



@JozvehElmos

(از ۱۱ سوال زیر به دلخواه به ۱۰ سوال پاسخ دهید)

(۱) به روش قیاسی ثابت کنید

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

(۲) فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله فیبوناچی باشد. به استقراء نشان دهید

$$\forall n \in \mathbb{N}, \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} \leq f_n \leq 2^n$$

(۳) الف) اعضای مجموعه $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\phi)))$ را مشخص کنید.ب) فرض کنید $\mathcal{R} = \{(a, 1), (2, b), (5, a), (4, s), (c, c), (e, 1), (3, 4)\}$. مطلوب است $\text{Dom}\mathcal{R}$ ، $\text{Im}\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}^{-1}$.(۴) فرض کنید A و B و C سه مجموعه باشند. نشان دهید

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) \quad \text{ب)} \quad (A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C \quad \text{الف)}$$

(۵) فرض کنید $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $\mathcal{P} = \{\{b\}, \{f\}, \{a, c\}, \{d, e\}\}$ یک افراز X باشد. رابطه هم ارزی متناظر با افراز $\mathcal{P}$ یعنی $\mathcal{E}_{\mathcal{P}}$ را مشخص کنید.(۶) فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ و $g: Y \rightarrow Z$ تابع باشند.الف) ثابت کنید اگر f و g یک به یک باشند آنگاه $g \circ f$ نیز یک به یک است.ب) ثابت کنید اگر $g \circ f$ یک به یک باشد آنگاه f نیز یک به یک است.

(۷) با ارائه مثال نقض نشان دهید گزاره‌های زیر نادرستند.

الف) اگر $A \subseteq B$ و $B \in C$ آنگاه $A \in C$.ب) اگر $f: X \rightarrow Y$ یک تابع باشد و $A \subseteq X$ آنگاه $f^{-1}(f(A)) = A$.(۸) فرض کنید $\mathcal{A} = \mathbb{N} - \{1\} = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$ و $\mathcal{B} = \{2, 4, 24, 48\}$ و $\mathcal{C} = \{3, 6, 8, 9, 12\}$.الف) نشان دهید $\mathcal{A}$ همراه با رابطه عاد کردن " $|$ " یک مجموعه مرتب جزئی است.ب) عضوهای ماکزیمال و مینیمال مجموعه‌های $\mathcal{B}$ و $\mathcal{C}$ را مشخص کنید. (نسبت به رابطه عاد کردن)ج) $\inf \mathcal{B}$ ، $\sup \mathcal{B}$ ، $\min \mathcal{B}$ ، $\max \mathcal{B}$ ، $\inf \mathcal{C}$ و $\sup \mathcal{C}$ را در صورت وجود بدست آورید.

(۹) نشان دهید مجموعه اعداد صحیح شماراست.

(۱۰) با ارائه یک تابع دوسویی نشان دهید $[1, 2] \simeq [3, 5]$.(۱۱) نشان دهید $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ و $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$.

موفق باشید