

جزوه

برنامه ریزی ریاضی

تهیه:
دکتر علی شهنوازی

تحلیل داده تبریز
میرداماد، خیابان محراب
۰۹۱۴۴۱۶۳۸۶۰، ۳۳۸۳۰۴۷۷

تعریف از علم اقتصاد:

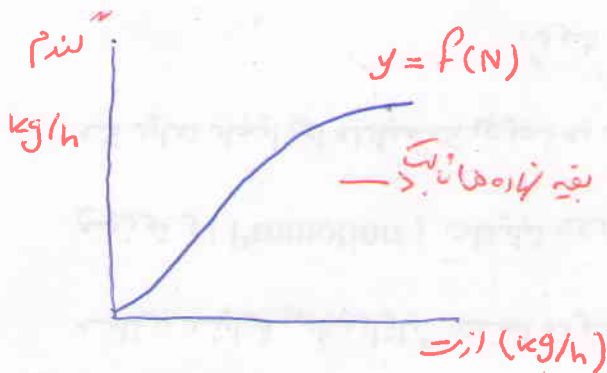
تخصیص بهینه منابع تولیدی محدودکننده در یک دوره خاص (ایست) یا چندین دوره متوالی به هم مرتبط (دینامیک) به منظور تولید محصولات جهت تأمین نیازهای نامحدود بشر.

بدون مفهوم اقتصادی برنامه ریزی ریاضی (خطی، غیرخطی، ریکت و...) معنی ندارد، لذا یک مدل از هم باید اقتصاددان باشد و هم مفاهیم مختلف اقتصادی (اقتصادهایارین Normative Economics) و اقتصاد اثباتی (Positive economics) را داشته باشد تا بتواند در فرموله کردن مدل‌های ریاضی و نتیجه‌گیری‌های آن توسعه اقتصادی مناسب ارائه دهد.

اقتصادهایارین چیست؟ اقتصاد اثباتی چیست؟

مفهوم اقتصاد اثباتی از آنچه هست و وجود دارد صحبت می‌کند و مدل‌سازی نمی‌تواند قضاوت‌های کیفی را تحمل کند، بلکه آنچه اطلاعات و آمار موجود بیان می‌کند بر آن مبنا می‌تواند تصمیم‌گیری بهینه را بیان کند. اطلاعات دیگر نیز فراهم می‌گردد، رفتار و اهدافی تولیدی در زمان‌های گذشته است.

مثال: یک تابع تولید



تولید فیزیکی با مفهوم اقتصادی همراه نیست. فقط نامیه ۲ اقتصادی است. در این نامیه است که یک مدل را با توجه به اطلاعات مربوط به هزینه‌های ساخت تولید (نهاده‌ها) و اطلاعات مربوط به عملکرد در هنگام و قیمت بازاری فروش محصول می‌تواند تصمیم اقتصادی بگیرد. اگر چه نامیه ۲ تولیدی ممکن است، فقط یک نقطه وجود دارد که در شرایط

موجود حداکثر سود ناخالص موجود می آید:

$$MR = P \geq MC$$

اقتصاد هتارین:

این که اولاً اطلاعات و آمار مربوط به سیستم تولید ناقص است و همه آنها وجود ندارند، مدل ز می تواند با کند و کاش در درس این اطلاعات حداکثر سود را پیشنهاد کند و قیمت تحف خود را در آن جهت ای ل کند. این اتفاق از آنجایی که باید باشد صحبت می کند بر این مبنا مدل های برنامه ریزی مفهومی واقعی خود را ارائه می دهند.

مرافق داخلی است سود نیاز مدل ز:

وضعیت موجود (تیب واحد زراعی، داس ۱۰۰۰) می تواند در نیروی انسانی، آب، کود، ... که منابع تولیدی محدود کننده را بیان می کنند همچون محصول مانند گندم، جو، سویا ... مقدار تولید این محصولات با توجه به اطلاعات کارشناسان و زراعی قابل پیش بینی است، مثل اینکه هر هکتار گندم در تیب فصل کشت ۴ تن گندم می دهد، تیب هکتار گندم مقدار معینی کود، سم، آب، ماشین است و ... مورد نیاز دارد.

در مرحله بعدی میزان فروش این محصولات مهم است. در شرایط حاضر هر چه گندم تولید می شود توسط وزارت چادک و نهی خریداری می شود. مقدار خاص از سویا توسط بازار (واحد های بر سه گفته سوء، تولیدی تیب دوت) قابل فروش است. یا مقدار چغندر قند به حسب فرایند کار فنی با فرآورده است.

قطعی بودن فروش محصولات به هر چه تولید و فروخته شود مثبت است.

$$\begin{array}{lll} X_1 = \text{هکتار زمین} & X_r = \text{هکتار چوب} & X_c = \text{هکتار سبزی} \\ = 20 \text{ ha} & = 5 \text{ ha} & = 5 \text{ ha} \end{array}$$

$$\pi = \pi_1 X_1 + \pi_r X_r + \pi_c X_c$$

$$\pi = (P_1 - C_1) X_1 + (P_r - C_r) X_r + (P_c - C_c) X_c$$

$\uparrow$
P₁

Optimum solution سودآوری مطلوب!

$$\text{Max } \pi = \pi_1 X_1 + \pi_r X_r + \dots + \pi_n X_n$$

متغیرهای تصمیم در برنامه ریزی

$$X_1 + X_r + X_c \leq b_1 \quad \text{هکتار زمین آبی}$$

$$a_{11} X_1 + a_{1r} X_r + \dots + a_{1n} X_n \leq b_1 \quad \text{ساعت ماشین آبی}$$

(۱۰۰ هکتار)

به وضعیت موجود، مدل اولیه می‌گویند، یعنی آنچه در یک واحد زراعی در مورد میزان سطح زیر کشت محصولات اتفاق می‌افتد یا آنچه زارع در زمانی آن تصمیم گرفته است.

$$\pi = \pi_1 X_1 + \pi_2 X_2$$

مدل زایع تقسیم کنند X_1 و X_2
به مقدار در تعیین کرده گرفته است.

$$s.t \quad X_1 \leq 5$$

$$X_1 \geq 2$$

$$X_2 \leq 8$$

$$X_2 \geq 2$$

- اصل رقابت پذیری در مدل های برنامه ریزی!

در مدل های برنامه ریزی خطی بین محصولات X_1 ، X_2 ، ... بر سر راه ها باید
همزمان رقابت باشد. مدل زمین می تواند به X_1 ، X_2 ، X_3 یا ترکیبی از آنها
اختصاص یابد.

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

$$X_3 \geq 0$$

هزینه فرصت در بحث مزیت نسبی مطرح می شود.

ساختار مدل برنامه ریزی خطی:

$$\text{Max} \quad \pi = \pi_1 \cdot X_1 + \pi_2 \cdot X_2 + \dots + \pi_n \cdot X_n$$

$$s.t \quad a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

⋮

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

محدودیت های کلی

↑

مقادیر سمت راستی یا میزان منابع های محدود موجود

که این مدل بصورت ماتریس قابل توفی است:

$$\text{Max } [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

S.t.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{RHS} \\ \text{Right hand Side} \end{array}$$

↑
ماتریس فرایبانی تولیدی
↑
بردار متغیر
↑
بردار منابع تولیدی
تقسیم به فعالیت‌ها
مقدور نشده

مثال: یک مدل داده حداکثر سازی

$$\text{Max } \pi = 18x_1 + 20x_2$$

$$\text{S.t. } x_1 + x_2 \leq 120 \quad \text{هکتار زمین اقلیم با بهرکت گندم}$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 320 \quad \text{میت که ماشین}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

تابع هدف جمع درآمدهای خالص حاصل از کشت محصولات در یک دوره خاص

$$\pi = TR - TVC$$

↑
هزینه متغیر

هزینه‌های ثابت یک بار برداشت می‌شوند و در تابع بهینه وارد نمی‌شوند ولی هزینه‌های متغیر به ازای هر هکتار تغییر می‌کنند.

X_1 ۱۸ سهم سود ناخالص کُت گندم است و این سهم خفنی است، پس تابع هدف خفنی است. یک حالت دیگر خفنی بودن این است که مقدار سود ناخالص هر هکتار محصول گندم و جو با افزایش مقدار تولید X_1 و X_2 ثابت می ماند.

با توجه به علم اقتصاد هر چه میزان تولید یا عرضه یک محصول در یک بازار افزایش یابد، در بازار رقابتی، قیمت آن محصول می بایستی کاهش یابد. به عبارت دیگر مقدار X_1 و X_2 در مثال، مقداری محدود با توجه به یک تابع تقاضا می باشند.

سهم تولید X_1 و X_2 خفنی است

اگر $X_1 = 0 \leftarrow X_2 = 80$ و اگر $X_2 = 0 \leftarrow X_1 = 160$

- کیفیت نهاده های موجود تغییر نمی کند

توصیف مدل:

زارعی در یک ناحیه مساحتی که به کشت دو محصول گندم و جو مشغول است. این زارع دارای ۱۲۰ هکتار زمین زراعی آبی است که می تواند به کشت دو محصول این کفویت اختصاص دهد. در این فرایند بعد از زمین زراعی مقدار ساعات کارماشینی، نهاده محدودکننده به فب می آید و سایر منابع تولیدی (مثل آب...) به مقدار کافی موجود است. در صورتی که می بایست نشان می دهد هر هکتار از محصولات گندم و جو به ترتیب ۱۸ و ۲۰ واحد بومی سود ناخالص در یک دوره تولیدی ایجاد می کنند. براساس اطلاعات به دست آمده زراعی هر هکتار محصول گندم و جو به ترتیب به ۲ و ۴ ساعت کار ماشینی نیاز دارند (همان میزان فنی تولید). وقتی واحد اندازه گیری هکتار باشد معمولاً فرایب فنی محصولات یک است.

مانده فوق را طوری خرسوله كنند كه به بزرگترین سود ناخالص می رسد.

Optimum حد اکثر سود

Sub optimum شبه سود

یکی از ارکان اصلی کاربرد برنامه ریزی خطی و غیر خطی وجود رقابت میان محصولات برای استفاده از تارهای محدود شده است. این رقابت پذیری در تقویم محلیات زمانی واحد موجود می باشد.

Rotation یا تناوب هم مهم است که تفکیک رقابت پذیری را بین محصولات سفی میسرند.

$$X_1 + X_2 - X_3 - X_4 = 0$$

سویا ذرت جو گندم

Sequencing Dynamic Linear Programing

برنامه ریزی خطی پویای ترتیبی مربوط به تناوب می شود.

در مدل اول گندم و جو در ابتدا درخت رسوای رقابت نمی کنند. پس اصول برنامه ریزی ریاضی کاربرد ندارد.

۱- رقابت پذیری

۲- چندین محصول

۳- محدودیت منابع تولیدی

شرایط و فرضیات مدل های برنامه ریزی خطی

۱- یک مدل برنامه ریزی خطی است وقتی وجود خارجی خواهد داشت که در مدل زیر کما باشد

الف - تعداد محدودیت ها برابر با تعداد متغیرهای تقسیم نیست ($m \neq n$) و بنابراین ماتریس

فرایب فنی دارای رتبه کامل نیست ماتریس مربع Full rank

ب - وجود محدودیت های کمتر یا بیشتر Inequality Consterant

خصایات اساس مسائل برنامه ریزی

۱- خاصیت جمع پذیری منابع و فعالیت ها: (مسئله های تعمیم یا آنچه تولید یا خریداری می شود)

خاصیت جمع پذیری یعنی اینکه جمع منابع مورد استفاده توسط فعالیت های مختلف با هم برابر با مقدار این منابع باشد.

۲- خطی بودن تابع هدف

در صورتیکه تابع هدف خطی نباشد ما نمی توانیم از این روش استفاده کنیم. یعنی اگر تابع بخواند تمامی تولید خود را گرفته کند، بنا بر این باید که هدفش قیمت محصول برود. P است. بنابراین اثری از تابع هدف وجود ندارد.

اگر تابع هدف از نوع درجه دوم باشد $Quadratic Programming$ در دست می آید

در آنجا نیز حل مسائل به در روش یک LP دیگری غیر خطی انجام می گردد

۳- خاصیت غیر منفی بودن مسئله های تعمیم

$x_i \geq 0$ تولید منفی در اقتصاد نداریم

۴- خاصیت بخش پذیری فعالیت ها و منابع

بر اساس این فرض به خوبی معلوم است که منابع و فعالیت های مدل می توانند به صورت

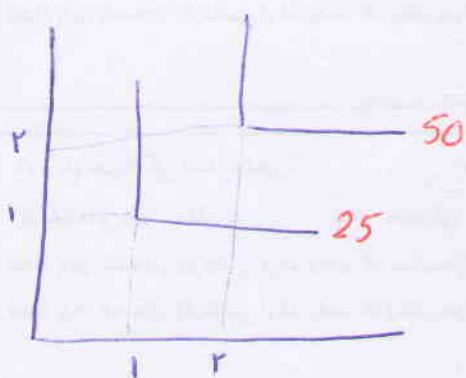
اعداد صحیح باشند.

۵- محدودیت های فعالیت ها و منابع ما از نظر موجودیت مقدار مشخص است

Finiteness

۶- نسبت های مجموع فعالیت ها و منابع یا به اصطلاح Constant Return to scale می باشد.

این فرض به ما می گوید که نوعی رابطه خطی بین فعالیت ها و منابع وجود دارد، در صورتی که بخواهیم مقدار تولید را دو برابر کنیم، مجبوریم مقدار منابع را نیز دو برابر کنیم. به عنوان مثال اگر ما نیاز به یک هکتار زمین، یک دستگاه کاشت و یک کیلوگرم بذر و سه کیلوگرم کود شیمیایی و ده هزار لیتر آب برای تولید ۲۵ تن گندم داشته باشیم، در این صورت اگر خواستیم ۵۰ تن تولید کنیم باید ۵۰ تن بذر، یک دستگاه کاشت تمام هزاره های مذکور را دو برابر کنیم.



Constant Return to scale

Stepwise Isoquant حاصل یک نردباز

۷- ارزش یک مقدار یک نوع هدف، فرایند تولید و مقدار منابع a, b, p

کمتری قابل به دست آمدن است که اگر غیر از این باشد ما در مدل های برنامه ریزی

لغتی Stochastic یعنی برای اشیاء که بیان می آید

نوع تابع تولیدی که برنامه ریزی خطی استفاده می شود از نوع تابع تولید لیونیف

Fixed Proportion Production Function و از خصوصیات آن Constant Return to Scale

است. که به صورت $Y = \min(a_1 X_1, a_2 X_2)$ می باشد.



no input substitution

جابجایی نماره ها اندک ندارد

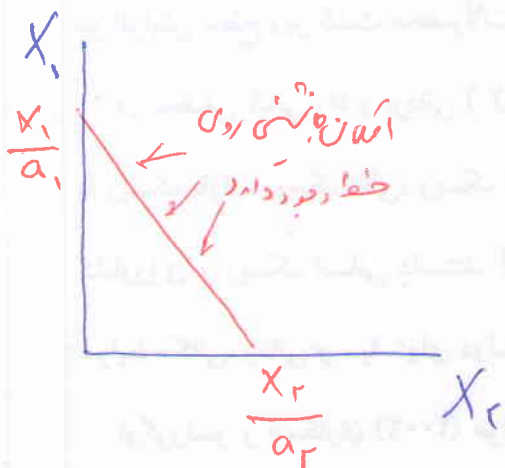
linear p.f

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2$$

Constant Return to Scale

$$a_1(kX_1) + a_2(kX_2) = k(a_1 X_1 + a_2 X_2)$$

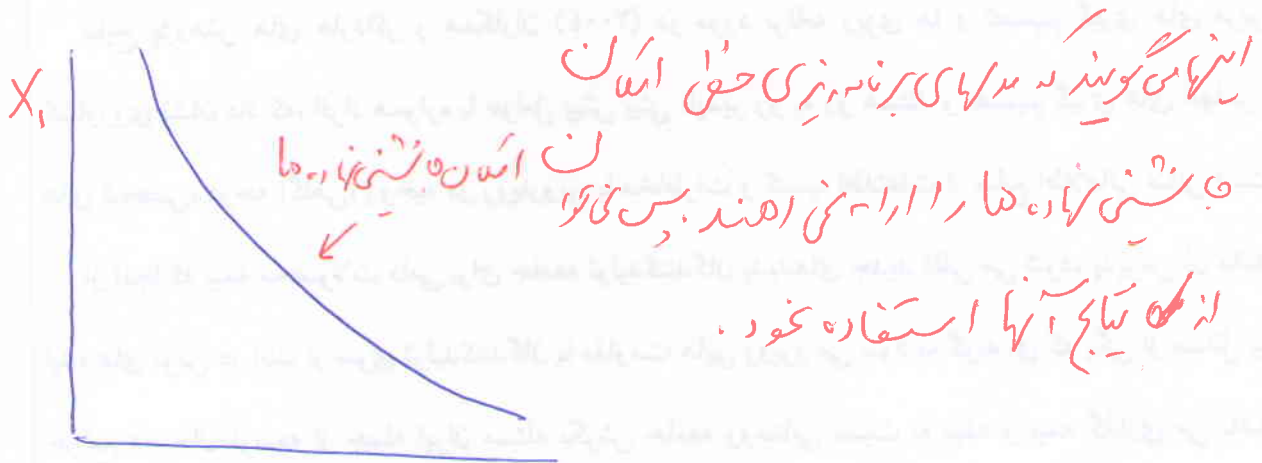
↑
اندک جابجایی نماره ها است.



طرفداران اقتصاد متوالیست! چون به نوعی از تابع تولید پیوسته و فشرده

(با دوره مستقیم) سروکار دارند که در آن اندک جابجایی نماره های تولید

مجاز است.



X_2

مفهوم $Y = \min(a_1 X_1, a_2 X_2)$ این است که

$$Y = \min\left(\underset{4}{2 X_2}, \underset{9}{3 X_1}\right)$$

$$a_1 = 2 \quad X_1 = 2$$

$$a_2 = 3 \quad X_2 = 3$$

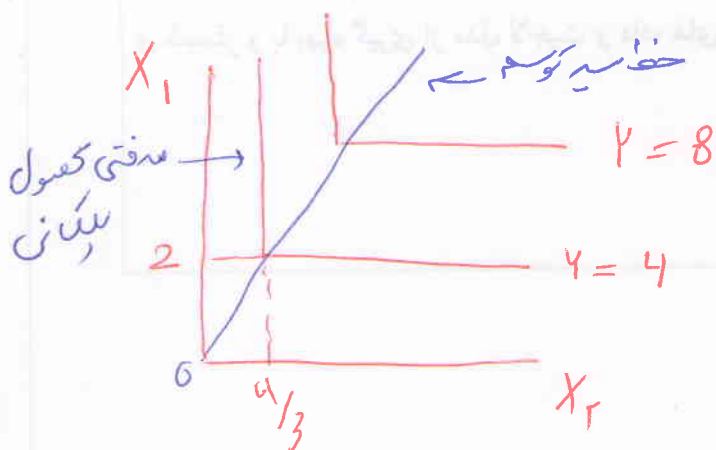
در کل ترکیب و عدد باشد =

$$3 - \frac{4}{3}$$

مازاد استفاده از $X_2 =$

مقدار X_2 می تواند برابر $\frac{4}{3}$ باشد!

$$Y = \min\left(2 X_2, 3 \times \frac{4}{3}\right)$$



اطلاعات تابع تولید لیونتیف از یک به دست می آید؟

این اطلاعات از Budgeting به دست می آید که تحت هزینه های متغیر حرکت کند.

از کمبود وقت می بهره شود. در آنکه های ناقص حرکت می کند.

حد درستی منابع تولیدی برآورد می گردد.
و نیازهای هر مرحله، کمبود تولیدی

سود ناقص در حرکت

$$\text{Max } 40X_1 + 30X_2$$

$$\text{s.t. } X_1 + X_2 \leq 120$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 320$$

حرف اطلاعات به هم ای زیر فراهم است

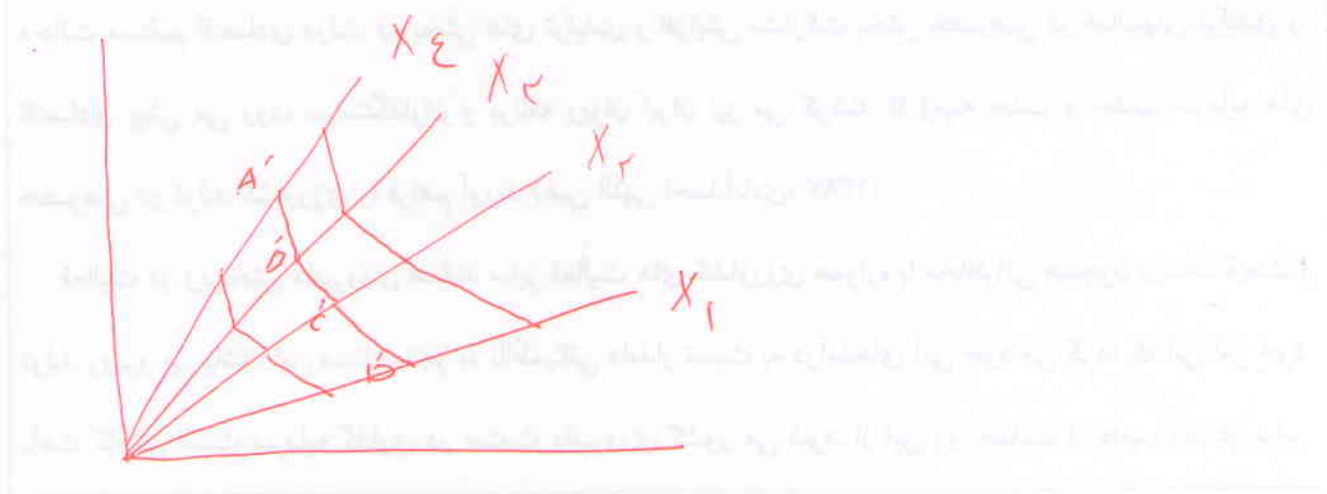
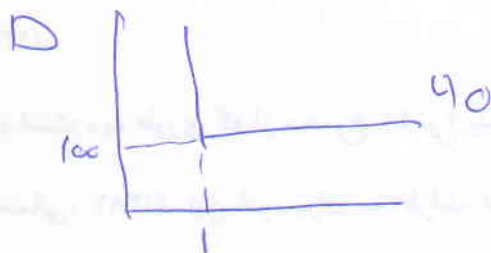
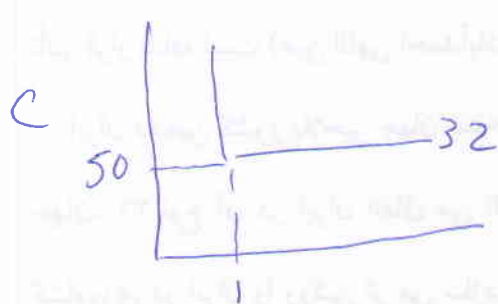
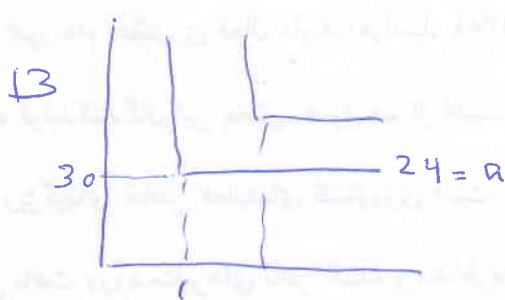
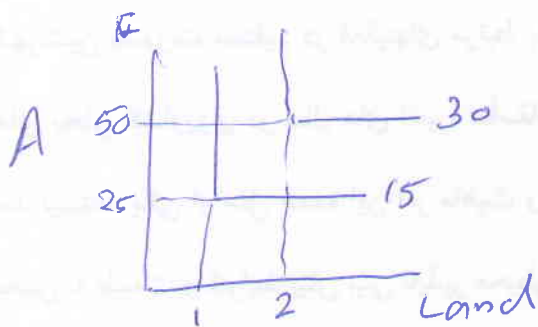
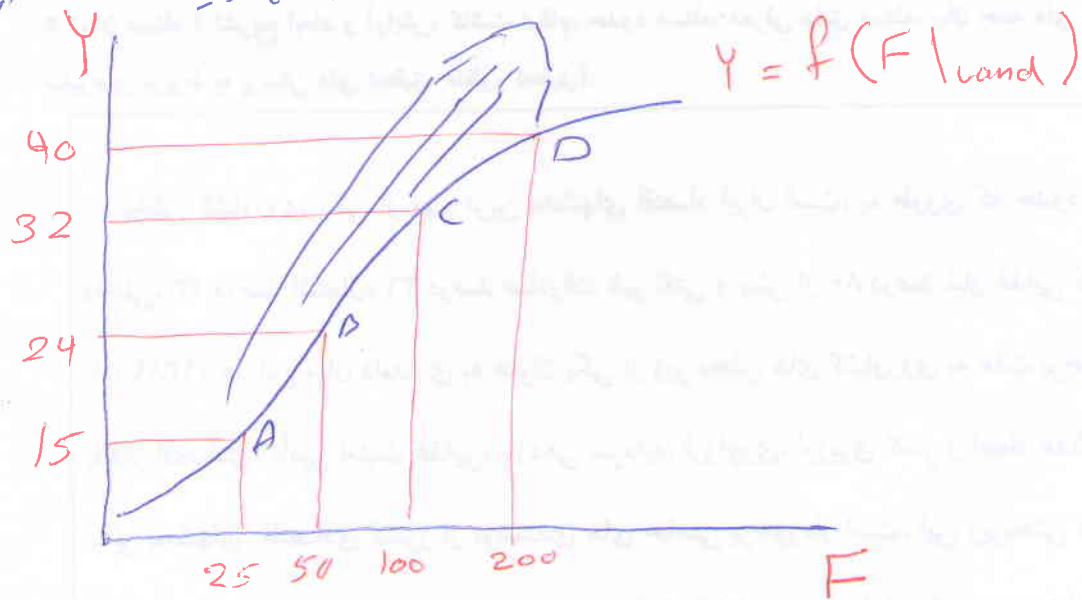
Inputs	کمبود		کی مقدار نهاده
	Y_1	Y_2	
X_1	3	2	36
X_2	1	2	30
X_3	3	1	30

$$Y_1 = \min(3X_1, 1X_2, 3X_3)$$

$$Y_2 = \min(2X_1, 2X_2, 1X_3)$$

مسئله

فقط در نقطه برخوردی تابع تولید و تابع هزینه امکان دارد که این از این آزمون



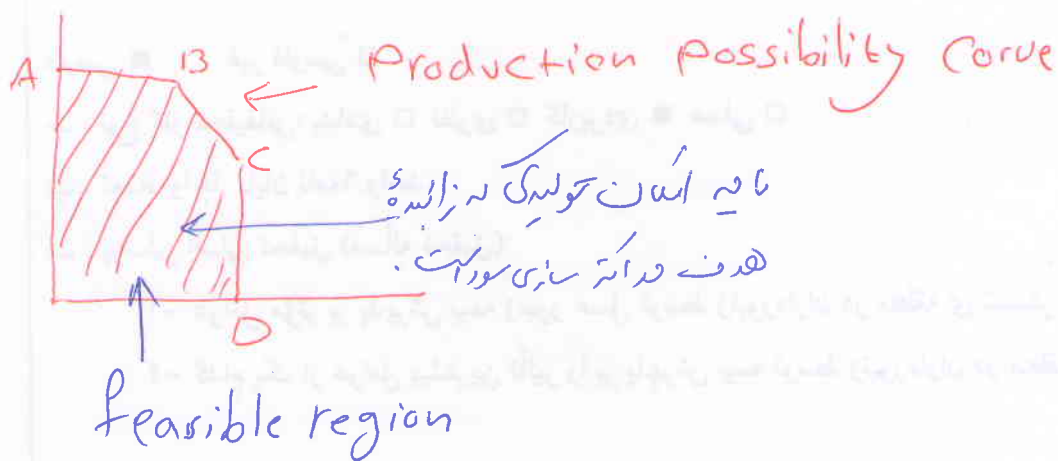
با ایدر بی نهایت سخن های محصول کین می توان حد اکثر سود را تعیین کرد
 که در آن با توجه به فرایب و به هدف و محدودیت ها که در آن کین از نقاط
 A', B', C, D انتخاب خواهند شد در واقع جابجایی نهاده ها را انجام
 می کنند.

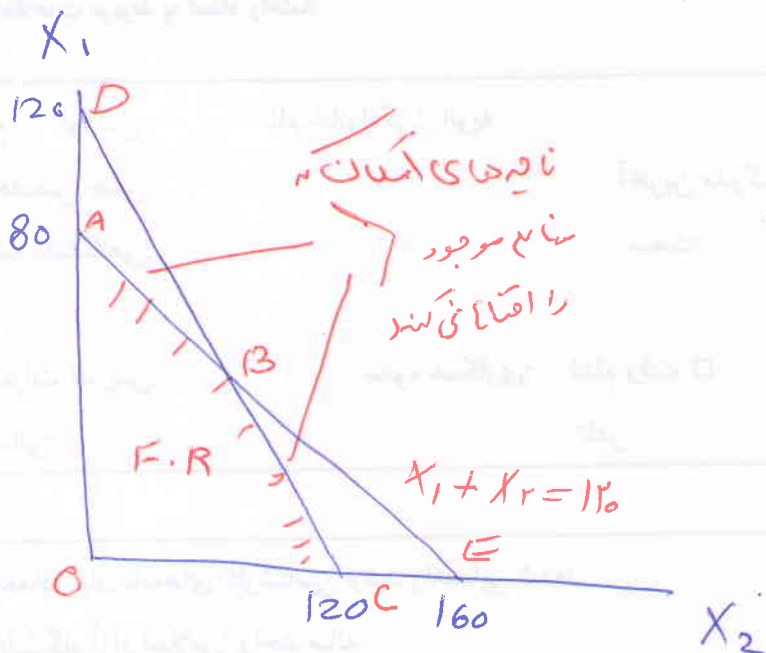
حل مسائل برنامه ریزی خطی:

دور روش وجود دارد الف - روش سیمپلکس

ب - روش گری

راه حل گری که نقاط (راه حل های پایه ای) را می تواند و سپس با بررسی به
 سودایی از آن نقاط را انتخاب می کند. توجه: بعضی از آن نقاط از توان
 استفاده از منابع تولیدی ممکن نباشند.





ABC سیمای حل نه

ODBE روش فیری

در روش سیمای حل نه
نقطه از نقاط گوشه ای سیمای

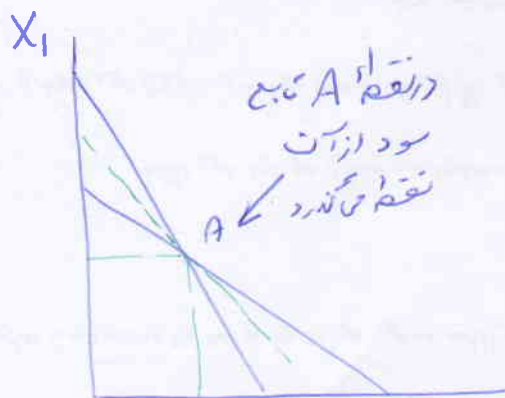
روش سوم! روش است که kamakan ابداع کرده و به صورت زیر است.

الف - تعیین تعداد راه حل های بار بار = 6

نقطه گوشه ای	توابع تعیین کشته	عملی بودن یا نبودن	تحلیل فیری
(0, 0)	$X_1 = 0$ $X_2 = 0$	عملی	0
(0, 120)	$X_1 = 0$ $X_1 + X_2 = 120$	عملی	2400
(0, 40)	$X_1 = 0$ $2X_1 + 3X_2 = 120$	عملی نه	-
(120, 0)	$X_2 = 0$ $X_1 + X_2 = 120$	عملی نه	-
(40, 0)	$X_2 = 0$ $2X_1 + 3X_2 = 120$	عملی	2200
(40, 80)	$X_1 + X_2 = 120$ $2X_1 + 3X_2 = 120$	عملی	4000

$$X_1 = 40, X_2 = 80 \Rightarrow \pi = 4000$$

نقش تابع هدف در مدل!



$$X_1 + X_2 = 120$$

$$4X_1 + 2X_2 = 320$$

$$\pi = 4000 = 40X_1 + 30X_2$$

وقتی شیب تابع هدف با شیب

باید محدودیت ها برابر باشد فقط

یک حل بهینه وجود دارد. unique optimal Solution

$$\pi = 40X_1 + 30X_2$$

$$4000 = 40X_1 + 30X_2$$

$$40X_1 = 4000 - 30X_2$$

$$X_1 = \frac{4000}{40} - \frac{30}{40}X_2 \quad \leftarrow \text{iso revenue}$$

وقتی شیب تابع هدف با شیب یکی از محدودیت ها برابر باشد در آن صورت، حل بهینه

مندوبانه خواهیم داشت Multiple optimal solutions

$$\text{Max } 40X_1 + 30X_2$$

$$\text{s.t. } X_1 + X_2 \leq 120 \rightarrow$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 320$$

هم شیب و برآیند متفاوت می باشند.

$$\text{Max } 40X_1 + 40X_2$$

$$X_1 = \frac{\pi}{40} - 1X_2$$

$$X_1 + X_2 = 120$$

$$X_1 = 120 - X_2$$

$$\min \sum c_j x_j$$

$$s.t \sum a_{ij} x_j \geq b_i$$

این نوع مدل‌ها بیشتر برای تعیین ترکیب بهینهٔ نهاده‌های مورد استفاده برای تولید محصولات خاص به کار برده می‌شوند. مثلاً ترکیب چند نهاده شیمیایی (مخلوط) برای تولید چند کود شیمیایی، ترکیب چندین اقدام تدابیری دام‌ها به منظور تامین حداقل، حداکثر، زیر یا بیش از مقدار مشخصی (۱۰۰۰۰)

هیچوقت برای زمانی که حداکثر سازی سود یا خالص صواب است استفاده نمی‌شود.

مثلاً حداقل سازی هزینه‌های متغیر تولید (Xها) وقتی اطلاعات واکار در آنکه‌های نافع هر یک از محصولات در دست است. زیرا که اصل فریت شبیه رعایت نمی‌شود.

$$\pi = (R_1 - c_1) X_1 + (R_2 - c_2) X_2$$

$$s.t \quad a_{11} X_1 + a_{12} X_2 \leq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 \leq b_2$$

$$X_i \geq 0$$

$$\pi = (R_1 X_1 + R_2 X_2) - (C_1 X_1 + C_2 X_2)$$

$$\min \quad C_1 X_1 + C_2 X_2$$

$$s.t \quad a_{11} X_1 + a_{12} X_2 \geq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 \geq b_2$$

زیرا باستی همزمان مقدار عملکردهای محصولات و هزینه‌های متغیر تولیدی با هم مقایسه شوند، در غیر این صورت یک محصول ممکن است نسبت به محصول دیگر دارای هزینه متغیر تولیدی کمتری باشد (از من قبول شدن در مدل به عنوان بهینه و بعد داده‌ها) و می‌تواند محصول دیگر را عملکرد در هر یک از بسیار با آن نسبت به محصول قبلی باشد به قوی‌تر $(R_i - C_i)$ زیاد باشد.

$$\begin{aligned} \min \quad & X_1 + X_2 && \text{- مدل مذکور را رسم و ناحیه امکان را} \\ \text{st} \quad & X_1 + X_2 \geq 10 && \text{من و دهد.} \\ & 3X_1 + X_2 \geq 15 && \text{- کمترین هزینه (بره) در مدل فوق‌الحدت} \\ & X_1 + 6X_2 \geq 15 && \text{شماره است؟} \\ & X_i \geq 0 \end{aligned}$$

- فقط یک منبع افزایش یا کاهش یا هر دو از طریق WinQSB بر روی قابل چاپ است

- در این منبع به صورت همزمان تغییرات را می توان تعیین نمود بهینه تغییر می دهد

قانون صد درصد

تغییرات P_1 یا P_2 یا P_{x_i} ها یا هزینه های متغیر تولید

اگر این تغییرات در محدوده تغییرات مجاز باشد صرفاً مقدار سودآوری یا هزینه ها تغییر می کند و ترکیب بهینه کت قبل تغییر نمی کند.

این قانون برای تغییرات همزمان قیمت ها و منابع با هم صادق است. فقط تغییرات

همزمان P_{x_i} یا b_{x_i}

100% درصد قیمت محصول $P_1 + \dots +$ درصد تغییرات قیمت محصول 1

اگر این تساوی برقرار بود در این صورت ترکیب بهینه پس از تغییر در این مجموعه نزدیکتر از بهینه بود و تغییرات محقق می شود و نیاز به تغییر در مدل دارد.

برای انجام قانون صد درصد اطلاعات زیر لازم است:

۱- رانته مدل مورد نظر و بررسی قیمت های پایه

۲- تعیین میزان افزایش یا کاهش مجاز قیمت ها ~~محصولات~~ یا نهاده ها

۳- محاسبه میزان درصد تغییرات مورد نظر

مثال ۲

مثال ۲

$$\text{Max } 10X_1 + 9X_2$$

s.t.

$$0.7X_1 + 1X_2 \leq 630$$

$$0.5X_1 + 0.833X_2 \leq 600$$

$$X_1 + 0.6667X_2 \leq 700$$

رسم محدودیت ندارد
 $X_1 \geq 0$

$$\Pi_c = 7667.994$$

$$X_1 = 339.998$$

$$X_2 = 252.00109$$

$$S_1 = 0 \quad \lambda_1 = 4.3749$$

$$S_2 = 128 \quad \lambda_2 = 0$$

$$S_3 = 0 \quad \lambda_3 = 93753$$

$$S_4 = 17.99987 \quad \lambda_4 = 0$$

میزان افزایش مجاز:

$$10 - 3.7 \leq P_{x_1} \leq 10 + 3.499$$

$$9 - 2.33 \leq P_{x_2} \leq 9 + 5.28$$

$$630 - 134.4 \leq b_1 \leq 630 + 52.36$$

$$700 - 127.9 \leq b_2 \leq 700 + 192$$

اگر P_{x_1} به اندازه ۳ واحد افزایش یابد، میزان P_{x_2} باید و چقدر کاهش یابد؟

تاثیر آن بر سود چیست؟

$$\frac{13 - 10}{3.5} \times 100 = 85.7\%$$

$$85.7 + 42.8 = 128.5 > 100$$

$$\frac{9 - 8}{2.33} \times 100 = 42.8\%$$

نتیجه: افزایش هزینه و کاهش قسری مدتها به علت اینکه مجموع آنها بیش از صد درصد است
 ترکیب بهانه محمولات و انتریمی ده

مشکلات فزصول بندی مدل های LP

۱- عدم امکان تولید یا Infeasibility

وقتی یک یا چند محدودیت سیستم تولید اقطاع نشود.

$$\text{Max } 40X_1 + 30X_2$$

s.t

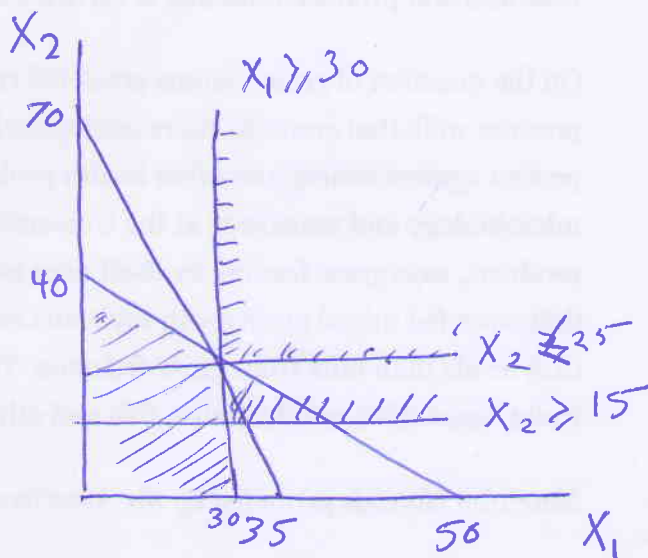
$$4X_1 + 5X_2 \leq 200$$

$$X_2 \leq 25$$

$$6X_1 + 3X_2 \leq 210$$

$$X_1 \geq 30$$

$$X_2 \geq 15$$



نقطه ای که امکان تولید دارد.

در نقطه

$$4X_1 + 5X_2 = 4(30) + 5(15) = 195 \leq 200 \quad \checkmark$$

$$X_1 \geq 30$$

$$X_2 \leq 25 \quad 15 \leq 25 \quad \checkmark$$

$$X_2 \geq 15$$

$$6X_1 + 3X_2 = 6(30) + 3(15) = 180 + 45 = 225$$

$$225 - 210 = 15 \quad \text{کسور داریم} \quad \uparrow \text{مشکل داریم}$$

اگر در مدل تولید نتواند طبق محدودیت های تولید عمل کند مجبور است تعدیل در مقدار منابع

خواب دهد.

برای تعیین Infeasibility ، S_i ها را به یک کنیم $S_i > 0$ محدودیت S_i در

$$\text{Max } 40X_1 + 30X_2$$

$$\text{s.t } 4X_1 + 5X_2 + S_1 \leq 200$$

$$X_2 - S_5 \leq 25$$

$$\text{Max } 5X_1 + 3X_2$$

$$\text{s.t. } 4X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$X_1 \geq 3$$

$$X_2 \geq 7$$

مدل فوق می‌تواند دارای راه حل باشد. نمودار دنا به آنگاه را نشان دهید. به راه حل‌های ارائه می‌کنید.

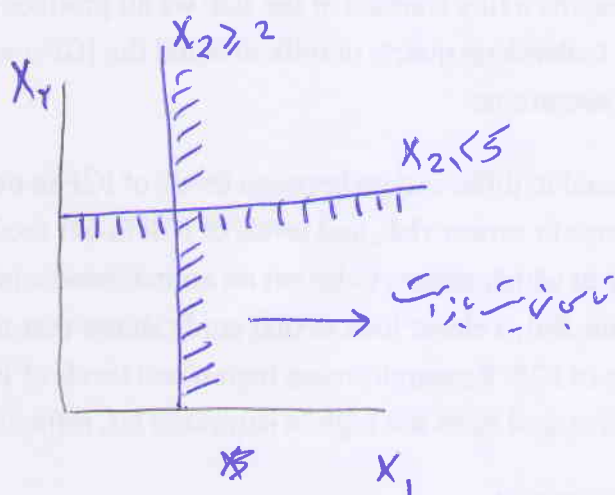
۲ - Unbounded Solution

نمایه آنگاه تولید از یک سو باز باشد

$$\text{Max } 2X_1 + 1X_2$$

$$X_1 \geq 2$$

$$X_2 \leq 5$$



یک حالت ایده‌آل به‌شمار می‌آید یا مدینه فاضله‌ای. Managerial utopian می‌باشد. که در آن با وجود محدود کننده $X_2 \leq 5$ می‌توانید نامتناهی به‌سودآوری خود ادامه دهید.

راه حل: مدل به‌یستی یک بار دیگر به‌کمین فضا محدود کننده‌ها را جمع کرده و سعی کنید فضا محدودیت از قلمرو افتاده را پیدا و تعریف کنید.