



فراوانی‌گرایی یا بیزگرایی مسئله این است!

تعریف کلی آمار مبتنی بر فراوانی

آمار مبتنی بر فراوانی^۱ یکی از دو چارچوب اصلی در آمار است (در کنار آمار بیزی^۲) و بر تکرارپذیری رویدادها در بلندمدت تأکید دارد. احتمال یک رویداد برابر است با نسبت تعداد دفعاتی که آن رویداد در تعداد بسیار زیادی از تکرارهای آزمایش رخ می‌دهد.

$$\mathbb{P}(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{تعداد وقوع رویداد } A}{\text{تعداد کل آزمایش‌ها}}$$

مثال: اگر یک سکه را بی‌نهایت بار پرتاب کنیم و در ۵۰٪ مواقع شیر بیاید، می‌گوییم که احتمال شیر آمدن ۰/۵ است.

^۱Frequentist Statistics

^۲Bayesian Statistics

مفهوم احتمال در آمار فراوانی گرا

◀ احتمال به عنوان یک حد بلند مدت

◀ احتمال یک خاصیت عینی^۳ است و تنها در آزمایش‌های مکرر معنا دارد.

◀ اگر یک آزمایش فقط یک بار انجام شود (مثلاً احتمال پیروزی یک تیم در یک مسابقه خاص)، از دیدگاه فراوانی گرا، مفهوم احتمال قابل تعریف نیست!

آزمون فرض و p-value در آمار فراوانی‌گرا

◀ فرض صفر و آزمون‌های آماری (p-value)

- ◀ فرض صفر (H_0) مشخص می‌کند که هیچ اثر خاصی وجود ندارد.
- ◀ مقدار p-value احتمال مشاهده داده‌های فعلی تحت فرض صفر را محاسبه می‌کند.
- ◀ اگر p-value خیلی کوچک باشد (معمولاً کمتر از ۰/۰۵)، فرض صفر رد می‌شود.

فاصله اطمینان در آمار فراوانی‌گرا

◀ فاصله اطمینان^۴

- ◀ بازه‌ای است که در تکرارهای زیاد آزمایش، در درصد مشخصی از موارد (مثلاً ۹۵٪)، مقدار واقعی پارامتر در آن قرار می‌گیرد.
- ◀ برخلاف روش بیزی، نمی‌توان گفت که احتمال حضور پارامتر در این بازه ۹۵٪ است! بلکه فقط می‌گوییم که اگر آزمایش را بی‌نهایت بار تکرار کنیم، در ۹۵٪ مواقع این بازه مقدار واقعی را دربر می‌گیرد.

نقاط قوت آمار فراوانی‌گرا

- ◀ روش‌های آن کاملاً استاندارد شده و در علوم مختلف (پزشکی، اقتصاد، مهندسی) به‌طور گسترده استفاده می‌شود.
- ◀ p-value و آزمون‌های کلاسیک آمار فراوانی‌گرا ابزارهای شناخته‌شده‌ای برای تحلیل داده هستند.
- ◀ به فرضیات کمتری در مورد توزیع‌های پیشین نیاز دارد (برخلاف آمار بیزی که به انتخاب توزیع پیشین حساس است).

نقاط ضعف آمار فراوانی‌گرا

- ▶ در بسیاری از موارد، احتمال یک رویداد را فقط در شرایطی که آزمایش قابل تکرار باشد، تعریف می‌کند (مثلاً احتمال پیروزی یک تیم در یک بازی خاص چیست؟!).
- ▶ مقدار p -value اغلب به اشتباه تفسیر می‌شود و ممکن است نتایج نادرستی به همراه داشته باشد.
- ▶ امکان ترکیب اطلاعات پیشین و باورهای قبلی در تحلیل داده را ندارد.

تعریف اولیه در آمار بیزی

آمار بیزی یکی از دو چارچوب اصلی در آمار است (در کنار فراوانی‌گرایی) که بر **به‌روزرسانی باورها بر اساس داده‌های مشاهده‌شده** تأکید دارد. در این رویکرد، احتمال یک رویداد را به‌عنوان **میزان باور** نسبت به آن رویداد در نظر می‌گیریم، که می‌تواند با مشاهده داده‌های جدید تغییر کند. قانون اساسی این روش، **قضیه بیز** است:

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta)P(\theta)}{P(D)}$$

که در آن:

- ◀ $P(\theta|D)$ احتمال پسین^۵ است.
- ◀ $P(D|\theta)$ تابع درست‌نمایی داده‌ها است.
- ◀ $P(\theta)$ احتمال پیشین است.
- ◀ $P(D)$ تابع شواهد است.

دلایل فراوانی‌گرایان در انکار رویکرد بیزی

- ◀ **خوش تعریف بودن مفاهیم در رویکرد فراوانی‌گرا:** احتمال یک رویداد را می‌توان براساس تکرار آن در طول زمان توضیح داد.
- ◀ **مفهوم عینیت در آمار فقط در رویکرد فراوانی‌گرا پوشش داده می‌شود:** عینیت در آمار به این معناست که روش‌ها و استنباط‌ها مستقل از نظرات شخصی است و هر کس با رویکرد یکسان و داده‌های یکسان باید نتایج یکسان بگیرد.
- ◀ **تکرارپذیری:** هر روش علمی باید قابل تکرارپذیری باشد، فراوانی‌گرایان ادعا دارند که تکرارپذیری نتایج آماری فقط از دریچه فراوانی‌گرایی قابل دسترسی است.
- ◀ **اصل اطمینان:** این اصل بیانگر آن است که در طولانی مدت باید خطاهای آماری قابل کنترل باشد.

◀ احتمال به عنوان میزان باور

- ◀ در آمار بیزی، احتمال یک خاصیت ذهنی^۶ است که میزان باور ما به یک رویداد را بیان می کند.
- ◀ برخلاف آمار فراوانی گرا، احتمال را می توان حتی برای رویدادهای غیرقابل تکرار مانند «احتمال پیروزی یک تیم در مسابقه ای خاص» تعریف کرد.

◀ به روزرسانی بر اساس داده‌ها

- ◀ قانون بیز نشان می‌دهد که چگونه اطلاعات جدید باعث تغییر باورهای قبلی ما می‌شوند.
- ◀ اگر داده‌های جدیدی مشاهده کنیم، احتمال پیشین^v اصلاح شده و به احتمال پسین تبدیل می‌شود.

فاصله اعتباری (فاصله اطمینان) در آمار بیزی

◀ فاصله اعتباری^۸

- ◀ بازه‌ای است که با احتمال مشخص (مثلاً ۹۵٪) شامل مقدار واقعی پارامتر است.
- ◀ برخلاف فاصله اطمینان در آمار فراوانی‌گرا، این بازه مستقیماً احتمال حضور پارامتر را بیان می‌کند.

بیزگرایان برای تمام اصولی که فراوانی‌گرایان دنبال انکار رویکرد بیزی هستند، جواب‌های قابل تأملی دارند، برای این منظور می‌توان به کتاب برگر و وولپرت (۱۴۰۲) مراجعه کرد. به طور خیلی کوتاه، بیزگرایان عینیت در آمار را یک افسانه می‌دانند، و براین باور هستند که هر تحلیل آماری وابسته به اطلاعات پیشین تحلیل‌گر و البته پیش‌فرض‌هایی است. همچنین بیزگرایان مفهوم p -value را در رویکرد فراوانی‌گرا کاملاً زیر سؤال می‌برند. جفریز (۱۹۶۱) بیان می‌کند که **فرضیه‌ای که شاید درست باشد به دلیل عدم پیش‌بینی نتایج قابل مشاهده‌ای که رخ نداده‌اند، ممکن است رد شود.**

- ◀ می‌توان احتمال را برای رویدادهای غیرتکرارشونده نیز تعریف کرد.
- ◀ ترکیب اطلاعات پیشین با داده‌های جدید امکان‌پذیر است.
- ◀ نتایج آن معمولاً تفسیرپذیرتر از روش‌های فراوانی‌گرا است.
- ◀ فاصله اعتباری مستقیماً احتمال حضور پارامتر را نشان می‌دهد.

- ◀ انتخاب احتمال پیشین (Prior) می‌تواند بر نتیجه نهایی تأثیر بگذارد.
- ◀ محاسبات بیزی، به‌ویژه در مدل‌های پیچیده، معمولاً از نظر محاسباتی پرهزینه‌تر هستند.
- ◀ در برخی موارد، نتایج به شدت وابسته به داده‌های اولیه هستند.

رویگرد بیزین در آمار، شروعش با بیز (۱۷۶۳) کشیش و ریاضیدان بریتانیایی بود. مقاله وی بعد از مرگش چاپ شد. بعد از توماس بیز، لاپلاس، ریاضیدان نامدار فرانسوی به گسترش و بهروز کردن قضیه بیز، آنطور که ما الان می‌شناسیم، پرداخت. ولی مبانی و اصول مدون ریاضی این روش از نتایج اصل درست‌نمایی است که توسط فیشر بنا نهاده شد. البته فیشر در ارائه اولیه‌ای که از درست‌نمایی داشته است، اصولاً اشاره‌ای به بیز نکرده است. اشخاصی مانند بیرن‌باوم و البته جفریز در گسترش رویگرد بیزین در آمار نقش مهمی داشته‌اند. رویگرد بیزی و فراوان‌گرایی هر دو می‌توانند در موقعیت‌های مختلف انتخاب ارجح باشند که این برمی‌گردد به دانش آماری، زمینه مطالعاتی و ...

-  Bayes, T. (1763), “An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53, 370–418.
-  Jeffreys, H. (1961), *Theory of Probability*, Oxford: Oxford University Press, 3rd ed. .
- برگر، جیمز و وولپرت، رابرت (۱۴۰۲)، اصل درست‌نمایی. ترجمه‌ی نوربلوچی، سیامک و پورطاهری، سید محمود، دانشگاه تهران.

 habibezati99@outlook.com

🌐 <https://stats9.github.io/>

in habib ezzat abadi

 Ultra Channel