$$y_{cp} = \frac{-\int y^2 dA}{\int y dA} = \frac{-I_{xx}}{A \cdot y_{cg}}$$

$$x_{cp} = \frac{-\rho g \sin \theta \cdot I_{xy}}{F}$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12} b h^3$$



درجه ماسه θ مرکز و x_{cp} و y_{cp} مرکز ثقل داریم.

$$y_{cp} = \frac{-\int y \sin \theta \cdot I_{xx}}{h_{ce} \cdot A}$$

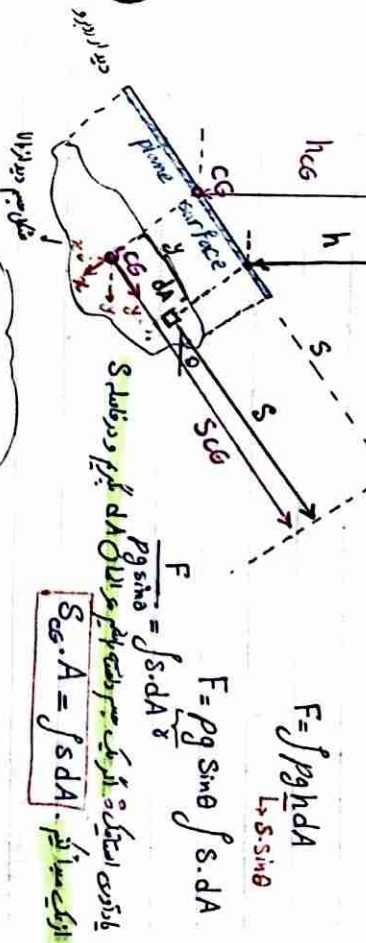
نکته: y_{cp} همیشه فاصله CG تا CP است. CP تا CG است. یعنی فاصله مرکز ثقل تا مرکز سطح.

نکته: علامت $\rightarrow$ رابطه یعنی CP عمیق از CG و این قرص و اعصیت دلیلهای ظاهر

نکته: h_{ce} فاصله مرکز سطح تا سطح آزاد است.

Hydrostatic forces on immersed surface

اگر سطح عمود بر سطح باشد $\sin \theta = 1$ و $h = s \cdot \sin \theta$



$$F = \rho g h_{cg} \cdot A$$

$$F = \rho g \sin \theta \cdot S_{cg} \cdot A$$

بارستور که داشتیم را تبدیل به بارخطی در CG تبدیل داریم.

درصد قبل نیرو وارد بر جسم عمود بر سطح کردیم حال می خواهیم ببینیم نیروی کدام قسمت جسم وارد می شود

وقتی بارگستر را تبدیل به بارخطی و عمود بر سطح، بارگستر هر خط از سطح نیروی عمود و عمود بر سطح

داشتیم باقیمانده یک باروی لغتور دارد در نتیجه لغتور داریم. عملی که لغتور یعنی وارد می شود و CP یا

$$F_y = \int y \cdot p \cdot dA$$

$$F_y = \int y \cdot \rho g \cdot S \cdot \sin \theta \cdot dA = \rho g \sin \theta \int y \cdot S \cdot dA$$

$$F_y = \rho g \sin \theta \int y (S_{ce} - y) dA = \rho g \sin \theta \int (y S_{ce} - y^2) dA$$

رابطه طرر خلاصه ای مخلوط میزنوسه و گشتاور M ناشی از نیرو روی یک سطح صاف را حساب کنیم

$$\rho g h + \rho_0 \rightarrow \text{فشار در آب} \rightarrow \text{فشار در مایع}$$

$$\rho g h + \rho_0 \rightarrow \text{فشار در مایع} \rightarrow \text{فشار در مایع}$$

سوال: فشار متغیر در ارتفاع مایع مختلف چه نیرویی در نهایت اعمال می کند؟

پاسخ: نیرویی که توسط فشار سده اعمال شده دقیقاً به لحاظ در ولادی می شود؟

کرک نشانی: در مرکز جرم توزیع وی در فضا در یک نقطه در موزانی به عنوان مرکز توزیع

من شود و در اجسام متناهی معمولاً در وسط آن مرکز دارد.



به شرط اینکه مستطیل عمود باشد یعنی از یک جنبه باشد مثلاً یک مکعب به یک وجه دیگر موازی باشد

* اگر شکل و حجم مورد نظر هیچ عمودی باشد همچنان مرکز سطح در همان نقطه قرار دارد.

زیرا مرکز سطح به شکل عمودی حجم مربوط است.

معمولاً هر چه صحت از مرکز جرم می شود منظور مرکز سطح است که با فرض هیچ نوع به حل مسائل

می پردازیم

Subject: (Press Dist: Fluid at rest) 4 جلد

$$\Sigma F = \rho_a \cdot \text{Volume} \cdot g - \bar{P} \cdot \text{Volume} = \rho_a \cdot \text{Volume}$$

I) Fluid at rest: اگر سیال در حالت سکون باشد که حالت سکون در دورت: $\rho_a \cdot \text{Volume}$

II) Fluid in motion: به معنی حرکت می کنیم

$$I) \text{ Fluid at rest (Hydrostatic condition)} \Rightarrow \rho g - \nabla P = 0$$

* نتیجه: وقتی ارتفاع نقطه فشار کم می شود.

Hydrostatic force on a plane surface

* مثال: درگاه مایع به دیواره مخزن عمیق و استاتیکی ولادی کند.

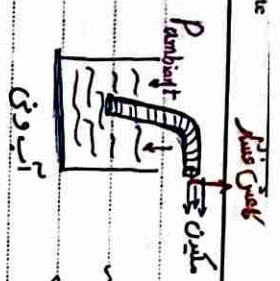
* معمولاً وقتی مایع در مخزن ذخیره می کنیم هر چه وقت بگذرد در مخزن ولادی کنیم در صورت نیاز

برای مثال فرض کنید مخزن کاملاً پر از آب است، این آب به در کلیم فشار ولادی کند و در ولادی بخورد.

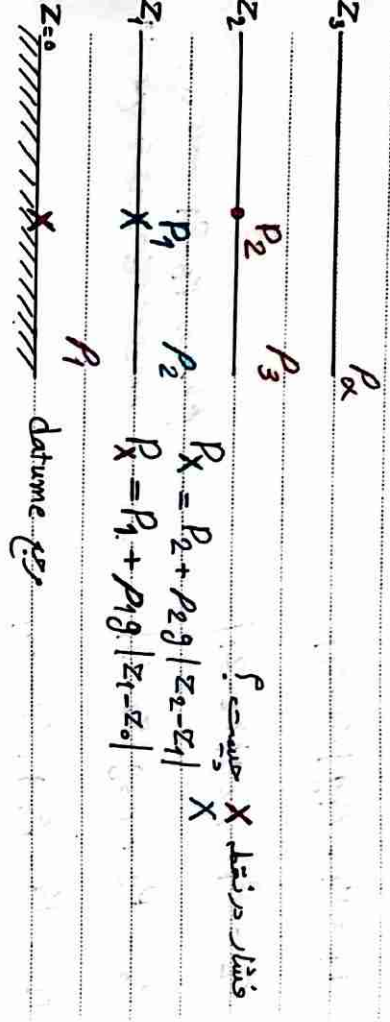
ولی باز گریز در باید به کنی غیر ولادی تا باز شود. مثال به یک سینی است که مخزن آن خیلی بزرگ آب را گزیده

1- آب پشت در چه قدر نیرو ولادی کند (فشار به معنی موزون)
2- میزان فشاری که نیاز داریم تا در را باز کنیم

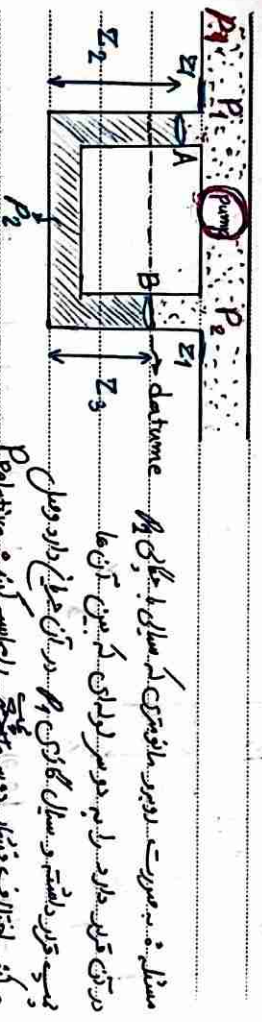
برای دانستن فشار میزنوسه باید دانیم



اگر عین لیوان آب و دبی را به بالای کوه و ارتفاع زیاد ببریم چه می‌شود؟
پایه که برای مکتوب آب باید وارد کنیم به مراتب بیشتر است زیرا در ارتفاع بالا فشار کم است!



مانومتر: وسیله‌ای برای اندازه‌گیری فشار نسبی (Relative) که از دو لوله و مایع درون آن تشکیل شده است.



مسئله: به صورت دوربر مانومتر که سیال با چگالی ρ در آن قرار دارد. در آن یک طرف سیال را به دو طرف لوله‌ای که بین آن‌ها به یک طرف داشته و سیال گازی P_1 در آن سطح دارد وصل می‌کنیم اختلاف فشار دو طرف چقدر خواهد بود؟
 Relative

$$P_B = P_2 + \rho g |Z_1 - Z_3|$$

$$P_A = P_1 + \rho g |Z_2 - Z_3| + \rho g |Z_1 - Z_2|$$

$$\Rightarrow P_A = P_B$$

PAPCO
 $P_2 + \rho g Z_1 - \rho g Z_2 = P_1 - \rho g Z_2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1 + \rho g Z_1 = 0$
 $P_2 - P_1 = \rho g (Z_2 - Z_1) - \rho g (Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_2 - P_1 = 0$

فشار در سیالات به دو صورت بیان می‌شود:
 (Absolute) فشار مطلق
 (Relative) فشار نسبی



فشار مطلق 170 kPa است.
 Absolute 170 kPa
 یا به عبارتی
 gauge 70 kPa



فشار مطلق 35 kPa یا به عبارتی
 Absolute 35 kPa
 یا به عبارتی
 Vacuum 65 kPa

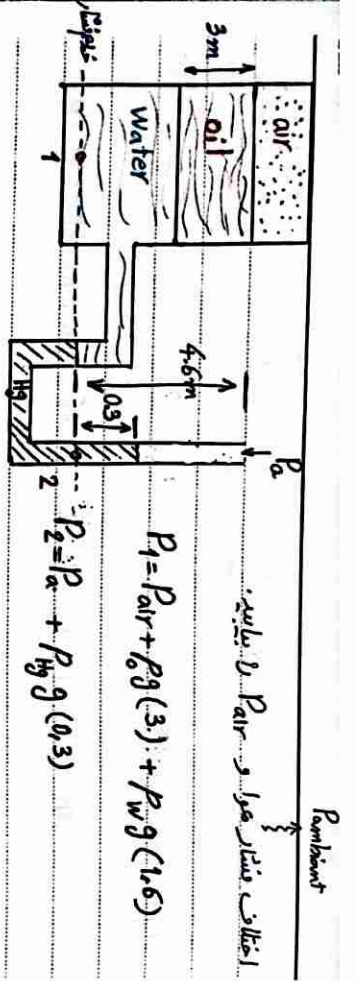


* در اکثر زمین با افزایش ارتفاع فشار کاهش می‌یابد.

* در هوا یا مایع مسافت است و فشار داخل کابین توسط پنجه از فشار داخل

کمتر تأمین شده و آن به فشار سطح داخلی است.

* در برخی موارد وقتی از ششون به شعری کمتر گویان صورت می‌گیرد این به دلیل تغییر فشار در شش و عروق است که در ششون به شعری کمتر گویان شکل می‌گیرد و در ششون به شعری کمتر گویان شکل می‌گیرد.



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{air} + 891 \cdot 9.81 \cdot 3 + 998 \cdot 9.81 \cdot 4.6 = P_a + 998 \cdot 9.81 \cdot 0.3$$

$$P_{air} - P_a = 39877 - (26222 + 15664) = -2009$$

تقریباً 2 kPa فشار منفی

تجزیه شماره 2

سیوه جدید: حالت جدیدی را در نظر بگیرید
شماره 2341106079



در یک سیوه جدید برای حفظ سیوه و گاز و بویک به ترتیب 8660 و 7885 است برای باقی سیاه است

$$S_w = 7885 = \rho \cdot g$$

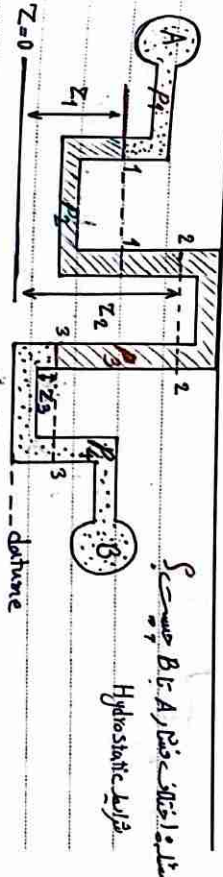
Kerosene

$$S_w = 8640 = \rho \cdot g$$

Benzene

PAPCO

Subject,
Date



$$P_1 = P_a + \rho_1 g |z_a - z_1|$$

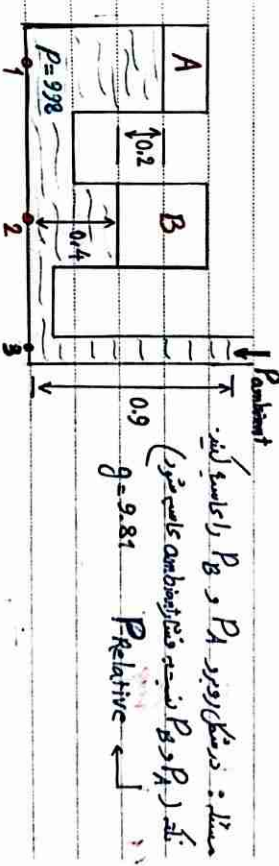
$$P_2 = P_1 - \rho_2 g |z_2 - z_1|$$

$$P_3 = P_2 + \rho_3 g |z_2 - z_3|$$

$$P_B = P_3 - \rho_4 g |z_B - z_3|$$

برای حالت $P_B - P_A$ روابط با هم جمع می‌کنیم و به راحتی می‌توانیم بنویسیم

$$P_B - P_A = \rho_1 g |z_a - z_1| - \rho_2 g |z_2 - z_1| + \rho_3 g |z_2 - z_3| - \rho_4 g |z_B - z_3|$$



$$P_1 = P_a + \rho g (0.6)$$

$$P_2 = P_B + \rho g (0.4)$$

$$P_3 = P_{ambiant} + \rho g (0.9)$$

$$P_2 = P_3 \Rightarrow P_B - P_{ambiant} = \rho g (0.9 - 0.4)$$

$$P_B - P_a = 4895$$

$$P_1 = (14196, 0, 05) + P_B$$

3- در شکل پتانسیل داده شده، نقاط A و B را مشخص کنید و اگر $P_A = 99 \text{ kPa}$ است، P_B را مشخص کنید.



$$P_1 = P_A - (998 \times 9,81 \times H) - (825 \times 9,81 \times 0,18)$$

$$P_1 = -13550 \times 9,81 \times (0,18 + H + 0,35)$$

$$P_A - 9790H - 1456 + 57157 + 133000H = P_B$$

$$97000 = 123210H + 55701 \rightarrow \frac{41300}{123210} = \frac{123210H}{123210} \Rightarrow H = 33 \text{ cm}$$

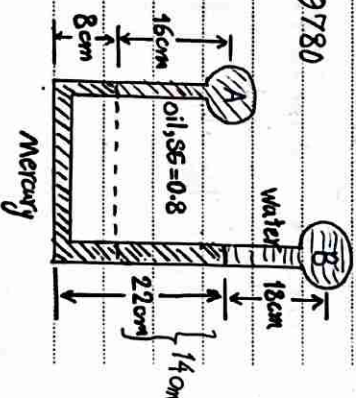
4- اگر فشار در محفظه A، 200 KPa باشد فشار در محفظه B، چقدر است؟

$$S_{WM} = 13550 \times 9,81 = 133000 \quad P_{oil} = 9780$$

$$\delta w_0 = 9780 \times 9,81 = 95945$$

$$S_{WW} = 1,998 \times 9,81 = 9790$$

$$(95945 \times 0.14 + P_A = 200.000 + 6790 \times 0.18) + (133000 \times 0.14) \rightarrow (P_A = 205 \text{ KPa})$$



$$\rho = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho_w = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_1 = P_A + (8640, 0, 2) \implies \cancel{P_1} = P_A + 1728$$

$$P_1 = (35.0, 9.81, 0.08) + (72.5, 0.32) \Rightarrow P_2 = P_1 - 13.157$$

$$P_3 = (998, 9, 81, 0, 4) \rightarrow P_3 = P_2 + 3016$$

1370 $P_3 = (398, 2, 21, 0, 14) + P_B \Rightarrow P_B = P_3 - (398, 2, 21, 0, 14)$

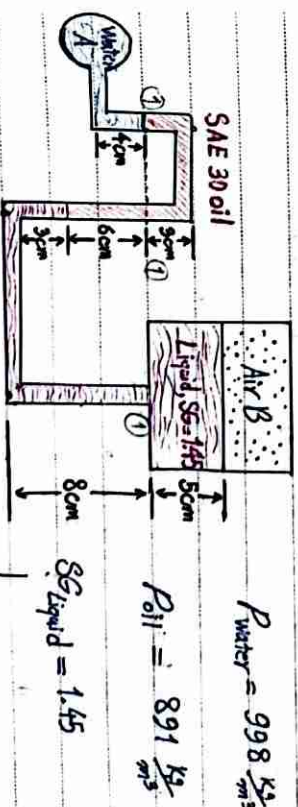
$$+ \Rightarrow P_B = P_A + (1728 - 13157 + 3516 - 1370)$$

$$P_B - P_A = 3,883 \rightarrow 8,91 \text{ kPa}$$

Relative Vacuum pressure

2- در شکل زیر بر فستق درخت A که 179.4 است. قوسهای 20° قرار دارند.

نسخه جدید به فشار عوا در حقیقت بسته B، 171Ka است.



$$\rho_{\text{water}} = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{011} = 891 \frac{kg}{m^3}$$

$$SG_{\text{liquid}} = 1.45$$

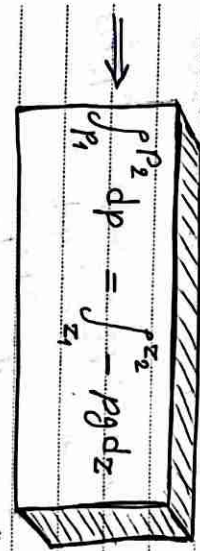
Specific gravity: $\frac{\rho_{\text{liquid}}}{\rho_{\text{ref}}} = 1.45$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{\text{liquid}}}{9790} = 1.45 \Rightarrow \rho_{\text{liquid}} = 14196$$

فشار هیدرواستاتیک است: $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$

پس رابطه فشار و ارتفاع را می توانیم

$$\begin{cases} x: -\frac{dp}{dx} = 0 \\ y: -\frac{dp}{dy} = 0 \\ z: -\frac{dp}{dz} = \rho g \end{cases}$$



معادله اصل هیدرواستاتیک
② فشار کمتر ارتفاع بیشتر
① فشار بیشتر ارتفاع کمتر

* اگر بین دو نقطه 1 و 2 اختلاف بلندی داریم $p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$

* اگر نقطه 2 بالاتر از نقطه 1 باشد (در جهت منفی عمود بر فشار) فشار در نقطه 2 کمتر از فشار نقطه 1 است

$$p_{down} = p_{up} + \rho g |z_2 - z_1| \quad \leftarrow p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

فشار نقطه بالا همیشه کمتر از فشار نقطه پایین است

در نتیجه فشار در بالا باید علاوه یک متر شیب

می توانیم برابر فشار و ارتفاع بشود پس $p = \rho g h$

برای این نوع برج Viscous force به شکل عمل می کنیم:



انتقال انرژی در برج به صورتی که در این شکل نشان داده شده است

نتیجه: اگر دو سیال ساکن با هم در تماس باشند اگر دو سیال با هم در تماس باشند

اصطفاک منور

Hydrostatic condition: در شرایط هیدرواستاتیک سیال ساکن و ناهمبست است

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \frac{\text{Viscous force}}{\text{Volume}} = 0$$

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p = 0 \quad \text{Hydrostatic condition}$$

اگر سیال ساکن باشد آیا فشاری به آن وارد می شود؟

بله. حداقل فشار را برایش به آن وارد می شود و فشار در جهت Z- است.

$$\vec{g} = (0, 0, -g)$$

$$x: -\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$y: -\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$z: \rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow \quad -\rho g = \frac{\partial p}{\partial z}$$

Subject: _____
Date: _____

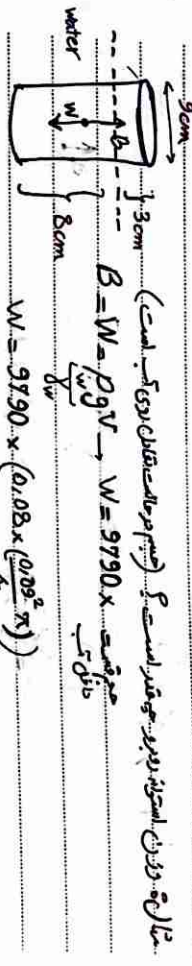
سوال: جسمی داریم که در هوا وزنش 100 نیوتن است و در آب وزنش 80 نیوتن است. چقدر از این جسم غرق است؟

$$100 - 60 = 40 \text{ N (Buoyancy)}$$

$$40 = \rho V g \Rightarrow V = 0.004$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{100}{0.004} = 25480 \text{ kg/m}^3$$

$$B < W \Rightarrow \text{جسم به زیر آب می افتد}$$

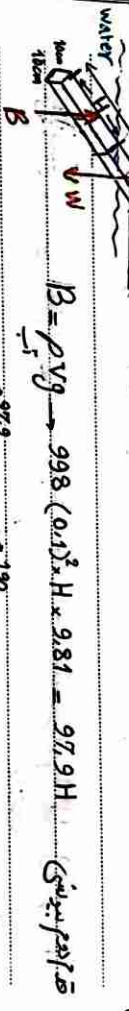


$$W = 9790 \times (0.08 \times \frac{0.09^2 \times \pi}{4})$$

$$W = 9790 \times 0.0005088 = 4.98 \text{ N}$$

چون حجم در مقابل است $B = W$

مثال: یک مکعب کوچک در آب غرق شده و ابعادش $10 \times 10 \times 10$ می باشد. زاویه θ چقدر از این جسم در آب غرق شده است؟ $SG = 0.65$



$$SG = 0.65 \Rightarrow 0.65 \times 1000 \times 10^3 = 6480 \text{ N}$$

$$W = \rho V g = 6480 \text{ N}$$

$$W = 190 \text{ N}$$

$$B = \rho V g = 998 (0.1)^3 \times 9.81 = 97.9 \text{ H}$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow (3 - \frac{H}{2}) B = 1.5 \times W$$

$$293.7 - 48.95 H = 285 \Rightarrow H = 0.17 \text{ m}$$

$$\text{Arc Sin } \theta = \frac{1.58}{2.83} \Rightarrow \theta = 34.3^\circ$$

Subject: _____
Date: _____

مشترک های روانی همواره تمام قسمت های بدنشان داخل آب است زیرا وقتی برای شنا کردن قصد

را از آب می برند یعنی از نیروی وزن W قسمت باقی است ولی B ناپایم در مقابل وقتی دستشان داخل آب است

نیروی B بر روی آنها عمل می کند و شخص را به روی آب می کشد

مسئله: نیروی شناوری شناور را در آب غرق می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

کتاب شناوری شناور را در آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

برای شناور از شناور شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

چون شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

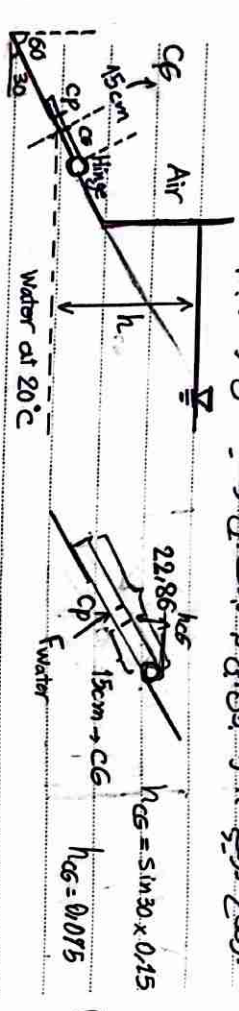
شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

شناور را بر آب شناور می کند و در آب شناور را در آب شناور می کند

4) 70 درجه ای که 22.86 cm را می توانند در اثر شیب آب داخل مخزن بازی شود.

فاصله از مرکز منحن 15cm است. زمانی مخزن بازی شود که گشتاور منحنی لولای 50 است.

ارتفاع دریچه h را برای آنی که ثابت این وضعیت می شود را بدایید.



$$\sum M = 0 \rightarrow F_{water} \times (0.15 \cdot \cos 30) = 50 \rightarrow F_{water} = 387.6$$

$$y_{cp} = \frac{\frac{1}{12} b h^3 \times \delta \times \sin \theta}{h_{cg} \cdot A} = \frac{\frac{1}{12} (0.2286 \times 0.3^3) \times 9790 \times \sin 30}{(0.2286 \times 0.15) h_{cg}} = \frac{73.42}{h_{cg}}$$

$$F_{water} = \delta \cdot h_{cg} \cdot A \rightarrow 387.6 = 9790 (0.015 \cdot \frac{0.2286 \times 0.3}{h_{cg}}) \cdot (0.2286 \times 0.15)$$

$$\rightarrow 0.5777 = 0.015 \cdot \frac{0.2286}{h_{cg}} \rightarrow 0.5 h_{cg} = 0.015 \cdot \frac{0.2286}{h_{cg}}$$

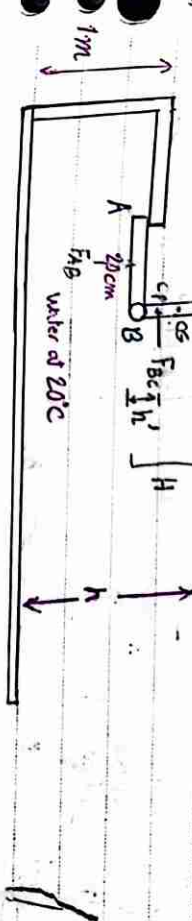
$$h_{cg} = 0.015 \cdot \frac{0.2286}{0.5} = 0.006858$$

Subject:
Date:

3) 64 درجه AB در شکل در منحن 8 لولای 2 است. دریچه در منحن A

پایه اگر منحن 2 در منحن 8 لولای 2 است. دریچه در منحن A

محاسبه کنید. اگر منحن 2 در منحن 8 لولای 2 است. دریچه در منحن A



$$\sum M = 0 \rightarrow F_{AB} \times 0.1 = F_{BC} \times h$$

$$F_{AB} = \delta \cdot h_{AB} \cdot A_{AB} = 9790 \times 0.1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 489.5$$

$$F_{BC} = \delta \cdot h_{BC} \cdot A_{BC} = 9790 \times h \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 4895h$$

$$489.5 = 4895h \rightarrow h = 0.1$$

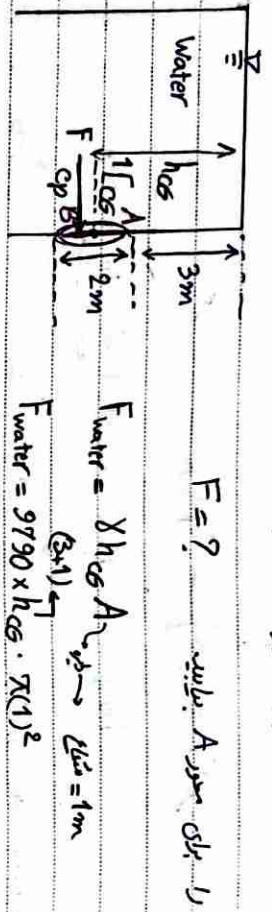
$$h = 0.1$$

$$h = 0.1$$

$$h = 0.1$$

$$h = 0.1$$

72 (5) در شکل AB طایفه ای شکل است. گشتاور زائده از مرکز جرم و استاتیکی این دریچه

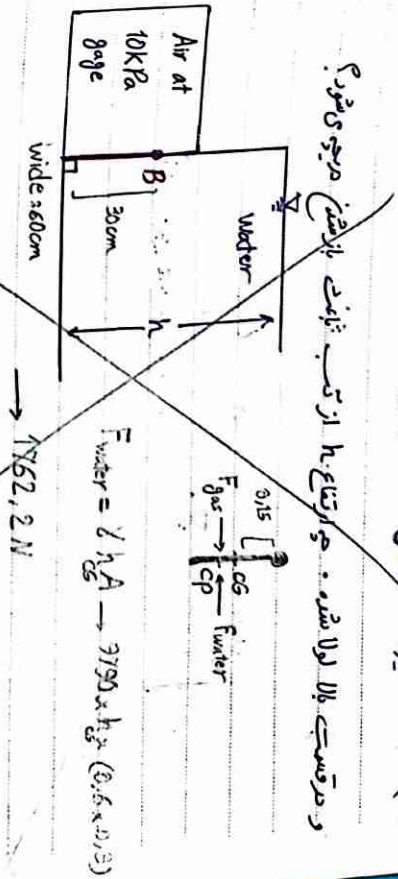


$$I_{xx} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi(1)^4}{4} = 0,785$$

$$y_{cp} = \frac{-0,785 \times \sin 90}{h_{CG} \cdot (\pi \cdot 1^2)} = \frac{0,785}{4} = y_{cp} = 0,0625$$

$$M_A = 122960 \times 1,0625 = 130645$$

72 (5) دریچه B در شکل 30cm ارتفاع دارد و 60cm عرض دارد. دلتا منفر را از (سعی)



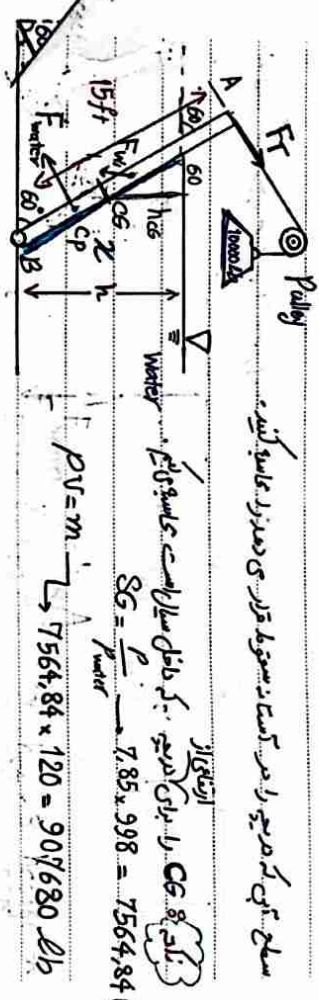
$$F_{gas} = P \cdot A = 10000 \times (0,6 \times 0,3) = 1800 N$$

$$y_{cp} = \frac{-122960 \sin 90}{h_{CG} \cdot A} = \frac{122960}{4} = 122960$$

$$\sum M = 0 \rightarrow F_{gas} \left(0,15 + \frac{0,0075}{h_{CG}} \right) = F_{water} \left(\frac{0,15}{h_{CG}} \right)$$

2) ρ_{CG} در سطح AB در شکل 15ft است و عمق آن 8ft به عمق سفید بودن که در رینگ 8ft اول است و

در A در حالت تعادل است. برای آب $\rho_{CG} = 20$ است. در سطح AB در عمق 8ft به عمق سفید بودن که در رینگ 8ft اول است و



سطح AB که در سطح AB در عمق 8ft به عمق سفید بودن که در رینگ 8ft اول است و

از این برای CG که در سطح AB در عمق 8ft به عمق سفید بودن که در رینگ 8ft اول است و

$$\rho_{CG} = \frac{\rho}{\rho_{water}} = \frac{20}{7.85 \times 998} = 2.564,84$$

$$PV = m \rightarrow 7564,84 \times 120 = 907680 \text{ lb}$$

$$\sin 60 = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\sin 60} = h \times \left(\frac{1}{\sin 60} \right) \Rightarrow h \csc 60 = x$$

$$F_{water} = \gamma h_{CG} A \rightarrow 9790 \times \frac{1}{2} \times (8 \times h \csc 60) = 45218 h^2$$

$$y_{cp} = \frac{-\frac{1}{12} (8 \csc 60)^3 \sin 60}{\frac{1}{2} \times 8 \csc 60} = \frac{-\frac{1}{12} \times 8 \times \frac{1}{\sin 60} \times \sin 60}{\frac{1}{2} \times 8 \csc 60} = -0,192 h$$

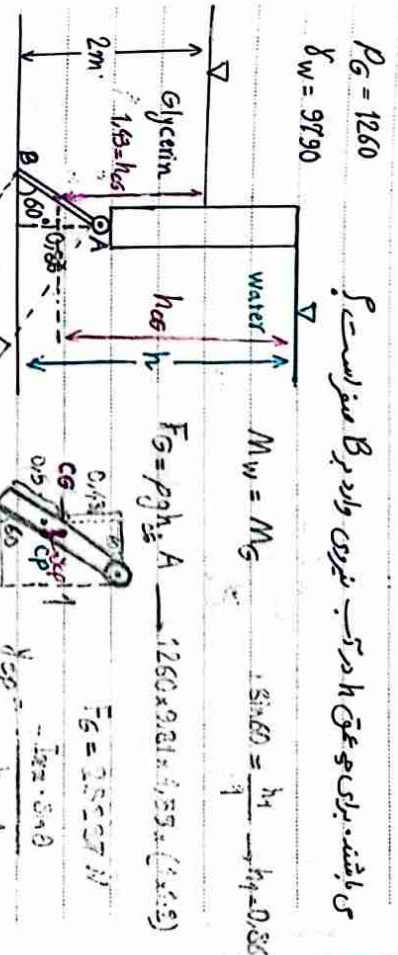
$$\sum M = 0 \Rightarrow F \times AB = F_{weight} \times \frac{AB}{2} + F_{water} \times \left(\frac{h}{2} - 0,192 h \sin 60 \right)$$

$$\rightarrow 10000 \times 15 = 7,5 \times 907680 + \frac{45218 h^3}{2} - 7518 h^2$$

$$\Rightarrow h = 10,6 \text{ ft}$$

1) ρ_{CG} در سطح AB در شکل عموماً بود و جهت برابر با 80 انار و 1,2m عمق داخل سفید بودن.

که در سطح A اول شده. و در رینگ B در حالت تعادل است. ρ_{CG} در سطح AB در عمق 20



$$\rho_{CG} = 1260$$

$$\delta_w = 9790$$

$$\sin 60 = \frac{h}{x} \rightarrow h = 0,86$$

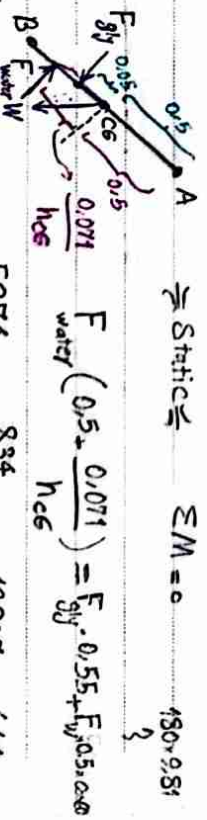
$$F_G = \rho \gamma h_{CG} A = 1260 \times 9,81 \times 0,5 \times (2 \times 2) = 25200 \text{ N}$$

$$y_{cp} = \frac{-\frac{1}{12} (2 \times 2)^3 \sin 60}{\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \csc 60} = -0,05$$

$$F_w = 9790 \times h_{CG} \cdot (2 \times 2) = 11748 h_{CG}^2$$

$$y_{cp} = \frac{-\frac{1}{12} \times 2 \times 2 \times \sin 60}{\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \csc 60} = -0,071$$

$$\sum M = 0$$



$$\Rightarrow 5874 + \frac{834}{h_{CG}} = 12807 + 441$$

$$h_{CG} = 2,09$$

$$B = \rho V g \quad \leftarrow \text{Buoyancy force}$$

نقطه می که خط میل است میگوید
نوری بومنی نقطه به جسم و نیرو میل و جسم برود است.
نکته: اگر جسم در مایع باشد نیروی صعود

$$F = \rho_1 V_1 g - \rho_2 V_2 g$$

مثلاً اگر کامر پر از آب داشته باشیم و جسمی درون آن بیندازیم مثلاً آب از ظرف بیرون میزند که

وزن آب خارج شده توسط نیروی B جبران می شود.

مثلاً در درجه جسمی را برت می کنیم و مقداری آب خارج می شود تا جسم در آن قسمت دریا قرار بگیرد و وزن

جسم آبی که خارج جاشده نیروی B است.
فرقی که با دلی آب بسته ایم. وزن با لنگه کان وزن عواست و وزن دریا بسیار ناچیز است و

طوری که می شود انسان وزن نظر کرد پس وزن خالص $\rightarrow \rho_1 V_1 - \rho_2 V_2$ معنی می شود نیروی B و دریا

و لنگه خیلی بیشتر از وزن میل B عواست پس نیروی B و B با شدت بالا با لنگه را به بیرون آب خارج می دهد.
مانع می شوند ممانعت دارد که باز F از F خالص برود و $\rho_1 V_1 - \rho_2 V_2$ است که ρ_1 عواست و ρ_2 عواست

و وزن عواست خیلی کمتر از عواست پس نیروی B را می توانیم داشت

$$F = m a = \frac{m a}{V} = \text{body force} + \text{surface force} + \text{viscous force}$$

$$\rho a = \rho g - \nabla p + \frac{\text{viscous force}}{V}$$

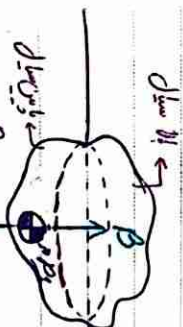
Fluid at rest, Fluid in motion, Hydro static condition, Rigid Body Motion, chapter 3

Buoyancy (نیروی شناوری)

اگر جسمی در مایع قرار بگیرد از طرف مایع نیروی به جسم وارد می شود که این نیرو مساوی

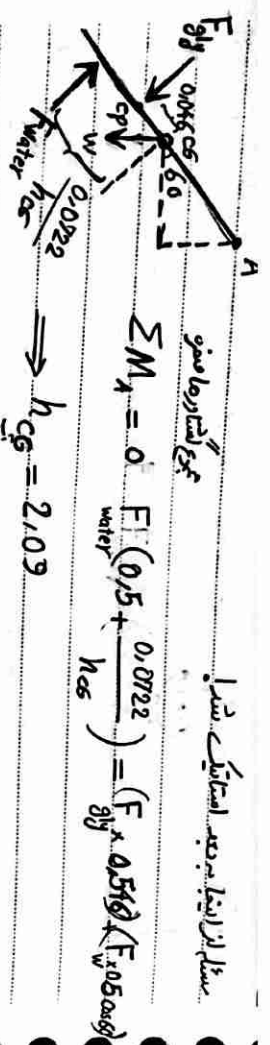
وزن مایع که این جسم جای می کند می باشد. مثال: یک تکه چوبی وقتی داخل یک گلدان میزنیم آب بیرون می ریزد و این آب (نیروی شناوری) می باشد.

$$\text{Buoyancy} = \text{weight of displaced fluid}$$



$$W = mg \rightarrow W = \rho V g$$

$$B = mg \rightarrow B = \rho_2 V g$$

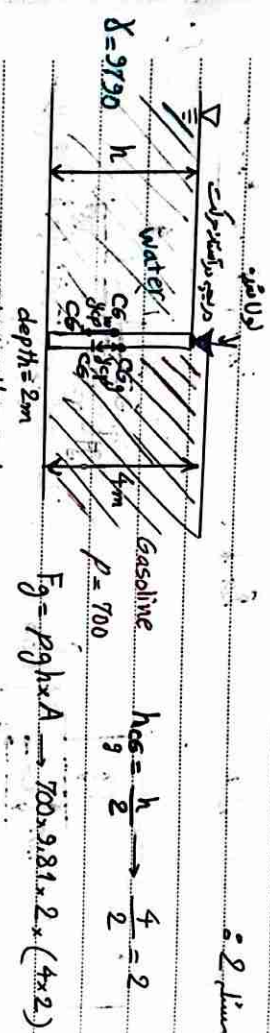


مستطیل از اینها به بعد استاتیکی شد
جمع فشارها صفر

$$\sum M_A = 0 \quad F_A(0.5 + \frac{0.0722}{\sin 60}) = (F_{\text{water}} \times 0.5)(\frac{F_{\text{water}}}{2})$$

$$\Rightarrow h_{CG} = 2.09$$

$$h = h_{CG} + (0.5 \cdot \sin 60) \Rightarrow h = 2.523$$



neglect the weight
معمولاً نادیده گرفته می شود

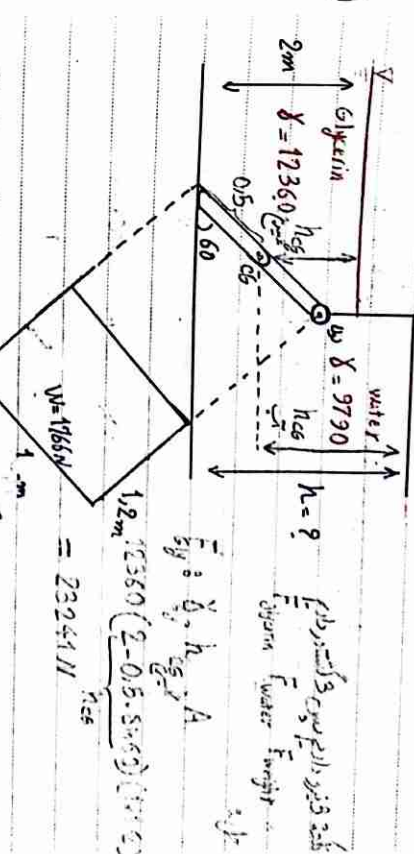
$$d_{CG} = \frac{-I_{xx} \sin \theta}{h_{CG} \times A} = \frac{-\frac{1}{12} \times 2 \times 4^3}{700 \times 9.81 \times 2 \times (4 \times 2)} = -\frac{1}{96}$$

$$F_w = 9790 \times \frac{h}{2} \times (2 \times h)$$

$$d_{CG} = \frac{-\frac{1}{12} \times 2 \times h^3}{\frac{h}{2} \times (2 \times h)} = \frac{-h^2}{6h^2} = -\frac{h}{6}$$

مسئله ۱: یک مخزن طریقه ای وسیله یک دریچه گسیختگی را از آب جدا کرده دریچه مستطیلی شکل با طول ۱م و عرض ۱.۲م و فرس ۱۷۶۶N است و دریچه با زاویه ۶۰ درجه مقابل شده.

فرض کنید آب لایکم به سمت راست اعطای کردیم تا چه ارتفاع آب بریزیم تا دریچه ثابت بماند؟



سوال عددی: دریچه ای که به این آب در ارتفاع ۱.۲م از سطح آب دریا قرار دارد و دریچه گسیختگی در ارتفاع ۱.۲م از سطح آب دریا قرار دارد.

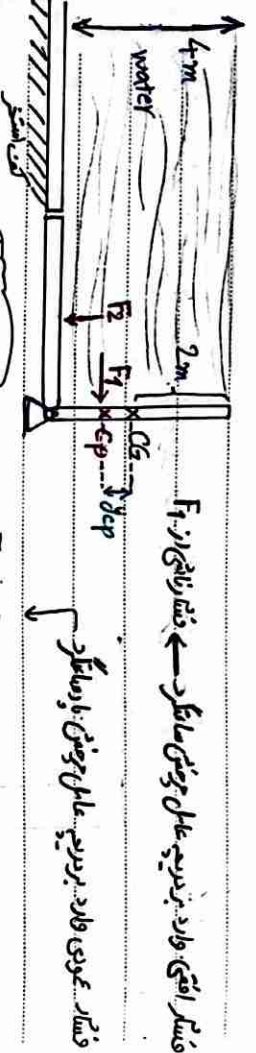
$$d_{CG} = \frac{-I_{xx} \sin \theta}{h_{CG} \times A} \rightarrow I_{xx} = \frac{1}{12} \times 1.2 \times 1^3 = \frac{1}{12} \times \sin 60 = 0.066$$

$$F_{\text{water}} = \gamma \cdot h_{CG} \cdot A \rightarrow 9790 \times h_{CG} \times 1.2 = 1174.8 h_{CG}$$

$$d_{CG} = \frac{-I_{xx} \sin 60}{h_{CG} \times A} = \frac{-0.0722}{h_{CG} \times 1.2} = -\frac{h_{CG}}{6}$$

مسئله چهارم درجه به شکل ۱ داریم که گوییم این پلانچه که در کف استخر قرار دارد ارتفاع

کتاب استخر ۴ متر است. ρ چقدر باشد تا درجه به شکل ۱ باشد؟



فشار افقی وارد بر درجه عامل چرخش ساعتگرد ← فشار ناشی از F_b

فشار عمودی وارد بر درجه عامل چرخش پادساعتگرد

فشار ناشی از F_g

$$F_1 = \gamma_w h_{CG} A \rightarrow 9790 \times 2 \times 4b = 78320b$$

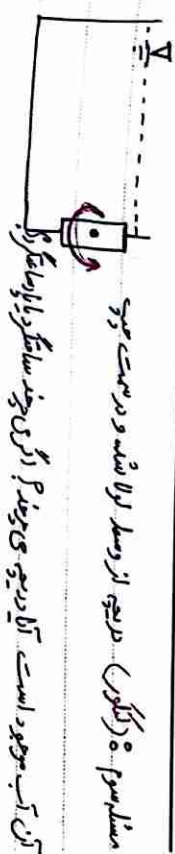
$$d_{CP} = \frac{-\frac{1}{12} \times 4^3 \times b}{2 \times (4 \times b)} = \frac{-16}{24} \rightarrow \frac{48}{24} - \frac{16}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

$$F_2 = \gamma_w h_{CB} A \rightarrow 9790 \times 2 \times b \times 4 = 19580b$$

$$M_1 = M_2 \rightarrow F_1 \times 1.3 = F_2 \times \frac{x}{2} \rightarrow 101816b = 9790x^2b$$

$$x^2 = 10.4 \rightarrow x = 3.22$$

مسئله سوم (رنگور) درجه از وسط لولای شده و در سمت چپ



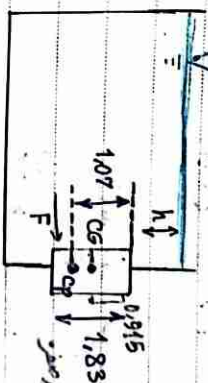
این آب موجود است آیا درجه می چرخد؟ اگر چرخد سائیکور یا پادسائیکور؟

اگر میخواهم درجه بچرخد برای موقعیت مورد لولای باید چکار کرد؟

لولای را به پایین می آوریم تا نیرو زیاد بماند و داری کوچکتر از واقع و داری بلند بالا دینور کم

فشار عمودی افقی شده و باز چرخد

سوال ۲. چقدر باشد تا درجه ثابت بماند؟



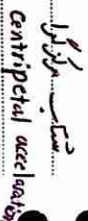
$$d_{CP} = 1.07 - 0.915 = \frac{-\frac{1}{12} \times 1.53 \times 0.937}{(0.715 + 1) \times (1.83)}$$

$$0.155(0.915 + h) = 0.249$$

$$\frac{0.155h}{0.155} = \frac{0.137}{0.155} \Rightarrow 0.88m \rightarrow 88cm$$

اگر ایطی را حصول بخوبی باشد، آب نبات درست زرد را می جویند، و آب نبات را در دهان کن به سمیت

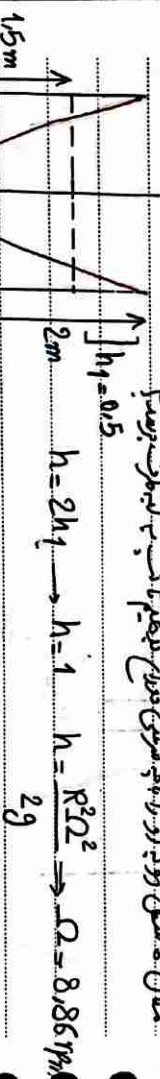
داخل کاپی یارود و جفتی از گویہ ها، هسته ها (مثل سحر)



[illegible]

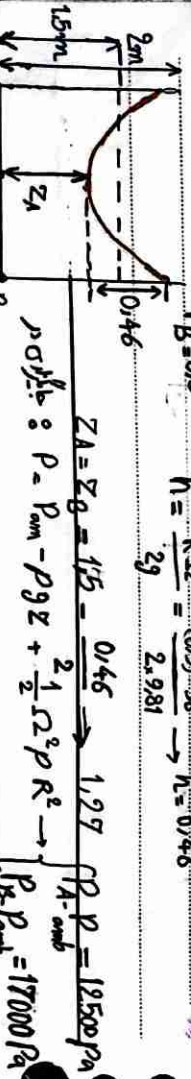
$$P_{(SE)} = P_a - P_g Z + \frac{1}{2} r^2 P \Omega^2$$

① مثال ۵ شکل: وزن روز را با یک مویچ دراز بدهیم تا یک سبب اینها ظرف برسد.



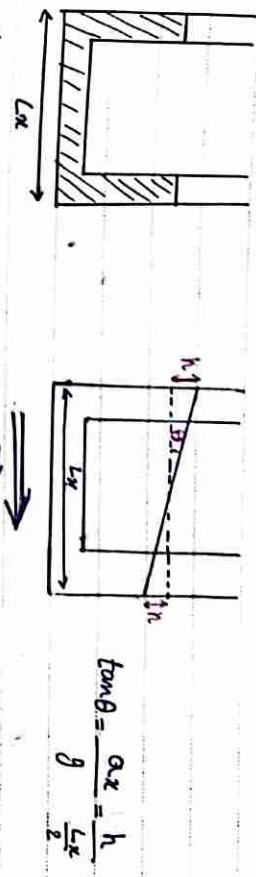
② سرعت زاویه‌ای نسبی $\Omega = 6 \frac{1}{60}$ در واحد $\frac{1}{\text{ثانیه}}$ و ω_A و ω_B در جهت A و B

$$h = \frac{R^2 \Omega^2}{2g} = \frac{(0.5)^2 \cdot 36}{2 \cdot 9.81} \rightarrow h = 0.46$$



نست کلور دیک مانویر دایم کہ صحت Hypostatic به شکل زیر است ، مانویر را ایک

تبدیلی در جهت و حرکت و وضع - مانومتر در حالت فشار دار میزن است.



* ملح ۸ (پونز) دانستن
مستجاب حرارت عمومی توپان با استناد از روادید مثلاً قی با توجه به θ و θ و عکس بر کرد

* اگر در لیوانی کہ تہ تن صوراخ است کی صیغہ از رحم لیوان بہ صورت تاگیانی آب برینیم و آب و قندم

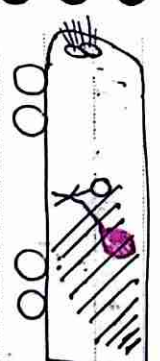
منه بالای حیوان مرده را ببرد هم از پایین بیاورد خارج شود ولی اگر ایوان را در دهین حالت برآورد چنانکه در کتاب الح و شفا

سبب داسٽه با احمد به دلیل تغییر فضا و نگاهانی آ-ب. مجوز نمی بریزد.

* نکته ۵. اگر باینکه درست کپیبرداری عوارض قابل دارد، راستن، مخلوطه عرفت کپیبرداری عوارضی افق

و در راسته و اما آن شش ب بحر خلود م رفت و هم در خان راسته ب تغییر می آید

مسئله ۵۰۱ یک بارانک خلیجی را داخل اتوبوس در دست دایره ای که اتوبوس تپان (توزی) کند. بارانک



لَا تُدْرِكُهُ الْأَبْصَارُ وَهُوَ يُدْرِكُ الْأَبْصَارَ وَهُوَ غَيْرُ مُدْرِكٍ

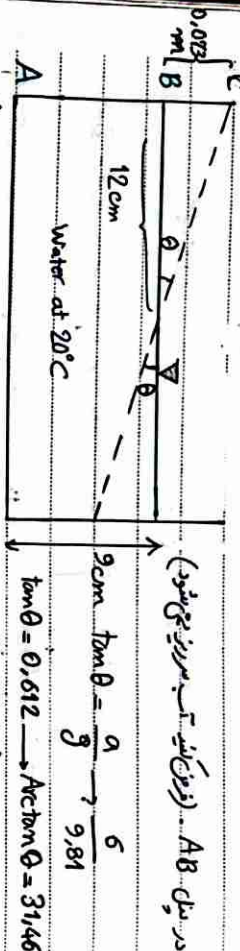
لا اريد ان اكتب عن نفسي

• دليل التفسير وقام على ما فخر له وفتحت الالهي

Subject:
Date:

112) (142) چرخش آب در شکل زیر عرض 12 cm دارد. اگر سطح آب به سمت راست باشد. چرخش آب در حرکت

معمول است. با شتاب 6 m/s^2 عاصبه آب (a) چرخش آب در وقت AB (b) نیروی فشار آب در



(a)

$$\tan 31.46 = \frac{B_c}{0.12} \rightarrow B_c = 0.073 \text{ m} = 7.3 \text{ cm}$$

$$AB = 9 + 7.3 = 16.3 \text{ cm}$$

$$P_{ce} = \rho g h_{ce} = 9790 \times \frac{16.3}{2} = 80000 \text{ N/m}^2 \quad (b)$$

$$A_{AB} = 16.3 \times 12 = 196.128 \text{ m}^2$$

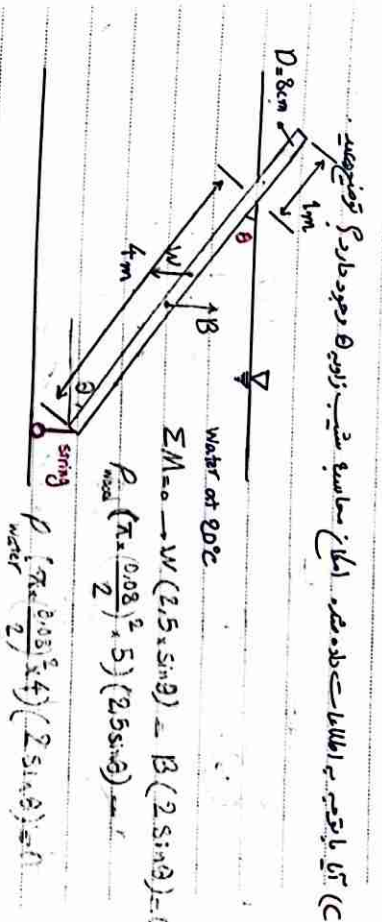
$$F_{AB} = P_{ce} \cdot A_{AB} \rightarrow 80000 \times 196.128 = 1.569 \times 10^7 \text{ N} = 15.69 \text{ MN}$$

PAPCO

Subject:
Date:

112) (112) یک جوی عسل به طول 5 m با یک شتاب به پایین حرکت می کند. سطح آب در آن چیست.

عاصبه آب (a) تنش طایف (b) شتاب جوی



$$\sin \theta (0.063 \text{ m}^2) = 0 \rightarrow \rho_{\text{water}} = \frac{39.92}{0.063} = 633.42$$

$$SG_{\text{water}} = \frac{633.42}{998} \rightarrow 0.635 = SG_{\text{water}} \quad (b)$$

$$F_x = B \cdot W \rightarrow 9790 \times \left(\pi \left(\frac{0.08}{2} \right)^2 \cdot 5 \right) = 6209 \text{ N} \quad (a)$$

$$195.8 - 155.2 = 40.6 \text{ N}$$

اطلاعات مربوط به وزن و جوی مستقل از آن هستند و از جایی که ساخته می شود می توان از طریق

این اطلاعات مقدار را پیدا کرد

PAPCO

108. یک گلوله آلومینیومی به قطر 7 cm و $SG = 2.7$ و یک گلوله برنجی با $SG = 8.5$ در مایه داخل

مایه غوطه ور هستند. چنانچه بایکدیگر در تماس هستند (A) اگر سیال آب 20 باشد قطر گلوله برنجی چه قدر است؟

گلوله آلومینیوم

(B) اگر قطر گلوله برنجی 3.8 cm باشد چنانچه سیال چه قدر غوطه ور بود $SG = \frac{\rho_{Al}}{\rho_w} \rightarrow 2.7 \times 998 = 2694.6$

(A) $SG = \frac{\rho_{Br}}{\rho_w} \rightarrow 8.5 \times 998 = 8483$ $\rho_{Br} = 8483$

$F = Vg(\rho_{Al} - \rho_w) = 1696.6$
 $\frac{4}{3} \pi \left(\frac{0.07}{2}\right)^3 \times 9.81 \times (2694.6 - 998)$

$F_{Al} = F_{Br} = Vg(\rho_{Br} - \rho_w)$

$3,468 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \times 9.81 (8483 - 998)$

$3,468 = 38446 D^3 \rightarrow D = 0.044 m \Rightarrow D = 4.4 cm$

(B) $F_{Al} = F_{Br} \rightarrow Vg(\rho_{Al} - \rho_{fluid}) = Vg(\rho_{Br} - \rho_{fluid})$

$\frac{V_{Al}}{V_{Br}} = \frac{\rho_{Br} - \rho_{fluid}}{\rho_{Al} - \rho_{fluid}} \Rightarrow \frac{0.035}{0.019} = \frac{8483 - x}{2694.6 - x} \rightarrow 8597 = \rho_{fluid}$

نتیجه سیال به احتمال زیاد آب شور یا دریا است چنانچه غوطه ور حدود 8960 است

PAPCO

1 mile

رابطه بین h_1 و h_2 :

حجم سیال قبل دوران $\leftarrow \pi R^2 L$
 حجم سیال بعد دوران $\leftarrow$ خود رسانی - حجم استوانه

$\pi R^2 L - \left[\pi R^2 \left(\frac{1}{2} h_1 + \frac{1}{2} h_2 \right) - \frac{1}{2} \pi R^2 (h_1 + h_2) \right] = 0$
 $h_1 - \frac{1}{2} h_1 - \frac{1}{2} h_2 = 0$
 $\frac{1}{2} h_1 = \frac{1}{2} h_2 \rightarrow h_1 = h_2$
 $h = 2h_1$

$A(r, z) = (R, h)$

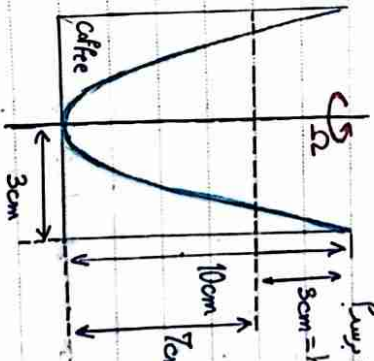
$\Rightarrow P(r, z) = P_a - \rho g z + \frac{1}{2} \Omega^2 r^2$ ρ = دشت سطح آزاد = دشت رانسنفر

$0 = 0 - \rho g h + \frac{1}{2} \Omega^2 R^2 \rho \Rightarrow h = \frac{R^2 \Omega^2}{2g}$

مثال) باجه سرعتی Ω فلز را میزنیم تا آب به لب برسد

$h = \frac{R^2 \Omega^2}{2g} \Rightarrow h = 6 cm$
 $h = \frac{R^2 \Omega^2}{2g} \Rightarrow 0.06 = \frac{0.03^2 \Omega^2}{2 \times 9.81}$

$\Omega \approx 36.2$



$\rho = 1010$
 after
 PAPCO

Rigid Body motion

سوال جوابات کے ساتھ

مطلوبہ علم فائز در سال اول

Kigid body motion حالت

سریت حرکت کی شرح و درجہ ان حالات سے وابستہ ہے کہ گیند کی رفتار (speed) اور سمت (direction) دونوں بدلتے رہیں۔


 A square with a shaded triangle in the top-left corner. The triangle has vertices at the top-left corner and the midpoints of the top and left sides. A vector $\vec{a}$ is shown below the square, pointing to the right.

$$\frac{dp}{ds} = -p_G = -p \sqrt{(g+az)^2 + a^2 x^2}$$

محل وقوع بنجانی، طابعی، 100m ارتفاع طراد و 50m داخل کنی، قوه ریفیتی، 60m قطر فضا، 60m است.

$\rho = 1016$ است
 این فضا را در شاقول قرار ده و با دست راست می برد
 $T_{\text{میان}} = T_{\text{محیط}}$

یا با توجه از المی، فضاها بر روی زمین؟
 $\vec{a} = 7 \frac{m}{s}$
 سرریز مسطح
 $\begin{cases} h > 3cm \\ h < 3cm \end{cases}$
 داخل فضا، باقی (است)

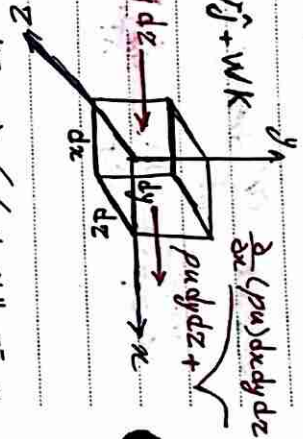
Arc tan $\theta = \frac{ax}{g+ax^2} = \frac{7}{9,81} \Rightarrow \theta = 35,5$ *درجه*

12) فشریح کر۔ A جہدِ لست

معادله conservation of mass: $\frac{d}{dt} \int \rho dV + \sum \dot{m}_{out} - \sum \dot{m}_{in} = 0$ * $\leftarrow$ معرزی شکرانی

معادله conservation of mass: * $\leftarrow$ معرزی دینامیکی

Control Volume	In	Out
x	$\rho u dy dz$	$\rho u dy dz + \frac{d}{dx}(\rho u) dx dy dz$
y	$\rho v dx dz$	$\rho v dx dz + \frac{d}{dy}(\rho v) dy dx dz$
z	$\rho w dx dy$	$\rho w dx dy + \frac{d}{dz}(\rho w) dz dx dy$



* وقتی المان خیلی کوچک باشد می توانیم از معادله جرم برای تمام جرم در آن استفاده کنیم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \left[\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz = 0$$

Acceleration in Fluid Mech.

در مکانیک جامدات جسم در هر لحظه در یک موقعیت قرار دارد و به تغییر سرعت آن در واحد زمان شتاب می گویند.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

اما در مکانیک سیالات ذرات ریزه وجود دارد که مسیر حرکت آن ها مختلف است. یعنی هم سرعت

و هم مکان (تابع زمان) است. جهت حرکت هم است

$$\vec{V} = V(t, x, y, z)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

* Chapter 4 : Differential Relations for a CV *

$$\frac{d}{dt} \int \rho dV + \sum \dot{m}_{out} - \sum \dot{m}_{in} = 0$$

در این فصل می خواهیم ببینیم که به مکانیک سیالات چیست؟

حالاتی های عصر امروزی برای حل سوالات سیالات چیست؟

در دانشگاه های بزرگ دنیا چه مسائلی را از اسناد سیالاتی حل می کنند؟

در این فصل از دیدگاه مایکروسکوپی به بررسی مسائل سیالات می پردازیم برای مثال:

شیب سازی جرایخ خفج در بزرگ و فضا راوردر بر قلب در بیومکانیک

جرایخ حول بال هواپیما و موتور و توربین و ... در هوا فضا

بررسی پرواز صیقل و شیب و ... در جابجایی

هم موارد بالا تحلیل های سیالاتی نیاز است و مهمت مکانیک سیالات بیشتر است.

$$F = ma \rightarrow \rho g - \nabla p + \frac{V \cdot F}{Vol} = \rho \frac{dV}{dt}$$

این به ما می‌دهد: $\frac{dV}{dt}$ عبارت از تغییرات در زمان است.

$$\rho g - \nabla p + \frac{V \cdot F}{Vol} = \rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

معادله ناویر-استوکس

معادله $\rho dV/dt$ به قدرت حرکتی است

معادلات عددی

Ansys Fluent

غیر چسبنده

با فرض $\mu = 0$ و سیال هوا باشد که از آن μ حذف می‌کنیم داریم:

$$-dp = \rho V dv \quad (\text{Euler})$$

معادله اولییر (Euler)

$$d \left(\rho + \rho \frac{V^2}{2} \right) = 0$$

با فرض $\rho = \text{const}$ داریم:

$$\rho + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{const} \quad (\text{Bernoulli})$$

معادله برنولی (Bernoulli)

معادله ناویر-استوکس کامل ترین معادله سیالات است که با فرض سیال عموماً یکنواخت و غیر چسبنده و بی‌جرم

به معادله اولییر تبدیل شده و ساده‌تر می‌شود. ما هم از این شرایط برای تغییر در شرایط معادله برنولی تبدیل

خواهیم شد

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z}$$

Local derivative

convection derivative

مشتق

مشتق در زمان

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

مشتق در زمان

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z}$$

مشتق در زمان

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$x: \frac{dV_F}{V_0} x = \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right]$$

$$y: \frac{dV_F}{V_0} y = \left[\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right]$$

$$z: \frac{dV_F}{V_0} z = \left[\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right]$$

لـ نیروی اصطکاک ناشی از تنش در جهت x و y و z

$$x: \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] = \rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

مولفه x معادله ناویر-استوکس

$$y: \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] = \rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right]$$

مولفه y معادله ناویر-استوکس

$$z: \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] = \rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

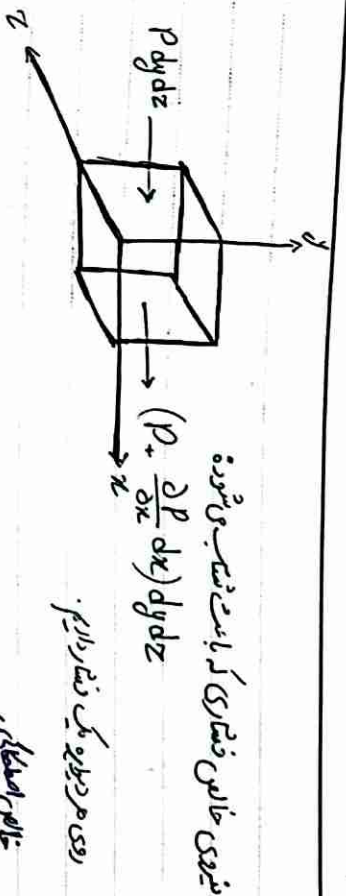
مولفه z معادله ناویر-استوکس

body force pressure
per Volume Force per Volume

viscose
Force per Volume

Surface force
per Volume

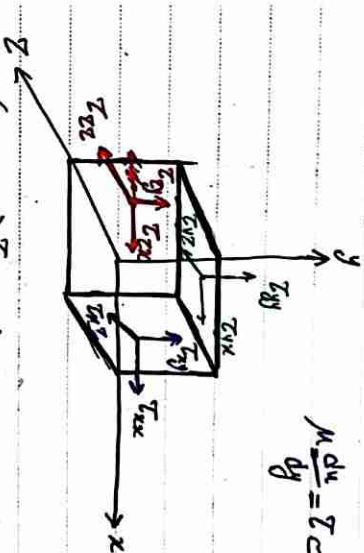
PAPCO



خالص اصطکاک
نیروی

$$\mu \frac{du}{dy} = \tau \text{ تنش است}$$

روی در دیواره سه تنش داریم



$$(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx) dy dz \quad (\tau_{yy} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} dy) dx dz$$

$$(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx) dy dz \quad (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy) dx dz$$

$$(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx) dy dz \quad (\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx) dy dz$$

$$(\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy) dx dz$$

$$(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz) dx dy$$

$$(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz) dx dy$$

PAPCO