

## فصل نهم

### نفوذ مولکولی

#### ۹-۱ مقدمه

نفوذ مولکولی ناشی از انرژی گرمایی مولکوهای یک جسم است که سبب حرکت مولکولها در فضای بین مولکولهای جسم دیگر می‌شود و توجیه آن می‌تواند براساس نظریه جنبشی گازها صورت گیرد. براساس شکل ساده شده نظریه جنبشی گازها، می‌توان تصور نمود که یک مولکول با سرعت ثابت روی خط راست حرکت می‌کند تا اینکه به مولکول دیگری برخورد کند. در این صورت هم سرعت مولکول و هم جهت حرکت آن تغییر می‌کند. میانگین مسافتی که این مولکول بین دو برخورد طی می‌کند میانگین پویش آزاد<sup>۱</sup> آن نامیده شده و به دما وابسته است. بنابراین مولکول بین دو نقطه مسیری با زیگزاگ زیاد را طی می‌کند در حالی که مسافت خالص طی شده در زمان معین که معرف شدت نفوذ مولکول است، کسر کوچکی از کل طول مسیر طی شده را شامل می‌شود. به این دلیل شدت نفوذ بسیار آهسته است. گرچه می‌توان انتظار داشت که با کاهش فشار که سبب کم شدن تعداد برخورد مولکولها می‌گردد و نیز با افزایش دما که سبب افزایش سرعت حرکت مولکولها می‌شود، شدت نفوذ افزایش پیدا خواهد کرد. اهمیت موضوع برخوردهای مولکولی به عنوان یک مانع در برابر نفوذ مولکولی را با مثال زیر بهتر می‌توان درک کرد. با توجه به نظریه جنبشی گازها شدت تبخیر آب در محیط خلاء و در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  حدود  $32\text{ kg/s}$  به ازای هر مترمربع از

---

1. mean free path

سطح آب است. اما در صورتی که لایه‌ای از هوای ساکن در فشار استاندارد اتمسفری و به ضخامت  $1\text{ mm}$ <sup>۱</sup> روى آب قرار داشته باشد، این لایه شدت تبخیر را به مقدار  $600$  برابر کاهش می‌دهد. مکانیسم مشابهی در مورد حالتهای مایع و نفوذ مولکولی در مایعات نیز وجود دارد با این تفاوت که شدت نفوذ مولکولی در مایعات نسبت به گازها کمتر است.

بر اثر پدیده نفوذ مولکولی مولکولهای یک ماده می‌توانند پس از گذشت مدت زمان کافی در سرتاسر ماده‌ای دیگر به طور یکنواخت پراکنده شوند. برای مثال، اگر قطره‌ای از محلول سولفات مس آبی رنگ در بشری محتوی آب چکانده شود پس از مدتی رنگ یکنواخت آبی در سرتاسر آب ایجاد خواهد شد.

در ابتدا لازم است که بین نفوذ مولکولی که پدیده‌ای آهسته است و اختلاط سریع که می‌تواند با استفاده از همزنهای مکانیکی و یا دیگر راههای حرکت دادن سیال صورت گیرد، تفاوت قابل شویم. برای مثال مخزنی با قطر  $5\text{ m}$ <sup>۲</sup> را در نظر بگیرید که درون آن تا ارتفاع  $75\text{ m}$ <sup>۳</sup> محلول آب نمک ریخته شده است. حال فرض کنید روى این محلول تا ارتفاع  $75\text{ m}$ <sup>۴</sup> به دقت آب خالص ریخته شود به نحوی که هیچ‌گونه اغتشاشی بین دو لایه صورت نگرفته و دو لایه کاملاً از هم منفک باشند. اگر محتویات مخزن همزده نشود، به دلیل پدیده نفوذ مولکولی، مولکولهای نمک و آب بین دو لایه تبادل می‌شوند اما این پدیده بسیار کند صورت می‌گیرد به نحوی که پس از گذشت  $10$  سال غلظت نمک در فاز بالایی به  $87\text{ g/m}^3$  درصد غلظت نهایی خود خواهد رسید و پس از گذشت  $28$  سال به  $99$  درصد غلظت نهایی نمک می‌رسد. از طرف دیگر می‌توان نشان داد که با استفاده از یک همز مناسب با دور  $22\text{ min}$  ظرف مدت  $605$  می‌توان غلظت نمک را در سرتاسر مخزن یکنواخت نمود. به این پدیده، پدیده نفوذ درهم<sup>۵</sup> یا نفوذ چرخانه‌ای<sup>۶</sup> گویند. در ادامه خواهیم دید که نفوذ مولکولی مکانیسم انتقال جرم در سیالات ساکن و یا سیالاتی با حرکت لایه‌ای است اگرچه نفوذ مولکولی را حتی در جریانهای درهم نیز می‌توان مشاهده کرد.

در یک سیستم دو فازی که در حالت تعادل قرار ندارد، نظیر سیستمی مرکب از یک لایه آب مایع و یک لایه آمونیاک و هوا به صورت محلول گازی که در تماس با

---

۱. turbulent Diffusion

2. eddy diffusion

لایه آب است نیز نفوذ مولکولی وجود دارد و این پدیده تا آنجا ادامه می‌باید که سیستم به تعادل برسد. و در این حالت مشاهده خواهیم کرد که غلظت یک جزء در سرتاسر یک فاز یکسان است اما الزاماً غلظت این جزء در دو فاز در حال تعادل یکسان نیست. بنابراین غلظت آمونیاک در سرتاسر فاز مایع و در سرتاسر فاز گاز یکسان بوده اما این غلظت در دو فاز با هم برابر نیست. از طرف دیگر پتانسیل شیمیایی آمونیاک (و یا اکتیویته آمونیاک، در صورتی که حالت مرجع به کار برده شده یکسان باشد) که به شکل مختلف به غلظت آن در هر فاز بستگی دارد، در سرتاسر سیستم و در هر فاز یکسان خواهد بود و این عامل سبب توقف پدیده نفوذ می‌باشد. بنابراین ظاهرآ نیروی محرکه واقعی برای انجام پدیده نفوذ، اکتیویته یا پتانسیل شیمیایی است و نه غلظت، لیکن در سیستم‌های چند فازی، معمولاً از پدیده نفوذ در هر فاز به طور جداگانه صحبت به عمل می‌آید و بررسی پدیده نفوذ در هر فاز براساس کمیتی که ملموس‌تر است یعنی تغییرات غلظت صورت می‌گیرد.

## ۹-۲ نفوذ مولکولی

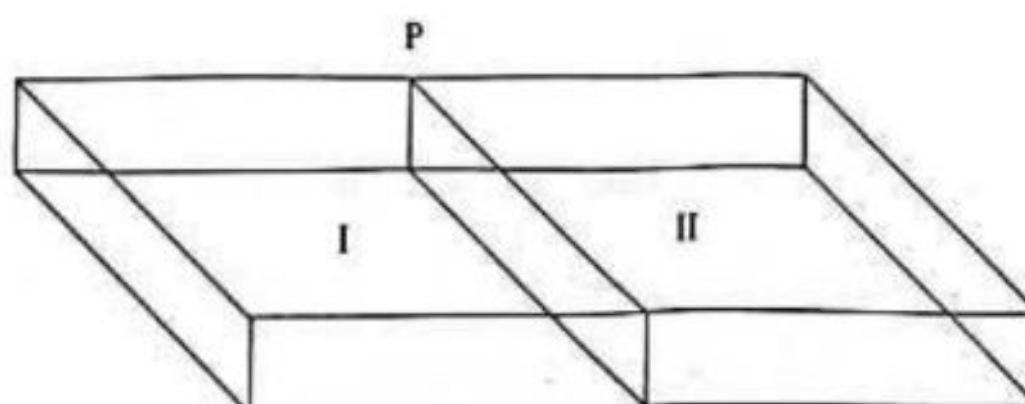
شدنی که تحت آن یک ماده حل شده در هر نقطه از یک سیستم و در هر جهتی متقل می‌شود به گرادیان غلظت در آن نقطه و به جهت انتقال بستگی دارد. برای توصیف کمی این پدیده به اندازه‌گیری مناسب شدت نیازمندیم. شدت را می‌توان به شکل مناسب به صورت شارمولی برحسب  $\frac{\text{mol}}{(\text{سطح}) (\text{زمان})}$  بیان داشت. در این شکل، سطح در جهت نفوذ و عمود بر آن اندازه‌گیری می‌شود. در یک محلول غیریکنواخت که شامل دو سازنده است، هر دو سازنده در یکدیگر نفوذ می‌کنند تا سیستم به تعادل برسد. در چنین حالتی باید از دو شار برای توصیف حرکت یک سازنده استفاده کنیم، یکی  $N$ ، که شار نسبت به یک مکان ثابت در فضا است و دیگری  $J$ ، که شار یک سازنده نسبت به سرعت مولی میانگین همه اجزاء است. شار اول در طراحی تجهیزات فرایندی اهمیت دارد و شار دوم بیشتر به عنوان شاخص طبیعت یک سازنده دارای اهمیت می‌باشد. برای مثال، برای یک ماهیگیر شدنی که ماهی‌ها در مقابل جریان رودخانه شنا می‌کنند تا به قلاب ماهیگیری برسند (مشابه  $N$ ) مهم است، اما سرعت

حرکت ماهی نسبت به جریان رودخانه (مشابه  $J$ ) بیشتر معرف توانایی شناگری ماهی است.

نفوذپذیری<sup>۱</sup>، یا ضریب نفوذ<sup>۲</sup>  $D_{AB}$  سازنده  $A$  در محلول حاوی  $B$ ، که معرف اندازه توانایی نفوذ  $A$  در محلول است، به صورت نسبت شار  $J_A$  به گرادیان غلظت آن تعریف می‌شود:

$$J_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} = -c D_{AB} \frac{\partial x_A}{\partial z} \quad (9-1)$$

به این رابطه قانون اول فیک<sup>۳</sup> در جهت  $z$  گویند. علامت منها در این رابطه نشان دهنده آن است که پدیده نفوذ در جهت کاهش غلظت رخ می‌دهد یعنی نفوذ از ناحیه با غلظت بیشتر به ناحیه با غلظت کمتر. نفوذپذیری یک ماده از مشخصه‌های آن و نیز تابع محیط (دما، فشار، غلظت، مایع، گاز یا جامد بودن محلول و طبیعت دیگر اجزا) احاطه کننده آن است.



شکل ۹-۱ نفوذ مولکولی در یک محلول دو جزئی

II		I	
kmol	kg	kmol	kg
آغاز		پایان	
۲۱۷	۱۰۰	EToH	۵۵۰
۳۱۰	۵۵۹۲	۴۵۵	۸۱۸
۲۲۱	۵۵۹۲	۰۹۶	۱۱۸
۶۳۱	۱۱۱۸۶	کل	۲۴۱
کل		۸۱۶	

1. diffusivity

2. diffusion Coefficient

3. Fick's first law

در شکل ۹-۱ جعبه‌ای نشان داده شده که توسط غشاء  $p$  به دو بخش تقسیم شده است. در بخش I،  $1\text{ kg}$  آب (A) و در بخش II،  $1\text{ kg}$  اتانول (B) قرار دارد (چگالی دو مایع با یکدیگر متفاوت بوده و غشاء به نحوی قرار گرفته که عمق مایع در هر بخش با هم یکسان است). فرض کنید که غشاء با دقت از محلش برداشته شود و به مولکولها اجازه داده شود که به دو طرف غشاء نفوذ کنند. وقتی نفوذ متوقف شد، غلظت اجزاء در سرتاسر جعبه  $50$  درصد خواهد شد و جرم و مول‌های سازنده‌ها به میزان نشان داده شده در شکل خواهد رسید. روشن است که وقتی آب به سمت راست و اتانول به سمت چپ تعوز می‌کند، یک جریان جرمی خالص به سمت راست وجود دارد، به طوری که اگر این جعبه ابتدائاً به صورت متوازن روی لبه تیز یک تیغه قرار داشته باشد، در پایان کار به دلیل سنگین‌تر شدن سمت راست، به طرف راست خم خواهد شد. اگر جهت جریان به سمت راست را به عنوان جهت مثبت در نظر بگیریم، شار  $N_A$  از جسم A نسبت به نقطه ثابت  $p$  مثبت بوده و شار  $N_B$  از سازنده B منفی خواهد بود. در شرایط پایا، شار خالص خواهد شد:

$$N = N_A + N_B \quad (9-2)$$

حرکت A ناشی از دو بخش است، بخشی به دلیل حرکت توده‌ای  $N$  و کسر  $x_A$  از  $N$  که مربوط به A است و بخشی که ناشی از نفوذ  $J_A$  است یعنی:

$$N_A = Nx_A + J_A \quad (9-3)$$

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{C_A}{C} - D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad (9-4)$$

متقابلاً برای سازنده B نیز می‌توان نوشت:

$$N_B = (N_A + N_B) \frac{C_B}{C} - D_{AB} \frac{\partial C_B}{\partial z} \quad (9-5)$$

با افزودن دو رابطه (9-4) و (9-5) به یکدیگر نتیجه می‌شود:

$$-D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{BA} \frac{\partial C_B}{\partial z} \quad (9-6)$$

و یا  $-J_A = J_B$ . اگر: ثابت  $C_A + C_B = 0$  آنگاه در شرایط معمول از لحاظ دما و

غلظت خواهیم داشت:  $D_{AB} = D_{BA}$

در بحث‌های فوق نفوذ فقط در یک جهت مورد توجه بود، اما در حالت کلی، گرادیانهای غلظت، سرعت‌ها و شارهای نفوذ می‌توانند در تمام جهات وجود داشته باشند به طوری که معادلات مشابه با معادلات (۹-۱) الی (۹-۶) را برای سه جهت محورهای مختصات دکارتی می‌توان نوشت. در جامد‌های خاص، نفوذپذیری  $D_{AB}$  می‌تواند با جهت نیز تغییر کند هرچند که در سیالات که در محلول‌های واقعی هستند، چنین نمی‌باشد.

### خودآزمایی ۹-۱

مفهوم شارمولی را توضیح دهید.

### خودآزمایی ۹-۲

قانون اول فیک را نوشه و توضیح دهید.

### خودآزمایی ۹-۳

در صورتی که نفوذ A و B در جهت X صورت گیرد، ثابت کنید  $D_{AB} = D_{BA}$

برای سیالات ساکن و یا با جریان آرام و در حالت پایا، که نفوذ مولکولی فقط در جهت Z صورت گیرد و اگر  $N_A$  و  $N_B$  هر دو ثابت باشند (حالت پایا) با به کار بردن معادله (۹-۴) می‌توان نوشت:

$$\int_{C_{A_1}}^{C_{A_2}} \frac{-dC_A}{N_A C - C_A (N_A + N_B)} = \frac{1}{CD_{AB}} \int_{z_1}^{z_2} dz \quad (9-7)$$

در این رابطه ۱ معرف نقطه شروع پدیده نفوذ ( $C_A$  زیاد) و ۲ نقطه پایان نفوذ ( $C_A$  کم) است. با فرض اینکه  $z = z_2 - z_1$  نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{1}{N_A + N_B} \ln \frac{N_A C - C_{A_1} (N_A + N_B)}{N_A C - C_{A_2} (N_A + N_B)} = \frac{z}{CD_{AB}} \quad (9-8)$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}C}{z} \ln \frac{N_A / (N_A + N_B) - C_{A_1} / C}{N_A / (N_A + N_B) - C_{A_2} / C} \quad (9-9)$$

### ۹-۳ نفوذ مولکولی در گازها

اگر معادله گاز ایده‌آل را به کار ببریم، آنگاه معادله (۹-۸) را می‌توان به شکل ساده زیر برای گازها به کار برد:

$$\frac{C_A}{C} = \frac{\bar{p}_A}{p} = y_A \quad (9-10)$$

که در آن:

$\bar{p}_A$  = فشار جزئی سازنده A

$p_t$  = فشار کل

$y_A$  = غلظت بر حسب کسر مولی

بعلاوه:

$$C = \frac{n}{V} = \frac{P_t}{RT} \quad (9-11)$$

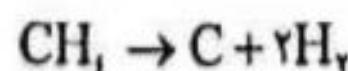
بنابراین معادله (۹-۹) خواهد شد:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \ln \frac{[N_A / (N_A + N_B)]P_t - \bar{p}_{A_2}}{[N_A / (N_A + N_B)]P_t - \bar{p}_{A_1}} \quad (9-12)$$

با:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \ln \frac{N_A / (N_A + N_B) - y_{A_2}}{N_A / (N_A + N_B) - y_{A_1}} \quad (9-13)$$

برای استفاده از این معادلات رابطه بین  $N_A$  و  $N_B$  می‌باید شناخته شده باشد. که چنین چیزی معمولاً با دیگر ملاحظات حاصل می‌شود. برای مثال، اگر متان روی بک کاتالیست به شکل زیر شکسته شود:



آنگاه با این شرط که (A)  $CH_4$  بر روی سطح کاتالیست نفوذ کرده و (B)  $H_2$  بر عکس آن نفوذ کند و براساس ثابت‌های معادله استوکیومتری می‌توان نوشت:

$$N_B = -2N_A$$

$$\frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{N_A}{N_A - 2N_A} = -1$$

و:

نفوذ مولکولی ماده A در ماده ساکن B در حالت پایا  
 مثالی از این نوع را می‌توان در مورد جذب آمونیاک (A) از هوا (B) به داخل آب ذکر نمود. در فاز گاز، از آنجا که هوا در آب حل نمی‌شود (و یا بسیار ناچیز حل می‌شود) و اگر از تبخیر آب صرفنظر کنیم، بنابراین فقط با نفوذ آمونیاک مواجه خواهیم بود. به این ترتیب  $N_A = 0$  و ثابت  $N_B = 0$  درنتیجه:

$$\frac{N_A}{N_A + N_B} = 1$$

بنابراین معادله (۹-۱۲) خواهد شد:

$$N_A = \frac{D_{AB} p_t}{RTz} \ln \frac{p_t - \bar{p}_{A\tau}}{p_t - \bar{p}_{A1}} \quad (9-14)$$

از آنجاکه  $\bar{p}_{B\tau} - \bar{p}_{B1} = \bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A\tau}$  و  $p_t - \bar{p}_{A1} = \bar{p}_{B1}$  ،  $p_t - \bar{p}_{A\tau} = \bar{p}_{B\tau}$  درنتیجه:

$$N_A = \frac{D_{AB} p_t}{RTz} \frac{\bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A\tau}}{\bar{p}_{B\tau} - \bar{p}_{B1}} \ln \frac{\bar{p}_{B\tau}}{\bar{p}_{B1}} \quad (9-15)$$

اگر فرض کنیم:

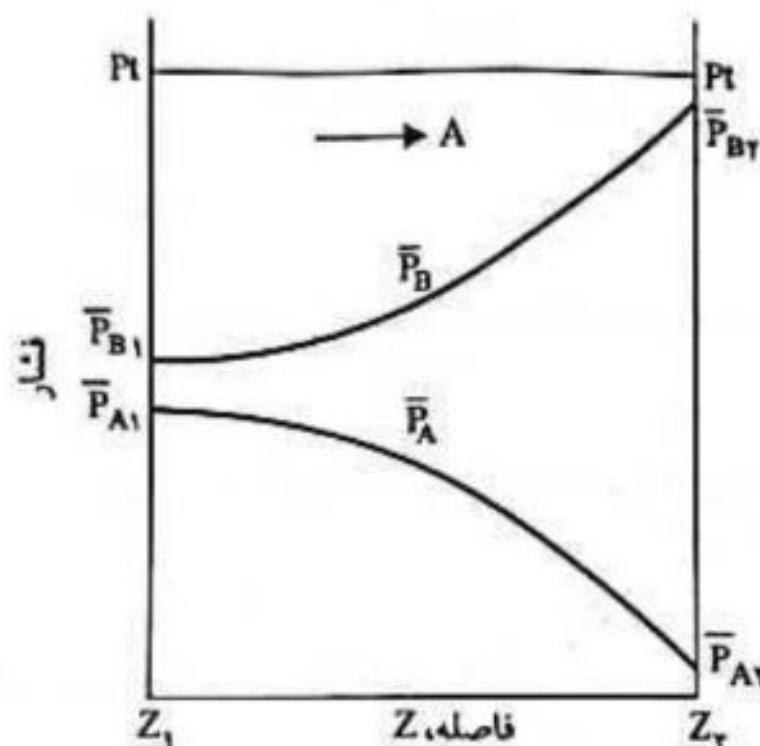
$$\frac{\bar{p}_{B\tau} - \bar{p}_{B1}}{\ln(\bar{p}_{B\tau} / \bar{p}_{B1})} = \bar{p}_{B,M} \quad (9-16)$$

آنگاه:

$$N_A = \frac{D_{AB} p_t}{RTz \bar{p}_{B,M}} (\bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A\tau}) \quad (9-17)$$

نمودار این معادله در شکل ۹-۲ آورده شده است. ماده A به دلیل گرادیان غلظتش، یعنی  $-\frac{d\bar{p}_A}{dz}$  - نفوذ می‌کند و ماده B نیز نسبت به سرعت مولی متوسط با شار  $J_B$  نفوذ

می‌کند، که این شار به  $\frac{d\bar{p}_B}{dz}$  - بستگی دارد اما مانند ماهی که با سرعت جریان آب یک رودخانه در خلاف جهت شنا می‌کند، در اینجا نیز نسبت به یک نقطه ثابت  $N_B = 0$  خواهد بود.



شکل ۹-۲ نفوذ A در ماده ساکن B

نفوذ متقابل با شدت مولی یکسان در حالت پایا  
این حالت غالباً در عملیات تقطیر دیده می‌شود که در آن: ثابت  $N_A = -N_B = 0$ . در چنین حالتی به دلیل صفر شدن مخرج کسر (۹-۱۲)، این معادله نامعین می‌شود. اما با بازگشت به معادله (۹-۴)، برای گازها می‌توان نوشت:

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{\bar{p}_A}{p_t} - \frac{D_{AB}}{RT} \frac{d\bar{p}_A}{dz} \quad (9-14)$$

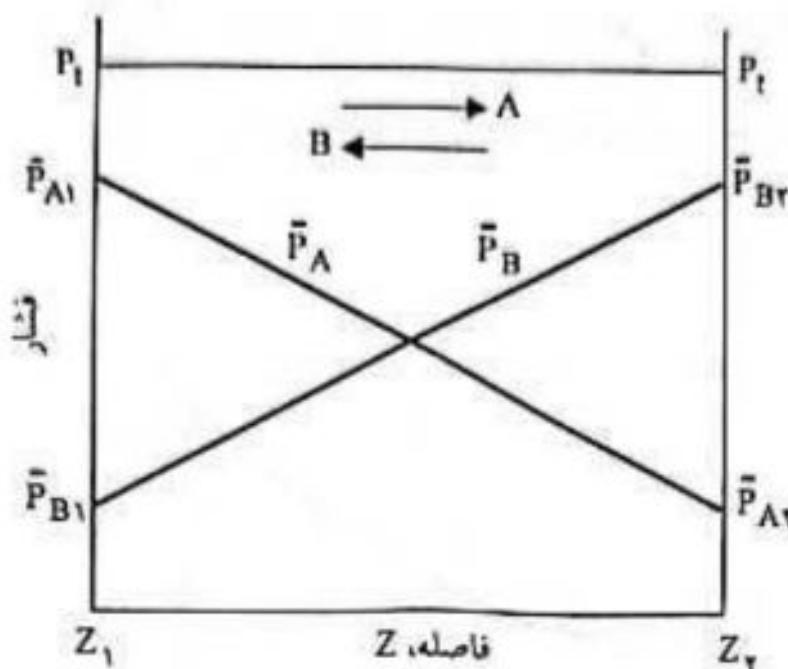
و یا در این حالت داریم:

$$N_A = -\frac{D_{AB}}{RT} \frac{d\bar{p}_A}{dz} \quad (9-15)$$

$$\int_{z_1}^{z_2} dz = -\frac{D_{AB}}{RT N_A} \int_{\bar{p}_{A1}}^{\bar{p}_{A2}} d\bar{p}_A \quad (9-16)$$

$$N_A = \frac{D_{AB}}{RT z} (\bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A2}) \quad (9-17)$$

نمودار این معادله در شکل ۹-۳ آورده شده است.



شکل ۹-۳ نفوذ متقابل با تعداد مول‌های برابر

نفوذ در مخلوط‌های چند جزئی در حالت پایا معادلات مربوط به نفوذ در سیستم‌های چند جزئی معمولاً خیلی پیچیده می‌شود اما اغلب می‌توان آنها را با به کار بردن یک نفوذپذیری موثر<sup>۱</sup> در معادله (۹-۱۲) ساده نمود به این ترتیب که در معادله (۹-۱۲)، به جای  $N_A + N_B$ ،  $\sum_{i=A}^N N_i$  قرار داده می‌شود که در آن اگر نفوذ هم‌جهت با A باشد،  $N_i$  مثبت و اگر در خلاف جهت باشد، منفی خواهد بود و نیز به جای  $D_{AB}$  فرار داده می‌شود. درنتیجه:

$$D_{A,m} = \frac{N_A - y_A \sum_{i=A}^n N_i}{\sum_{i=A}^n \frac{1}{D_{Ai}} (y_i N_A - y_A N_i)} \quad (9-18)$$

در این رابطه  $D_{A,i}$  نفوذپذیری‌های دوتایی هستند.

در حالتی که تمامی N<sub>i</sub> ها به جز N<sub>A</sub> صفر هستند، یعنی به غیر از یک جزء بقیه ساکن باشند، معادله (۹-۱۸) به صورت زیر خواهد شد:

---

۱. effective diffusivity

$$D_{A,m} = \frac{1 - y_A}{\sum_{i=B}^n \frac{y_i}{D_{A,i}}} = \frac{1}{\sum_{i=B}^n \frac{y'_i}{D_{A,i}}} = \frac{1}{\sum_{i=B}^n \frac{y'_i}{D_{A,i}}} \quad (9-19)$$

در این رابطه  $y'$  کسر مولی جزء A در مخلوط با فرض عدم وجود جزء A در مخلوط، می‌باشد.

مثال ۹-۱ گاز اکسیژن (A) در شرایط پایا به داخل گاز مونواکسیدکربن (B) نفوذ می‌کند در حالی که مونواکسیدکربن نفوذ نمی‌کند. فشار کل  $1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  و دما  $20^\circ\text{C}$  است. فشار جزئی اکسیژن در دو صفحه با فاصله  $2 \text{ mm}$  به ترتیب برابر با  $1300 \text{ N/m}^2$  و  $6500 \text{ N/m}^2$  می‌باشد. نفوذپذیری در مخلوط معادل  $1.87 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  است. شدت نفوذ اکسیژن در هر مترمربع از صفحه را برحسب  $\text{kmol/s}$  محاسبه کنید.

حل. معادله (۹-۱۷) را به کار می‌بریم.  
 $D_{AB} = 1.87 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$   
 $T = 273 \text{ K}$  ،  $R = 8314 \text{ N.m/kmol.K}$  ،  $z = 0.002 \text{ m}$  ،  $P_t = 10^5 \text{ N/m}^2$   
 $\bar{p}_{A_1} = 6500$  ،  $\bar{p}_{B_1} = 10^5 - 1300 = 87000 \text{ N/m}^2$  ،  $\bar{p}_{A_2} = 1300$   
 کمیت‌های فشار برحسب واحد  $\text{N/m}^2$  بیان شده‌اند.

$$\bar{p}_{B,m} = \frac{\bar{p}_{B_1} - \bar{p}_{B_2}}{\ln(\bar{p}_{B_1}/\bar{p}_{B_2})} = \frac{(87000 - 9350)(10^5)}{\ln(87000/9350)} = 90200 \text{ N/m}^2$$

$$N_A = \frac{D_{AB} p_t}{R T z \bar{p}_{B,m}} (\bar{p}_{A_1} - \bar{p}_{A_2}) = \frac{(1.87 \times 10^{-6})(10^5)(1300 - 6500)(10^5)}{8314(273)(0.002)(90200 \times 10^5)}$$

$$= 2.97 \times 10^{-6} \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}$$

مثال ۹-۲ در مثال ۹-۱، اگر گازی که نفوذ نمی‌کند، مخلوط متان (B) و هیدروژن (C) به نسبت حجمی  $2+1$  باشد، مطلوب است محاسبه شدت نفوذ اکسیژن (A). نفوذپذیری اکسیژن در هیدروژن  $D_{O_2-H_2} = 6.99 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  و در متان  $D_{O_2-CH_4} = 1.86 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  است.

حل، در این حالت معادله (۹-۱۷) به معادله (۹-۱۲) تبدیل می‌شود و همان‌طور که در مثال ۹-۱ گفته شده داریم:  $\bar{p}_{A1} = 13 \times 10^3$  ،  $T = 273K$  ،  $p_t = 10^5 N/m^2$  و  $y'_B = \frac{\gamma}{(\gamma+1)} = 0.667$  دارد. در معادله (۹-۱۹) داریم  $R = 8314 \frac{N \cdot m}{kmol K}$  و  $y'_C = 1 - 0.667 = 0.333$ ، بنابراین:

$$D_{A,m} = \frac{1}{y'_B / D_{AB} + y'_C / D_{AC}} = \frac{1}{0.667 / (1.86 \times 10^{-6}) + 0.333 / (6.99 \times 10^{-6})} \\ = 2.46 \times 10^{-6} m^2/s$$

بنابراین معادله (۹-۱۷) خواهد شد:

$$N_A = \frac{(2.46 \times 10^{-6})(1300 - 6500)}{8314(273)(0.002)(90200)} = 3.91 \times 10^{-5} \frac{kmol}{m^2.s}$$

جدول ۹-۱ نفوذپذیری گازها در فشار یک اتمسفر  $101.3kN/m^2$

$m^2/s \times 10^6$	دما، $^{\circ}C$	سمسم
۰.۲۵	۰	$CH_4 - H_2$
۰.۶۱	۰	$N_2 - O_2$
۰.۸۵	۰	$O_2 - CO$
۱.۳۹	۰	$O_2 - CO_2$
۱.۹۸	۰	$NH_3 - H_2O$
۲.۵۸	۲۵.۹	$H_2O - H_2$
۳.۰۵	۵۹.۰	$H_2O - H_2$
۴.۰۲	۰	هوا - اتانول
۴.۸۷	۲۵.۹	هوا - نرمال بوتانول
۴.۹۰	۵۹.۰	هوا - اتیل استات
۴.۹۷	۲۵.۹	هوا - آنیلین
۵.۰۶	۵۹.۰	هوا - کلروبنزن
۵.۷۴	۲۵.۹	هوا - تولوئن
۵.۹۰	۵۹.۰	
۵.۹۴	۲۵.۹	
۵.۹۰	۵۹.۰	
۵.۹۶	۲۵.۹	
۵.۹۲	۵۹.۰	

#### ۹-۴ نفوذپذیری گازها

نفوذپذیری و یا ضریب نفوذ،  $D$  خاصیتی از سیستم است که به دما، فشار و ماهیت اجزاء سازنده سیستم بستگی دارد. ابعاد نفوذپذیری را می‌توان بر اساس تعریف آن، یعنی براساس معادله (۹-۱) به صورت  $\frac{\text{طول}}{\text{زمان}} \frac{\text{متر}}{\text{ساعت}}$  بدست آورد. غالباً در منابع  $D$  با واحد  $\frac{\text{سانتیمتر}}{\text{ساعت}}$  گزارش می‌شود. در سیستم SI با واحد  $\frac{\text{متر}}{\text{ساعت}}$  گزارش می‌شود. چند نمونه از مقادیر ضریب نفوذ در جدول ۹-۱ آورده شده‌است و فهرست کاملتری از این ضرایب را می‌توان در کتاب The chemical Engineers' Handbook تالیف Perry پیدا نمود.

در صورتی که داده‌های تجربی در دسترس نباشند، مقادیر  $D$  را می‌توان براساس نظریه جنبشی گازها تخمین زد. به این منظور می‌توان از روش ویلکی - لی<sup>۱</sup> که اصلاح شده روش هرشفلدر - برد - اسپاتز<sup>۲</sup> است برای تخمین ضریب نفوذ در مخلوطهای گازی غیرقطبی یا مخلوطی از یک گاز غیرقطبی و یک قطبی استفاده نمود یعنی:

$$D_{AB} = \frac{10^{-4} \cdot 249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} \cdot T^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{p_t(r_{AB})^2 f(kT/\varepsilon_{AB})} \quad (9-20)$$

در این رابطه داریم:

$$\frac{\text{متر}}{\text{ساعت}} = D_{AB}$$

$$\text{دما} = T$$

$$\text{جرم مولکولی} = M_B, M_A$$

$$\text{فشار مطلق} = p_t$$

$$r_{AB} = \frac{(r_A + r_B)}{2} = \text{فاصله دو مولکول به هنگام برخورد،}$$

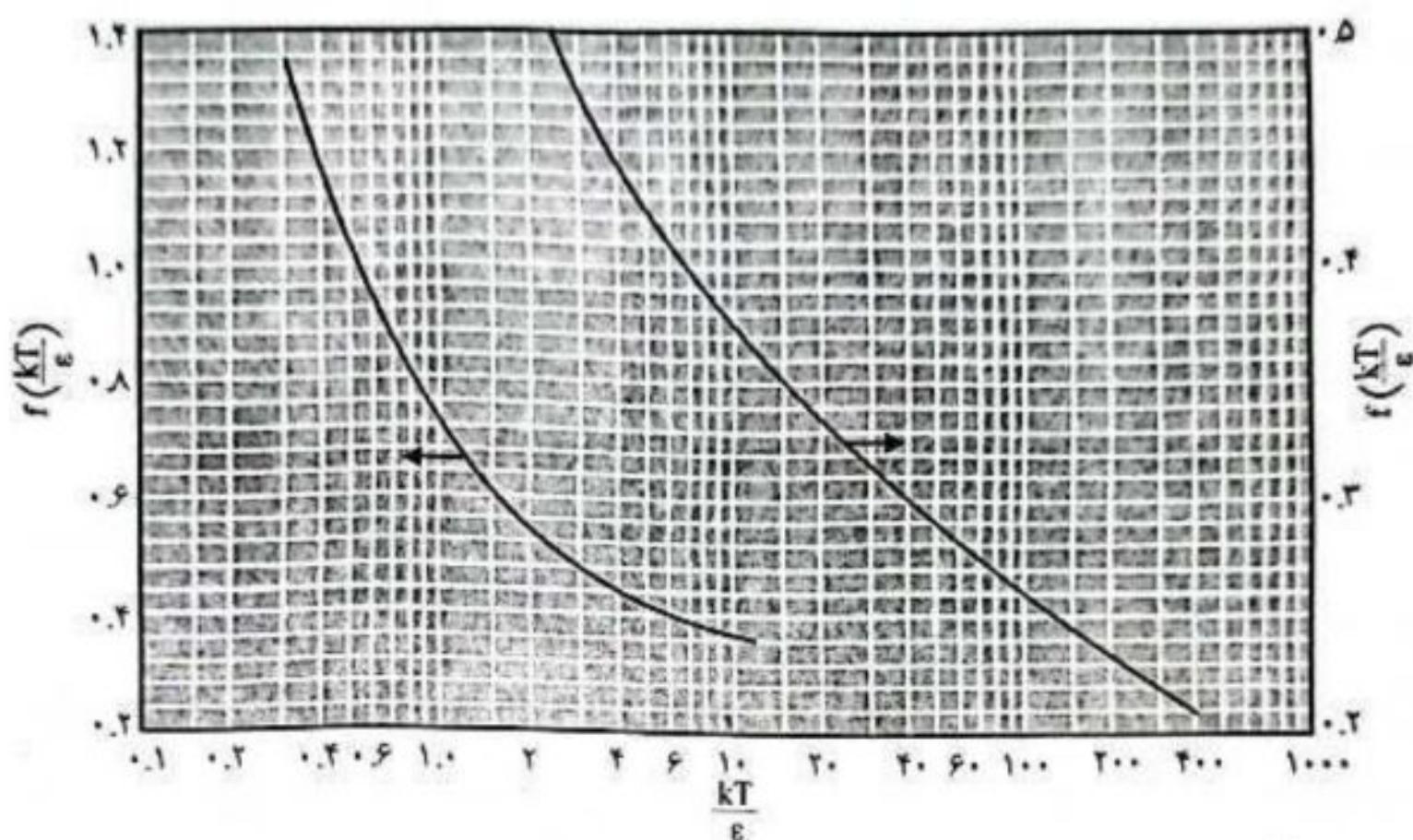
$$\sqrt{\varepsilon_A \varepsilon_B} = \text{انرژی جاذبه مولکولی}$$

$$k = \text{ثابت بولتزمن}$$

1. Wilke - lee

2. Hirschfelder - Bird - spotz

$f = f(kT / \varepsilon_{AB})$  تابع برخورد که از شکل ۹-۴ بهست می‌آید.



شکل ۹-۴ تابع برخورد برای نحوه

مقادیر ۲ و ۶، نظری آنچه که در جدول ۹-۲ مشاهده می‌شود، با استفاده از خواص دیگری از گازها مانند ویسکوزیته قابل محاسبه است. بر حسب ضرورت، برای هر سازنده خالص می‌توان با استفاده از داده‌های تجربی مقادیر ۲ و ۶ را به طریق زیر تخمین زد:

$$T = 118T_b^{\frac{1}{2}} \quad (9-21)$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = 121T_b \quad (9-22)$$

که در آن  $\frac{m^r}{kmol}$  حجم مولال مایع در نقطه جوش نرمال (فشار ۱atm) بر حسب (از جدول ۹-۳ استفاده کنید) و  $T_b$  نقطه جوش نرمال بر حسب کلوین است.

جدول ۹-۲ نسبت‌های نیروی بین گازها که از داده‌های ویسکوژیته به دست آمده

r, nm	$\frac{\epsilon}{k}$	газ	r, nm	$\frac{\epsilon}{k}$	газ	r, nm	$\frac{\epsilon}{k}$	газ
۳۶۱۲	۲۰۱	H <sub>2</sub> S	۵۱۱۸	۲۳۷	C <sub>2</sub> H <sub>8</sub>	۷۷۱۱	۷۸۶	هوا
۲۹۰۰	۵۵۸	NH <sub>3</sub>	۵۳۱۹	۴۱۲	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	۵۹۴۷	۳۲۲	CCl <sub>4</sub>
۳۴۹۲	۱۱۶	NO	۴۲۱۷	۳۱۶	Cl <sub>2</sub>	۳۶۲۶	۱۸۱	CH <sub>3</sub> OH
۳۷۹۸	۷۱۶	N <sub>2</sub>	۳۳۳۹	۲۴۴	HCl	۳۷۵۸	۱۴۸	CH <sub>4</sub>
۳۸۲۸	۲۲۲	N <sub>2</sub> O	۲۵۵۱	۱۰۲۲	HC	۳۶۹۰	۹۱۷	CO
۳۴۶۷	۱۰۶	O <sub>2</sub>	۲۸۲۷	۵۹۷	H <sub>2</sub>	۳۹۴۱	۱۹۵	CO <sub>2</sub>
۳۱۱۲	۳۳۵	SO <sub>2</sub>	۲۶۴۱	۸۰۹	H <sub>2</sub> O	۴۴۸۳	۴۶۷	CS <sub>2</sub>
						۴۴۴۳	۲۱۵	C <sub>2</sub> H <sub>1</sub>

در استفاده از جدول ۹-۳ سهم هریک از اتمهای سازنده یک مولکول باید باهم

جمع شود.

جدول ۹-۳ حجم‌های اتمی و مولکولی

حجم مولکولی $\frac{m^3}{kmol} \times 10^{-3}$	حجم اتمی $\frac{m^3}{1000 \text{ اتم}} \times 10^{-3}$	حجم مولکولی $\frac{m^3}{kmol} \times 10^{-3}$	حجم اتمی $\frac{m^3}{1000 \text{ اتم}} \times 10^{-3}$	حجم مولکولی $\frac{m^3}{kmol} \times 10^{-3}$	حجم اتمی $\frac{m^3}{1000 \text{ اتم}} \times 10^{-3}$
۴۸۴ Cl <sub>2</sub>	۹۹۴	در متیل اترها	۴۴۸ SO <sub>2</sub>	۱۵۶	نیتروژن
۵۳۲ Br <sub>2</sub>	۱۱۰	در اترهای بزرگتر	۲۲۶ NO	۱۰۵	در آمینهای نوع اول
۷۱۵ I <sub>2</sub>	۱۵	حلقه بتزن	۳۶۴ N <sub>2</sub> O	۱۲۰	در آمینهای نوع دوم
	۲۰	حلقه ترتانیون	۲۵۸ NH <sub>3</sub>	۷۴	اکسیژن
			۱۸۹ H <sub>2</sub> O	۹	در متیل استرها
			۳۲۹ H <sub>2</sub> S	۱۱۰	در استرها بزرگتر
			۵۱۵ COS	۱۲۱	در اسیدها
					کربن هوا
					هیدروژن O <sub>2</sub>
					کلر N <sub>2</sub>
					برم
					پد CO
					کوگرد CO <sub>2</sub>

به این ترتیب برای تولوئن با فرمول C<sub>7</sub>H<sub>8</sub> داریم:

$$U = V(0,148) + 8(0,037) - 15(0,01182)$$

مثال ۹-۳ مطلوب است محاسبه نفوذپذیری بخار اتانول (A)C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>OH در هوا (B)

در فشار  $1\text{atm}$  و دمای  $0^\circ\text{C}$ .

حل. در این مثال  $M_A = 46,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ ،  $p_t = 10,13 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3}$ ،  $T = 273\text{K}$  و

حال مقادیر  $\frac{\varepsilon}{k}$  را با توجه به معادلات (۹-۲۱) و (۹-۲۲) تخمین می‌زنیم. برای این منظور با توجه به جدول ۹-۳ داریم:

$$v_A = 0,074 + 0,037(0,02) + 0,0037(0,0148) = 0,092.$$

نتیجه جوش نرمال اتانول برابر است با

$$\frac{\varepsilon_A}{k} = 1,21(351,4) = 425 \quad \text{و} \quad T_{b,A} = 351,4\text{K}$$

$$T_{AB} = \frac{0,3711 + 0,46}{2} = 0,416$$

$$\frac{\varepsilon_{AB}}{k} = \sqrt{125(78,7)} = 170,7$$

$$\frac{kT}{\varepsilon_{AB}} = \frac{273}{170,7} = 1,599$$

با توجه به شکل ۹-۴ خواهیم داشت:

$$f\left(\frac{kT}{\varepsilon_{AB}}\right) = 0,595$$

$$\sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} = 0,237$$

و با توجه به معادله (۹-۲۰) داریم:

$$D = \frac{10^{-4} [1,084 - 0,249(0,237)] (273^{\frac{1}{2}})(0,237)}{(10,13 \times 10^3)(0,416)(0,595)} \\ = 1,05 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

مقدار تجربی (جدول ۹-۱) برابر با  $1,02 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  است که تفاوت آن با مقدار محاسباتی ناچیز می‌باشد.

معادله (۹-۲۰) نشان می‌دهد که  $D$  تقریباً با توان  $\frac{3}{2}$  تغییرات دمای مطلق ( $T'$ )

تغییر می‌کند و با تغییرات فشار نسبت عکس دارد.

ضریب نفوذ گازها در خودشان<sup>۱</sup> را می‌توان به طور تجربی با تکنیکهای خیلی خاص نظری ردباهای رادیواکتیو اندازه‌گیری نمود. همین طور این کمیت را می‌توان با

۱. self diffusion

مساوی قراردادن A و B در معادله (۹-۲۰) تخمین زد.

### ۹-۵ نفوذ مولکولی در مایعات

لازم است انتگرال گیری از معادله (۹-۴) و رسیدن به معادله (۹-۹) این است که فرض شود در طول مسیر نفوذ،  $D_{AB}$  و C ثابت هستند. این فرض برای مخلوطهای دوتایی گازی صادق است اما در حالتی که با مایع سروکار داریم، هر دو کمیت مذکور می‌توانند به طور قابل ملاحظه‌ای با غلظت تغییر کنند. با این وجود، به دلیل داشتن بسیار کم ما در مورد D، معمولاً از معادله (۹-۹) همراه با یک مقدار میانگین از C استفاده می‌شود. در این صورت معادله (۹-۹) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}}{z} \left( \frac{\rho}{M} \right)_{av} \ln \frac{N_A / (N_A + N_B) - x_{A2}}{N_A / (N_A + N_B) - x_{A1}} \quad (9-23)$$

در این معادله  $\rho$  و M به ترتیب دانسیته و وزن مولکولی محلول است. نظیر گازها، در اینجا نیز مقدار  $\frac{N_A}{N_A + N_B}$  باید براساس شرایط مسئله معین گردد. در غالب حالات نظیر آنچه که برای گازها گفته شد با یکی از حالات زیر مواجه خواهیم بود:

الف) نفوذ پایای A در جزء ساکن B.

در این حالت، ثابت  $N_B = 0$  و  $N_A = \infty$ ، بنابراین:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{z x_{BM}} \left( \frac{\rho}{M} \right)_{av} (x_{A1} - x_{A2}) \quad (9-24)$$

که در آن:

$$x_{BM} = \frac{x_{B2} - x_{B1}}{\ln(x_{B2} / x_{B1})} \quad (9-25)$$

ب) نفوذ متقابل با شدت مولی یکسان در حالت پایا.

در این حالت ثابت  $N_A = -N_B$

$$N_A = \frac{D_{AB}}{z} (C_{A1} - C_{A2}) = \frac{D_{AB}}{z} \left( \frac{\rho}{M} \right)_{av} (x_{A1} - x_{A2}) \quad (9-26)$$

مثال ۹-۴ مطلوب است محاسبه شدت نفوذ اسیداستیک (A) در فیلم ساقنی از محلول آب (B) به ضخامت  $1\text{mm}$  در دمای  $17^\circ\text{C}$  با این شرط که غاظت در طرفین فیلم، به ترتیب ۹ و ۳ درصد وزنی از اسید باشد. ضریب نفوذ اسیداستیک در محلول  $95 \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}$  است.

حل. برای حل مسئله از معادله (۹-۲۴) استفاده می‌کنیم. در اینجا داریم  $M_B = 18,2 \text{ kg/kmol}$  و در دمای  $17^\circ\text{C}$   $M_A = 60,9 \text{ kg/kmol}$ . دانسیته محلول  $1012 \text{ kg/m}^3$  برابر با  $\rho = 1012 \text{ kg/m}^3$  است. بنابراین:

$$x_{A1} = \frac{60,9 / 60,9}{60,9 + 18,2} = \frac{0,15}{0,52} = 0,288 \quad \text{کسر مولی اسیداستیک}$$

$$x_{B1} = 1 - 0,288 = 0,9712 \quad \text{کسر مولی آب}$$

$$M = \frac{1}{0,52} = 19,21 \text{ kg/kmol} \quad , \quad \frac{\rho}{M} = \frac{1012}{19,21} = 52,7 \text{ kmol/m}^3$$

به طور مشابه، دانسیته محلول  $1003,2 \text{ kg/m}^3$  برابر با  $\rho = 1003,2 \text{ kg/m}^3$  است و  $x_A = 0,92$ .

$$\frac{\rho}{M} = 54,5 \text{ و } M = 18,4 \text{ kg/kmol} \quad , \quad x_{B1} = 0,9908$$

$$\left( \frac{\rho}{M} \right)_{av} = \frac{52,7 + 54,5}{2} = 53,6 \text{ kmol/m}^3 \quad \text{و} \quad x_{BM} = \frac{0,9908 - 0,9712}{\ln(0,9908 / 0,9712)} = 0,98$$

با توجه به معادله (۹-۲۴) داریم:

$$N_A = \frac{95 \times 10^{-4}}{0,98} \cdot 53,6 \cdot (0,288 - 0,92) = 1,18 \times 10^{-1} \text{ kmol/m}^2\text{s}$$

## ۹-۶ ضریب نفوذ در مایعات

بعاد کمیت ضریب نفوذ در مایعات مشابه ضریب نفوذ در گازها یعنی  $\frac{\text{طول}}{\text{زمان}}$  است. لیکن برخلاف گازها، ضریب نفوذ در مایعات به طور محسوسی با غلظت تغییر می‌کند. ضریب نفوذ برخی از مواد در مایعات در جدول ۹-۴ آورده شده است.

برای تخمین مقدار ضریب نفوذ مواد در مایعات، در حالتی که با محلول‌های

رقیق و غیرالکترولیتی سروکار داشته باشیم، می‌توان از رابطه تجربی ویلکی<sup>۱</sup> و چانگ<sup>۲</sup> استفاده نمود:

$$D_{AB}^{\circ} = \frac{(117.3 \times 10^{-4})(\phi M_B)^{1/6} T}{\mu v_A^{1/6}} \quad (9-26)$$

که در آن:

$m^r$  = ضریب نفوذ A در محلول رقیق A در حلال B ،

$M_B$  = وزن مولکولی حلال، kg / kmol

K = دما، K

$\mu$  = گرانوی محلول، kg / m.s

$v_A$  = حجم مولی حل شده در نقطه جوش نرمال، m<sup>3</sup> / kmol

= ۷۵۶٪ برای آب به عنوان حل شده

$\phi$  = ضریب تجمع حلال

= ۲۶٪ برای آب به عنوان حل

= ۹٪ برای متanol به عنوان حل

= ۵٪ برای اتانول به عنوان حل

= ۰٪ برای حلال غیرمجتمع<sup>۳</sup> نظیر بنزن و اتیل اتر

به جای  $v_A$  می‌توان از مقادیر واقعی و یا مقادیری تخمینی که در جدول ۹-۳ آورده شده (به جز وقتی که آب به عنوان جسم حل شده نفوذ کننده است)، استفاده نمود. مقدار ضریب تجمع حلال را فقط وقتی که ضرایب نفوذ در آن حلال به طور تجربی اندازه‌گیری شده باشند، می‌توان تخمین زد.

به دلیل تغییرات ویسکوزیته با غلظت و نیز به دلیل تغییرات درجه غیرایده‌آل بودن محلول، ضریب نفوذ در محلول‌های غلیظ نسبت به ضریب نفوذ در محلول‌های رقیق متفاوت بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_A \mu = \left( D_{BA}^{\circ} \mu_A \right)^{x_A} \left( D_{AB}^{\circ} \mu_A \right)^{x_B} \left( 1 + \frac{d \log \gamma_A}{d \log x_A} \right) \quad (9-27)$$

1. Wilke

4. unassociated solvent

2. Chang

3. association factor

جدول ۹-۴ ضریب نفوذ در مایعات برای مثال مقدار D برای نفوذ  $\text{Cl}_2$  در آب برابر با

$10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  است

ضریب نفوذ $\text{m}^2/\text{s} \times 10^4$	فلزت حل شده $\text{kmol/m}^3$	دما ( $^\circ\text{C}$ )	حل شونده	حل	ضریب نفوذ $\text{m}^2/\text{s} \times 10^4$	فلزت حل شده $\text{kmol/m}^3$	دما ( $^\circ\text{C}$ )	حل شونده	حل
۱۲۶	۰.۵	۱۸	آب	NaCl	۰.۱۲۶	۰.۱۲	۱۶	آب	$\text{Cl}_2$
۱۲۱	۰.۲				۰.۷	۰.۹	۰	آب	HCl
۱۲۴	۰.۱				۰.۸	۰.۲			
۱۲۸	۰.۳				۰.۳	۰.۹	۱۰		
۱۵۴	۰.۵				۰.۵	۰.۲۵			
۱۲۸	۰	۱۵	آب	متانول	۰.۴۴	۰.۵	۱۶		
۰.۹۲	۰.۱	۱۲.۵	آب	اسیداستیک	۰.۲۴	۰.۳۵	۰	آب	$\text{NH}_3$
۰.۹۱	۰.۱				۰.۲۷	۰.۱	۱۰		
۰.۹۶	۰.۱	۱۸.۰			۰.۱۶	۰	۱۰	آب	$\text{CO}_2$
۰.۹۰	۰.۲۷۵	۱۰	آب	اتانول	۰.۱۷	۰	۲۰		
۰.۹۳	۰.۰۵				۰.۱۷	۰			
۰.۹۰	۰.۲	۱۶			۰.۱۷	۰	۱۵	آب	بوتانول
۰.۲	۰	۱۷	اتانول	$\text{CO}_2$	۰.۲۵	۰.۲	۲۰	اتانول	کلروفرم

در این رابطه  $D_{AB}^{\circ}$  ضریب نفوذ A در محلول بسیار نهایت رقیق از A در حلال B و  $D_{BA}^{\circ}$  ضریب نفوذ B در محلول بسیار نهایت رقیق از B در حلال A است. ضریب نفوالت  $\gamma_A$  را می‌توان از داده‌های تعادلی بخار - مایع به صورت نسبت (در فشارهای معمولی) فشار جزئی واقعی A در فاز بخار در تعادل با فاز مایع به غلظت  $x_A$ ، به فشار جزئی آن در حالت ایده‌آل بدست آورد. یعنی:

$$\gamma_A = \frac{\bar{P}_A}{x_A P_A} = \frac{y_A A P_t}{x_A A P_A} \quad (9-28)$$

جمله مشتقی  $\frac{(d \log \gamma_A)}{(d \log x_A)}$  را می‌توان به صورت ترسیمی به عنوان شب منحنی  $\log \gamma_A$  نسبت به  $\log x_A$  بدست آورد.

مثال ۹-۵ مطلوب است تخمین ضریب نفوذ مانیتول با فرمول  $\text{CH}_2\text{OH}(\text{CHOH})_4\text{CH}_2\text{OH}$

دما $20^{\circ}\text{C}$ . نتیجه تخمین را با مقدار واقعی یعنی  $\text{m}^2/\text{s} = 10^{-9} \times 56$  مقایسه کنید.  
حل. با توجه به داده‌های جدول ۹-۳ داریم:

$$v_A = 185 \text{ cm/s}$$

برای آب به عنوان حلال داریم  $\phi = 226$ ،  $M_B = 18.2$  و  $T = 293\text{K}$ . برای محلول‌های رقیق، ویسکوزیته  $\mu$  را می‌توان برابر با ویسکوزیته آب یعنی  $100.5 \text{ kg/ms}$  در نظر گرفت. در این صورت با توجه به معادله (۹-۲۶) خواهیم داشت:

$$D_{AB} = \frac{(117.3 \times 10^{-18}) [226(18.2)]^{0.9} (293)}{100.5 / 185} = 1.601 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

مثال ۹-۶ مطلوب است محاسبه ضریب نفوذ مانیتول در محلول رقیق آن با آب در دما $70^{\circ}\text{C}$  و مقایسه جواب با مقدار تجربی یعنی  $\text{m}^2/\text{s} = 10^{-9} \times 56$ .

حل. در دما $20^{\circ}\text{C}$  مقدار تجربی ضریب نفوذ  $D_{AB} = 10^{-9} \times 56$  و  $D_{AB} \mu = 10^{-9} \times 100.5 \times 10^7 \text{ kg/ms}$  است. معادله (۹-۲۶) نشان می‌دهد که  $\frac{D_{AB} \mu}{T}$  باید ثابت باشد. بنابراین: در دما $70^{\circ}\text{C}$  داریم:

$$D_{AB} = 1.62 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

### ۹-۷ کاربردهای نفوذ مولکولی

در حالتی که یک سیال ساکن بوده و یا دارای حرکت آرام باشد از روابطی که در این فصل ارائه شد می‌توان برای محاسبه ضریب نفوذ و انتقال جرم براساس نفوذ مولکولی استفاده کرد. اما در مثالهای واقعی، سیال غالباً در حرکت بوده و نیز حرکت آن در هم است و در چنین حالتی استفاده از روابط مربوط به نفوذ مولکولی برای محاسبات انتقال جرم صحیح نمی‌باشد. البته حتی در حالاتی که با حرکتهای درهم مواجه هستیم امکان دارد که در نقاطی از سیال جریان آرام باشد. مثلاً تکه جامدی از یک نمک را در نظر بگیرید که در مسیر جریان درهمی از یک حلال قرار دارد. پدیده انتقال جرم در لایه

نازکی از سیال که در اطراف جسم جامد قرار گرفته براساس نفوذ مولکولی قابل نوجوه است چرا که در محل تماس سیال با جامد، سرعت سیال صفر بوده و در خصامت کوچکی نیز این سرعت بسیار کم است بهنحوی که در این فاصله جریان سیال آرام بوده و روابط نفوذ مولکولی در این ناحیه صادق است. اما در خارج از آن به دلیل آنکه جریان درهم است، آن روابط صادق نیستند. بنابراین در بسیاری از مثالهای عملی عامل اصلی انتقال جرم نفوذ مولکولی نیست و نقش اصلی در انتقال جرم را جریانهای گردابی بازی می‌کنند. در چنین حالاتی شار انتقال جرم بر حسب ضرایب انتقال جرم توصیف می‌شود که موضوع فصل آینده است.

مرز می‌باشد. مانند تبخیر آب از روی فطره آبی که در حجم بسیار بزرگی از هوا در حال سقوط است. اما در حالتی که انتقال جرم در مسیر کوناھی صورت می‌گیرد که غلظت در آن متغیر است، آنگاه باید از یک غلظت متوسط  $\bar{C}_A$ ، به عنوان، غلظت نقطه انتهای انتقال جرم، استفاده کرد.

$F$  در معادله (۱۰-۱) یک ضریب انتقال جرم محلی است و برای هر مکان خاص از سطح فصل مشترک دو فاز تعریف می‌شود. از آنجا که مقدار  $F$  به طبیعت محلی سیال در حال حرکت بستگی دارد و ممکن است این طبیعت از نقاطهای به نقطه‌ای دیگر فرق کند، بنابراین گاهی در معادله (۱۰-۱) بجای  $F$  از مقدار متوسط آن یعنی  $F_{av}$  همراه با مقادیر ثابت  $C_{A1}$  و  $C_{A2}$  استفاده می‌شود. اگر مقدار  $C_{A1}$  و  $C_{A2}$  نیز در نقاط مختلف تغییر کند، آنگاه باید تغییرات آنها را نیز در محاسبه شار و  $F_M$  منظور نمود.

با آنکه در سیستم‌های چندجزئی برهم کنش‌های مهمی می‌تواند بین اجزاء تشکیل دهنده سیستم وجود داشته باشد که استفاده از شکل معادلات مربوط به سیستم‌های دوچرخی برای آنها دقیق نباشد، با این حال برای سیستم‌های چندجزیی نیز با تقریب کافی می‌توان از معادله (۱۰-۱) استفاده کرد با این تغییر که بجای

$N_A + N_B$  باید  $\sum_{i=1}^n N_i$  را جایگزین نمود که در آن  $n$  معرف تعداد اجزاء تشکیل دهنده سیستم است.

در فصل نهم دو حالت مختلف برای انتقال جرم درنظر گرفته و بحث شد. یکی انتقال یک جزء به درون یک محیط ساکن و دیگری نفوذ متقابل اجزاء باشد مولی پکسان. در این دو حالت، برای بیان شار انتقال جرم می‌توان از رابطه کلی زیر که رابطه‌ای بین نیروی راننده جرم (یعنی اختلاف غلظت) و شار است استفاده نمود:

$$(۱۰-۲) \quad \text{شار} = \frac{\text{اختلاف غلظت}}{\text{ضریب}}$$

از آنجا که غلظت را می‌توان به شکل‌های مختلفی تعریف کرد، بنابراین در رابطه بالا «ضریب» کمیت‌های متنوعی خواهد شد که نمونه‌هایی از آن در حالات مختلف زیر آورده شده است:

حالت اول، انتقال جزء A به داخل جزء ساکن B [عنه  $N_B = 0$  و  $N_A = N_A$ ]

$$K_G(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2}) = K_y(y_{A1} - y_{A2}) = K_C(C_{A1} - C_{A2}) \quad (10-3)$$

$$N_A = K_X(x_{A1} - x_{A2}) = K_L(C_{A1} - C_{A2}) \quad (10-4) \text{ برای مایعات}$$

حالت دوم، انتقال متقابل اجزاء با شدت مولی یکسان [عنه  $N_A = -N_B$  و  $N_B = -N_A$ ]

$$\left[ \frac{N_A}{N_A + N_B} = \infty \right]$$

$$K'_G(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2}) = K'_y(y_{A1} - y_{A2}) = K'_C(C_{A1} - C_{A2}) \quad (10-5)$$

$$N_A = K'_X(x_{A1} - x_{A2}) = K'_L(C_{A1} - C_{A2}) \quad (10-6) \text{ برای مایعات}$$

باید توجه داشت که علاوه بر شرایط عنوان شده برای استفاده از معادلات (10-3) الی (10-6)، شرایط محدود کننده دیگری نیز وجود دارد و آن اینکه ضرایبی که در معادله (10-3) و معادله (10-4) وجود دارند، معمولاً وقتی مفید هستند که شدت انتقال جرم کم باشد. معمولاً می‌توان ضریب انتقال جرم F را به ضریب K مربوط کرد. برای

اینکار، به عنوان مثال در مورد گازها می‌توان در معادله (9-12) بجای  $\frac{D_{AB}P_t}{RT_z}$  را

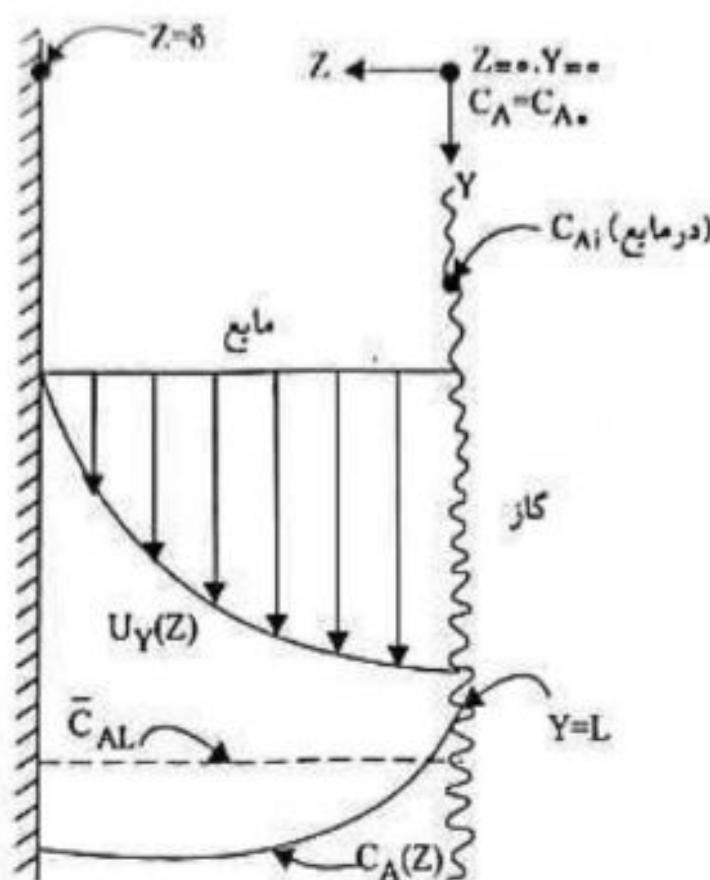
قرار داد و K<sub>0</sub> را در معادله (9-17) بجای  $\frac{D_{AB}P_t}{RT_z\bar{P}_{B,M}}$  جایگزین نمود. به این ترتیب

نتیجه می‌شود:  $\frac{D_{AB}P_t}{RT_z\bar{P}_{B,M}}$ . با روش مشابه می‌توان تبدیلاتی را که در جدول 10-1

آورده شده، به دست آورد. از آنجا که در معادله (9-4) جمله مربوط به جریان توده سیال یعنی  $N_A + N_B$  برای جریانهای متقابل باشد مولی یکسان صفر است، درنتیجه برای گازها  $F = K'_y$  و برای مایعات  $F = K'_X$  و در این حالت معادلان (10-5) و (10-6) با معادله (10-1) یکی خواهند شد. در بسیاری از مواقعی که کمتر

$\frac{N_A}{(N_A + N_B)}$  نه واحد بوده‌اند و نه نامتناهی (00)، با این وجود داده‌های انتقال جرم

برحسب ضرایب نوع K ارائه شده است و به شرایط محدود کننده توجه نشده است. و



شکل ۱۰-۱ لایه نازک ریزان مایع

حال می‌خواهیم ضریب انتقال جرم  $K_L$  بین گاز و مایع را در حالتی که طول لایه ریزان مایع  $L$  باشد محاسبه کنیم. فرضیاتی که در این مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرد عبارتند از:

الف) به هنگام اتحال  $A$  در مایع هیچگونه واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد.

ب) هیچیک از متغیرها (غلظت و سرعت) در جهت  $X$  (عمود بر صفحه کاغذ در شکل ۱۰-۱) تغییر نمی‌کنند.

پ) شرایط حاکم بر مسئله پایا است و درنتیجه تغییر کلیه متغیرها با زمان صفر است.

ت) شدت جذب گاز در مایع بسیار کم است به عبارت دیگر سرعت حرکت  $A$  در جهت  $Z$  و در فاز مایع (حرکت  $A$  به دلیل نفوذ مولکولی) تقریباً صفر است.

ث) نفوذ  $A$  در جهت  $Y$  در مقایسه با حرکت رویه پائین  $A$  (به دلیل حرکت توده سیال) قابل چشم‌پوشی است.

ج) کلیه خواص فیزیکی نظیر  $D_{AB}$ ,  $\rho$  و  $\mu$  ثابت هستند.

ج) مقدار نفوذ جزء  $A$  در جهت  $Y$  در مقایسه با مقداری که همراه جریان مایع در این جهت منتقل می‌شود، بسیار ناچیز است. بدون آنکه بخواهیم به اثبات برسانیم،